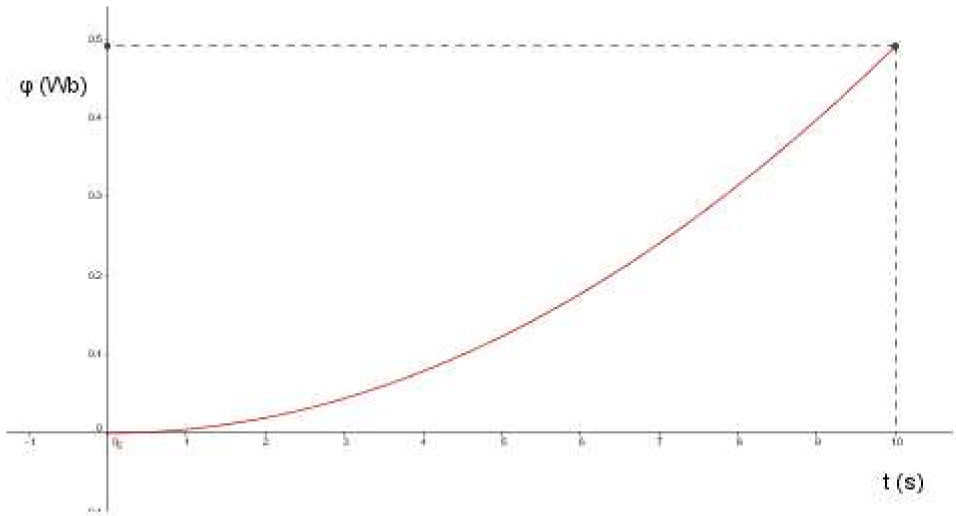
1. **(Andalucía, Jun. 2016)** Una espira circular de 2,5 cm de radio, que descansa en el plano XY, está situada en una región en la que existe un campo magnético $\overrightarrow{B} = 2,5t^2\overrightarrow{k}\,T$, donde t es el tiempo expresado en segundos. a) Determine el valor del flujo magnético en función del tiempo y realice una representación gráfica de dicho flujo magnético frente al tiempo entre 0 y 10 s. b) Determine el valor de la f.e.m. inducida y razone el sentido de la corriente inducida en la espira.

   Solución: a) El flujo del campo magnético será:

$$\varphi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = \pi(2,5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2,5 \cdot t^2 = 4,91 \cdot 10^{-3}t^2\,\mathrm{Wb}$$

   La representación gráfica es la siguiente:



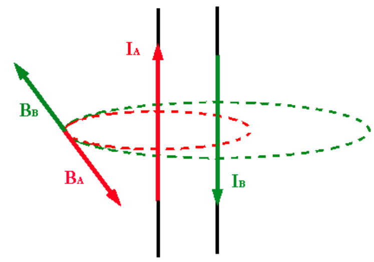
   b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -9,82 \cdot 10^{-3}t\,\mathrm{V}$$

   Según la ley de Lenz, la f.e.m. inducida tiende a oponerse a la variación del flujo que la produce. Si consideramos el plano del papel en que realizamos los cálculos, el flujo magnético aumenta en el sentido positivo del eje Z, es decir, por encima de dicho plano. El campo magnético inducido por la f.e.m. lo será en el sentido negativo de dicho eje (por debajo del plano del papel). por lo que, siguiendo la regla de la mano derecha, la corriente circulará a lo largo de la espira (representada sobre el plano del papel) en el sentido de las agujas del reloj.

2. (**Aragón, Jun. 2016**.) Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, A a la izquierda y B a la derecha, distan entre sí 20 cm. Por A circula una corriente I_A = 10 A hacia arriba. El campo magnético en un punto situado a 8 cm a la izquierda de A es nulo. a) Calcule la intensidad de corriente que circula por B. ¿En qué sentido circula? b) Explique con ayuda de un esquema si hay algún punto entre los dos conductores donde el campo magnético sea nulo. c) Calcule la fuerza por unidad de longitud que un conductor A ejerce sobre el B. Indique su dirección y sentido. Datos:μ_0 = 4π.10^{-7} m.kg.C^{-2}.

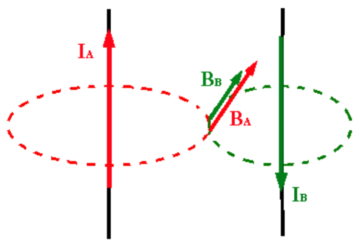
   Solución: a) Aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético creado por la corriente A es perpendicular al plano del papel y está dirigido hacia fuera. El campo creado por la corriente B debe tener el mismo módulo y dirección, pero sentido contrario, tal y como podemos ver en la siguiente gráfica:



Así pues, podremos poner:

$$\frac{\mu_0 I_A}{2\pi r_1} - \frac{\mu_0 I_B}{2\pi r_2} = 0 \qquad \text{Por lo que :} \qquad \frac{\mu_0 10}{2\pi 0,08} - \frac{\mu_0 I_B}{2\pi 0,28} = 0$$

Despejando, se obtiene que I_B = **35 A**
Puesto que el campo magnético creado por la corriente I_B debe ser perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro, por aplicación de la regla de la mano derecha, se comprueba que la corriente I_B debe estar dirigida hacia abajo.
b) En cualquier punto situado entre los dos conductores, los campos magnéticos creados por las corrientes I_A e I_B tienen la misma dirección y sentido, por lo que el campo magnético resultante no puede ser nulo.



c) La fuerza por unidad de longitud ejercida por el conductor A sobre el B viene expresada por:

$$F_{AB} = \frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 35}{2\pi 0,2} = 3,5 \cdot 10^{-4} \mathrm{N/m}$$

3. (**Aragón, Jun. 2016**.) Sobre el eje x se sitúa una carga Q_1 = 4 μC. A una distancia d_1 = 12 cm a la derecha de Q_1 colocamos una segunda carga Q_2, y a distancia d_2 = 8 cm a la derecha de Q_2 se sitúa una tercera carga q = 3 μC. La fuerza total que actúa sobre la carga q es F = 150 N en la dirección positiva del eje x. Determine el valor (con su signo) de la carga Q_2. (1 punto) Datos: K = 1/(4πεo) = $9{\cdot}10^9$ N.m^2.C^{-2}; 1 μC = 10^{-6} C.

Solución: En primer lugar, veamos la fuerza que la carga Q_1 ejerce sobre la carga q, de 3 μC. Dicha fuerza tiene el valor:

$$F_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,2^2} = 2,7\,\mathrm{N}$$

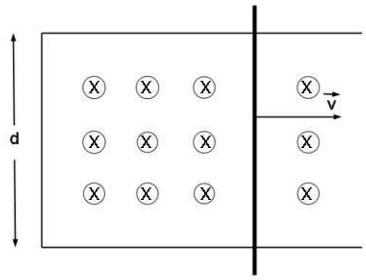
Puesto que la fuerza resultante es de 150 N, la fuerza ejercida por Q_2 sobre q deberá tener la dirección y sentido de F_1, de forma que la resultante de F_1 y F_2 valga 150 N. Por tanto, la carga de Q_2 debe ser positiva, cumpliéndose que:

$$F_2 = \frac{9 \cdot 10^9 Q_2 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,08^2} = 150 - 2,7 = 147,7\,\mathrm{N}$$

despejando, obtendremos:

$$Q_2 = \frac{147,7 \cdot 0,08^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 3,5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$$

4. **(Aragón, Sept. 2016)** Un alambre conductor se dobla en forma de U, con sus lados paralelos separados una distancia d = 20 cm. Sobre estos lados se apoya una varilla conductora, formando un circuito rectangular por el que puede circular corriente eléctrica. Existe un campo magnético uniforme de intensidad B = 0,20 T perpendicular al plano del circuito y, en la figura, dirigido hacia adentro. La varilla se mueve con velocidad uniforme v = 0,50 m/s, como indica la figura.



Calcule la f.e.m. inducida en el circuito. b) ¿En qué sentido circula corriente por la varilla? Razone su respuesta.

Solución: La fuerza electromotriz inducida viene dada por la Ley de Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS}}{dt} = -\frac{B\,d\,v\,dt}{dt} = -0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,50 = -0,02\,\mathrm{V}$$

Aplicando la regla de la mano izquierda, los electrones del conductor rectilíneo tendería a desplazarse de arriba hacia abajo, por lo que el sentido de la corriente es el contrario.

5. **(Aragón, Sept. 2016)** Colocamos tres cargas iguales de valor Q = 2 μC en los puntos (1, 0), (0, -1) y (0, 1) m. ¿Cuál es el trabajo necesario para trasladar una carga eléctrica puntual q = 1 μC desde el punto (0, 0) al punto (-1, 0) m? (1 punto) Datos: K = 1/(4πεo) = 9· 10^9 N·m^2·C^{-2}, 1 μC = 10^{-6} C.

Solución: Las energías potenciales inicial y final de la carga de 1μC bajo la acción de las otras tres, serán, respectivamente:

$$U_0 = 3\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{1} = 0,054\,\mathrm{J}$$

$$\mathrm{U}_1 = 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{2} = 0,034\,\mathrm{J}$$

El trabajo realizado por el campo eléctrico es: $W = U_0 - U_1$ = 0,54 - 0,34 = 0,20 J. El trabajo realizado por la fuerza que debemos aplicar tiene el mismo valor pero signo contrario, es decir, W_{fuerza} = -0,20 J.

6. (**Asturias, Jun. 2016**.) Un campo magnético de 0,25 T forma un ángulo de 30º con el eje de una bobina circular de 300 espiras y radio 4 cm. a) Calcula el flujo magnético a través de la bobina. b) Hallar la fuerza electromotriz inducida en la bobina si el campo magnético desciende linealmente a cero en un tiempo de 2,5 segundos.

Solución: a) El flujo magnético viene expresado por:

$$\phi = N\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = NB \cdot S \cos\alpha = 300 \cdot 2,5\pi \cdot 0,4^2 \cos 30^{\text{o}} = 3,26\,\text{wb}$$

b) La fuerza electromotriz inducida es:

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

Puesto que el flujo varía linealmente con el tiempo, podremos poner:

$$\epsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{3,26 - 0}{0,25} = 1,30\,\text{V}$$

7. **(Asturias, Jul. 2016)** a) Considera dos cargas puntuales fijas Q_1= 1 µC y Q_2 = −2 µC separadas una distancia d = 30 cm. Determina la distancia a Q_1 del punto sobre la recta que une ambas cargas donde el potencial eléctrico es nulo b) ¿Es también nulo allí el campo eléctrico? En caso contrario calcula su valor. Dato: K=9·10^9 N m^2/C^2.

Solución: El punto puede encontrarse sobre el segmento que une ambas cargas, teniendo en cuenta el carácter escalar del potencial eléctrico. Si llamamos x a la distancia desde Q_1 hasta dicho punto (y, por tanto, 0,3-x a la distancia entre el punto y Q_2), tendremos:

$$V = 0 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{x} + \frac{9 \cdot 10^9(-2 \cdot 10^{-6})}{0,3 - x}$$

De donde obtenemos x = **0,1 m**. Otra posible posición para este punto sería a la izquierda de la carga de 1 μC, pudiendo entonces escribir:

$$V = 0 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{x} + \frac{9 \cdot 10^9(-2 \cdot 10^{-6})}{0,3 + x}$$

Obteniéndose, en este caso, x = **0,3 m.**

b) El campo eléctrico es una magnitud vectorial. Teniendo en cuenta este carácter, el campo eléctrico en un punto situado entre las dos cargas nunca puede ser nulo, pues el vector campo eléctrico de cada una de las cargas tiene la misma dirección y sentido (sentido positivo del eje X). Para el punto situado a la izquierda de Q_1 tendríamos:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{0,3^2}\overrightarrow{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,6^2}\overrightarrow{i} \neq 0$$

Por lo que el campo eléctrico tampoco sería nulo.

8. **(Asturias, Jul. 2016)** El eje de una bobina de N=200 espiras circulares de radio R = 0,2 m es paralelo a un campo magnético uniforme de valor B=0,25 T. Calcula la fuerza electromotriz inducida en los extremos de la bobina, cuando durante un intervalo de tiempo Δt = 100 ms y de forma lineal se duplica el campo magnético.

Solución: El flujo del campo magnético será:

$$\varphi = N\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = 200 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cdot 0,25 = 0,28\,\text{Wb}$$

El valor de dicho flujo cuando hayan transcurrido diez segundos será el doble del calculado, es decir, 0,56 Wb. la f.e.m. inducida será entonces:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{0,28}{0,1} = -2,8\,\text{V}$$

9. **(Asturias, Jul. 2016)** Calcula el valor del campo magnético creado por un hilo conductor largo y rectilíneo por el que circula una corriente de 100 A a una distancia de 5 m del mismo. Repite el cálculo para una corriente de 10 A y para otra de 50 A, también a una distancia de 5 m del hilo conductor. Explica la relación que hay entre los diferentes valores del campo magnético y la corriente en el hilo. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A.

Solución: Utilizando la expresión del campo magnético creado por un hilo rectilíneo e indefinido:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Y sustituyendo los valores de intensidad 100, 10 y 50 A, obtenemos los siguientes valores:

$$B_1 = 4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T};\ \mathrm{B}_2 = 4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T};\ \mathrm{B}_3 = 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

La relación B/I será:

I (A)	100	10	50
B/I (T/A)	$4 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$

10. **(Baleares, Jun. 2016)** Una partícula alfa es acelerada desde el reposo por acción de una diferencia de potencial de 5,0 kV; a continuación, entra en un campo magnético de 0,25 T perpendicular a la velocidad de la partícula. Describa cuantitativamente la trayectoria que seguirá la partícula dentro del campo magnético. (La masa de una partícula alfa es de $6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg). Dato: carga del protón: $1{,}6 \cdot 10^{-19}$C;

Solución: En primer lugar, hallamos la velocidad de la partícula α:

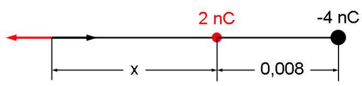
$$q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 5000}{6,64 \cdot 10^{-27}}} = 6,94 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

La partícula describirá un movimiento circular, cuyo radio será:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \cdot 6,94 \cdot 10^5}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,25} = 5,76 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

11. **(Baleares, Jun. 2016)** Dos cargas de 2 y -4 nC, respectivamente se encuentran separadas por una distancia de 8 mm. Determine en qué punto de la recta que pasa por ambas cargas se anula el campo eléctrico. Dibuje un esquema con las dos cargas y el punto que haya determinado.

Solución: Teniendo en cuenta que una de las cargas es positiva y la otra negativa, el punto en el que se anula el campo eléctrico resultante se encontrará a la izquierda de la carga positiva, como podemos ver en la siguiente representación gráfica.



Para calcular la distancia desde este punto a cada una de las cargas, tendremos:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^9}{x^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^9}{(0,008 + x)^2}$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos: x = **1,95**$\cdot 10^{-2}$ **m** y 0,008 + x = **2,75**$\cdot 10^{-3}$ **m**

12. **(Baleares, Jun. 2016)** Sobre una carga de 3;2 µC actúa una fuerza eléctrica de 2,4 N. La carga está situada entre dos placas metálicas planas y paralelas separadas 2;0 mm. ¿Cuál es el valor de la diferencia de potencial que existe entre las placas?

Solución: La fuerza debida al campo eléctrico es: F = qE = 2,4 = 3,2$\cdot 10^{-6}$E, de donde se obtiene que E = 7,5$\cdot 10^{5}$ N/C. Teniendo en cuenta la relación:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta r} \qquad \Delta V = E\Delta r = 7,5 \cdot 10^5 \cdot 0,002 = 1500\,\mathrm{V}$$

13. **(Baleares, Jun. 2016)** Por una espira circular de radio 5;0 cm circula una corriente de intensidad 10,0 A. Determine el vector campo magnético B en el centro de la espira. (Permeabilidad magnética del vacío: μ_0= 4$\pi\cdot 10^{-7}$N/A^2).

Solución: El campo magnético en el centro de la espira es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1,26 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

14. (**Canarias, Jun. 2016**) Calcule la fuerza con la que se atraen un protón y un electrón separados entre sí una distancia de 10^{-10} m ¿Cuál es la energía potencial electrostática de este sistema de cargas? Datos: K=$9 \cdot 10^9$ N$\cdot$m$^2\cdot$C^{-2}; q$_e$= –1.60$\cdot 10^{-19}$ C; q$_p$=1.60$\cdot 10^{-19}$ C

Solución: La fuerza entre dos cargas es:

$$F = \frac{Kqq\prime}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} = 2,3 \cdot 10^{-8}\mathrm{N}$$

La energía potencial será:

$$U = \frac{Kqq\prime}{r} = -\frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{10^{-10}} = -2,3 \cdot 10^{-18}\mathrm{J}$$

15. (**Canarias, Jun. 2016**) Una carga puntual positiva de 1$\cdot 10^{-6}$ C está situada en el punto A(0,2) de un sistema cartesiano de coordenadas. Otra carga puntual negativa de -1$\cdot 10^{-6}$ C está situada en el punto B(0,–2). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcule: a) El vector intensidad de campo eléctrico de la distribución en el punto C(2,0). b) El valor del potencial electrostático en el punto D(1,1). c) El trabajo realizado por el campo eléctrico de la distribución, para traer una carga puntual de 1 C desde el infinito hasta el punto D(1,1).Dato: K=9$\cdot 10^9$N$\cdot$m$^2\cdot$C^{-2}

Solución: a) La intensidad de campo eléctrico será:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \overrightarrow{u_1} + \left|\overrightarrow{E_2}\right| \overrightarrow{u_2}$$

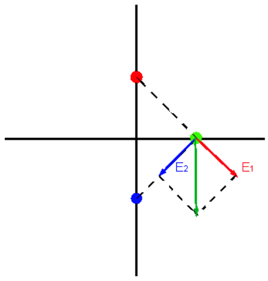
Siendo $\overrightarrow{u_1}$ y $\overrightarrow{u_2}$ vectores unitarios. Los vectores campo eléctrico creados por cada una de las cargas pueden verse en la siguiente imagen:

Los vectores unitarios serán, respectivamente:

$$\overrightarrow{u_1} = \frac{(2-0)\overrightarrow{i} + (0-2)\overrightarrow{j}}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{2\overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}}{\sqrt{8}} \quad \text{y} \quad \overrightarrow{u_2} = \frac{(0-2)\overrightarrow{i} + (2-0)\overrightarrow{j}}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{-2\overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}}{\sqrt{8}}$$

Por otra parte:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2^2+2^2})^2}$$



Con lo que, sustituyendo, obtenemos:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2^2+2^2})^2} \frac{-4\vec{j}}{\sqrt{8}} = \frac{-36 \cdot 10^3 \vec{j}}{8\sqrt{8}} = -1,59 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

b) El potencial electrostático en (1,1) será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Kq}{r_1} + \frac{Kq}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{1^2+(-1)^2}} + \frac{9 \cdot 10^9(-10^{-6})}{(\sqrt{1^2+3^2}} = 3518 \text{ V}$$

c) El trabajo vendrá expresado por:

$$W = -\Delta U = U_\infty - U_0 = 0 - U_0$$

Siendo:

$$U_0 = U_1 + U_2 = \frac{Kq1}{r_1} + \frac{Kq1}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} 1}{(\sqrt{1^2+(-1)^2}} + \frac{9 \cdot 10^9(-10^{-6})1}{(\sqrt{1^2+3^2}} = -3518 \text{ J}$$

16. (**Canarias, Jun. 2016**) Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en una región del espacio donde existe un campo magnético perpendicular al plano de la espira, cuyo módulo varía con el tiempo según la expresión B(t) = 0.8·sen (5t) (T), donde el tiempo t se mide en segundos. Si la resistencia de la espira es de 0.1 Ω, ¿qué intensidad de corriente circula por la espira en el instante t =18 s?

Solución: La fuerza electromotriz inducida es

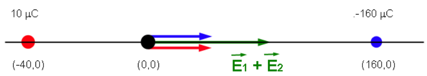
$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d[\pi \cdot 0,02\ ^2 \cdot 0{,}8 \cdot sen(5t)]}{dt} = \pi \cdot 0,02^2 \cdot 0,8 \cdot 5 \cos(5t) = 5,02 \cdot 10^{-3} \cos(5t)$$

Para t = 18 s, $\epsilon = 5,02 \cdot 10^{-3} \cos(5 \cdot 18) = 0$, por lo que la intensidad de la corriente en ese instante será:

$$I = \frac{\epsilon}{R} = 0 \text{ A}$$

17. (**Cantabria, Jun. 2016**) Dos cargas eléctricas de +10 µC (positiva) y –160 µC (negativa) están fijas en los puntos (–40,0) y (160,0) del plano (X,Y). Todas las coordenadas se dan en metros. a) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto (0,0). b) Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0). Datos: 1 µC = 10^{-6} C

Solución: a) La representación gráfica será la siguiente:



El campo eléctrico puede ser expresado como:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \overrightarrow{u_1} + \left|\overrightarrow{E_1}\right| \overrightarrow{u_2}$$

El módulo del campo eléctrico creado por cada una de las cargas será:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{Kq_1}{r_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5}}{40^2} = 56,25 \cdot 10^4 \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4}}{160^2} = 56,25 \cdot 10^4$$

Así pues:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \overrightarrow{u_1} + \left|\overrightarrow{E_1}\right| \overrightarrow{u_2} = 56,25 \cdot 10^4 \overrightarrow{i} + 56,25 \cdot 10^4 \overrightarrow{i} = 1,125 \cdot 10^4 \,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

b) El potencial en dicho punto será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Kq_1}{r_1} + \frac{Kq_2}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5}}{40} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4}}{160} = 2250 - 9000 = -6750 \,\mathrm{V}$$

18. (**Cantabria, Jun. 2016**) Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión B(t) = 10 sen (5t) (en unidades del SI) atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm. a) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo. b) Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.

Solución: a) El flujo magnético será:

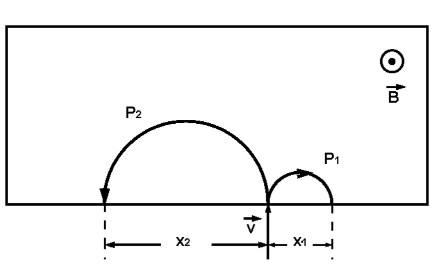
$$\varphi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = BS\cos\alpha = 10\,\mathrm{sen}\,(5\mathrm{t}) \cdot \pi \cdot 1^2 \cos 0^{\circ} = 10\pi \, sen\,(5t)\,\mathrm{wb}$$

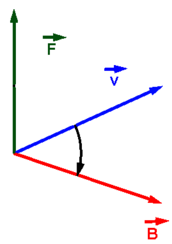
b) La fuerza electromotriz tiene la expresión:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -5 \cdot 10\pi \cos(5t)\,\mathrm{V}$$

El valor máximo será: $\varepsilon = 50\pi\mathrm{V}$

19. (**Castilla La Mancha, Jun. 2016**) Dos partículas cargadas, P_1 y P_2, de masas iguales m = $3{\cdot}10^{-6}$ kg, entran en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular (B = 0.50 T) orientado según se indica en la figura. A su entrada, las dos partículas tienen la misma velocidad, v = 200 m/s. Una vez dentro, las partículas se separan siguiendo las trayectorias semicirculares indicadas, siendo x_1 = 20 cm y x_2 = 50 cm. a) Explicar razonadamente el signo de la carga de cada partícula y determinar el valor de dichas cargas. b) Calcular la energía cinética de las partículas y la aceleración debida a la fuerza magnética que actúa sobre cada una de ellas. c) Calcular el tiempo invertido por cada partícula en recorrer su respectiva trayectoria semicircular.





Solución: a) Puesto que la desviación de cada carga se produce en sentido contrario, las cargas tienen diferente signo, siendo positiva la que se desvía hacia la izquierda y negativa la que se desvía hacia la derecha(en aplicación de la regla del tornillo, cuya representación esquemática puede verse en la imagen anterior).

Para determinar el valor de las cargas, tendremos que:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \longrightarrow q = \frac{mv}{rB}$$

Así pues:

$$q_1 = \frac{mv}{r_1B} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{0,2 \cdot 0,5} = 6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C} \quad \mathrm{y} \quad \mathrm{q_2} = \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{r_2B}} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{0,5 \cdot 0,5} = 2,4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C}$$

b) Al tener la misma masa y velocidad, la energía cinética de cada una de las partículas tiene el mismo valor:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}3 \cdot 10^{-6} \cdot 200^2 = 0,06\,\mathrm{J}$$

La aceleración centrípeta debida a la fuerza magnética es: $a = v^2/r$, siendo:

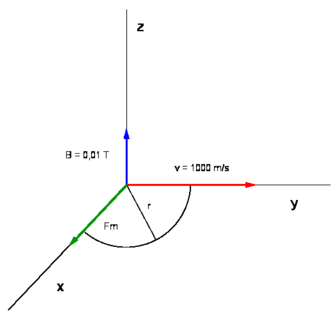
$$a_1 = \frac{200^2}{0,2} = 2 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} \quad \mathrm{y} \quad \mathrm{a_2} = \frac{200^2}{0,5} = 8 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

c) El tiempo invertido en describir cada una de las circunferencias será: $T = 2\pi r/v$, con lo cual:

$$t_1 = \frac{2\pi \cdot 0,2}{200} = 6,28 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s} \quad y \quad t_2 = \frac{2\pi \cdot 0,5}{200} = 1,57 \cdot 10^5\,\mathrm{s}$$

20. **(Castilla la Mancha, Sept. 2016)** Una partícula cargada positivamente que viaja a 1000 km/s en la dirección del eje Y, sentido positivo, entra en una región donde hay un campo magnético uniforme de 0.01 T orientado en el sentido positivo del eje Z. Una vez dentro del campo magnético describe una trayectoria circular de 1.04 m de radio. Si la masa de esta partícula es $1.67{\cdot}10^{-27}$ kg, se pide: a) Dibujar un esquema mostrando la trayectoria que sigue dentro del campo magnético y calcular la carga de la partícula. b) Hallar la fuerza magnética que actúa sobre la partícula y la aceleración que produce sobre ella. Dibújese esquemáticamente dicha fuerza. c) ¿Cómo debería disponerse un campo eléctrico en la misma región donde existe el campo magnético para que la partícula atravesara dicha región sin desviarse? ¿Qué módulo, dirección y sentido debería tener ese campo eléctrico? Dibújese esquemáticamente.

Solución: a) Un posible esquema sería el siguiente:



Donde puede verse que la fuerza debida al campo magnético es perpendicular al plano que contiene a v y a B. La trayectoria de la partícula cargada será una circunferencia de radio r, situada en el plano XY.
Para calcular el radio de la trayectoria, igualamos la fuerza magnética , qvB, a la fuerza centrípeta, $\mathrm{mv^2/r}$. Despejando, tendremos:

$$q = \frac{mv}{rB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6}{0,01 \cdot 1,04} = 1,60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

b) Al ser perpendiculares el campo magnético y la trayectoria de la partícula, podremos poner:

$$F_m = qvB = 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 0,01 = 1,60 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}$$

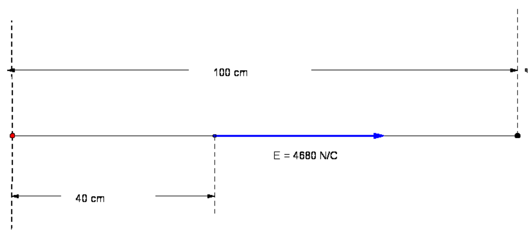
$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-15}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 9,58 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

La fuerza se ha representado gráficamente en la imagen anterior.
c) Para que la partícula cargada no experimentara desviación, debería aplicarse un campo eléctrico $\overrightarrow{E}$ que cumpliera la condición:

$$q\overrightarrow{E} + q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = 0 \qquad 1,60 \cdot 10^{-19}E = 1,60 \cdot 10^{-15} \quad \text{Por lo cual :} \quad E = 10^4\,\mathrm{N/C}$$

El campo eléctrico deberá colocarse perpendicularmente al campo magnético, y en el sentido negativo del eje X.

21. **(Castilla la Mancha, Sept. 2016)** Dos cargas puntuales del mismo valor y signos opuestos están separadas por una distancia de 100 cm. En el punto intermedio situado a 40 cm de la carga de la izquierda el campo eléctrico tiene la orientación mostrada en la figura y su valor es 4680 N/C.



Se pide: a) Explicar razonadamente cuál es el signo de cada carga y calcular el valor de dicha carga. Se valorará un esquema apropiado. b) Calcular la diferencia de potencial entre el punto intermedio situado a 40 cm de la carga de la izquierda y otro punto intermedio situado a 40 cm de la carga de la derecha. c) Calcular la energía potencial electrostática de estas dos cargas. ¿Cómo interpretamos su signo).Dato. Constante de la ley de Coulomb k = $9{\cdot}10^9$ N·m^2·C^{-2}.

Solución: a) El campo eléctrico debido a dos cargas en un punto dado tiene la expresión: $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$. Analizando la gráfica, el módulo del mayor de los campos (creado por la carga que se encuentre a menor distancia del punto) debe ir dirigido hacia la derecha, pues el campo resultante tiene este sentido. La carga de la izquierda será, pues, positiva y la de la derecha, negativa, pues el enunciado afirma que ambas son de distinto signo.
Para calcular el valor de la carga, podremos poner:

$$\left|\overrightarrow{E}\right| = \left|\overrightarrow{E_1}\right| + \left|\overrightarrow{E_2}\right| \longrightarrow 4680 = \frac{9 \cdot 10^9 q}{0,4^2} + \frac{9 \cdot 10^9 q}{0,6^2}$$

Obteniéndose un valor de q = $5{,}76{\cdot}10^{-8}$ C.
b) Los potenciales serán, respectivamente::

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{0,4} + \frac{9 \cdot 10^9(-5,76 \cdot 10^{-8})}{0,6} = 432\,\mathrm{V}$$

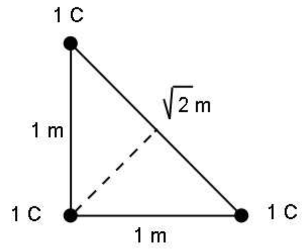
$$V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}}{0,6} + \frac{9 \cdot 10^9(-5,76 \cdot 10^{-8})}{0,4} = -432\,\mathrm{V}$$

Por tanto, Δ V = -432 - 432 = -864 V
c) La energía potencial será:

$$U = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5,76 \cdot 10^{-8}\,(-5,76 \cdot 10^{-8})}{1} = -2,99 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{J}$$

La fuerza entre ambas cargas es de atracción. la energía potencial negativa indica que para separar las cargas hay que realizar un trabajo mediante una fuerza externa.

22. **(Castilla y León, Jun. 2016)** Tres cargas puntuales de +1 C se encuentran en las esquinas de un triángulo rectángulo como se muestra en la figura. a) Calcule el módulo de la fuerza que actúa sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto. (1,2 puntos) b) Calcule el potencial eléctrico en el punto medio de la hipotenusa.



Solución: a) El módulo de la fuerza que cada una de las otras cargas crea sobre la que ocupa el vértice del ángulo recto será el mismo, y su valor es:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{Kqq'}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1^2}{1^2} = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N}$$

Como las direcciones de los dos vectores fuerza son perpendiculares, el módulo de la fuerza resultante será:

$$\left|\overrightarrow{F_r}\right| = \sqrt{(9 \cdot 10^9)^2 + (9 \cdot 10^9)^2} = 1,27 \cdot 10^{10}\,\mathrm{N}$$

b) En el punto medio de la hipotenusa, las distancias de las tres cargas son iguales, por lo cual:

$$V = 3\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1}{\sqrt{2}/2} = 1,27 \cdot 10^{10}\,\mathrm{V}$$

23. **(Castilla y León, Sept. 2016)** Una bobina circular de 200 espiras y 5 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético orientado en la dirección del eje de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la siguiente expresión: B = 3+9t−6t^2+t^3 (S.I.). Determine: a) La fem inducida en la bobina en el instante t = 2 s. b) El instante o instantes en los que la fem inducida en la bobina es nula.

Solución: a) La f.e.m. inducida tiene la expresión:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S})}{dt}$$

En el ejemplo, esta expresión queda de la forma:

$$\varepsilon = -\frac{d(\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S})}{dt} = -N \cdot S\,\frac{dB}{dt} = 200\pi(5 \cdot 10^{-2})^2\,\frac{d(3 + 9t - 6t^2 + t^3)}{dt} = 200\pi(5 \cdot 10^{-2})^2(9 - 12t + 3t^2)$$

Que para t = 2 s tomará el valor: ε= $200\pi(5 \cdot 10^{-2})^2(9 - 24 + 12)$ = 4,71 V
b) La f.e.m. será nula cuando la derivada respecto al tiempo del campo magnético sea cero, es decir:

$$9 - 12t + 3t^2 = 0$$

Al resolver la ecuación de 2º grado, obtenemos los valores t = 1 s y t = 3 s.

24. **(Castilla y León, Sept. 2016)** Dos cargas puntuales de 1 μC y 4 μC respectivamente, se encuentran a una distancia de 3 m una de la otra. a) ¿En qué punto entre ambas el campo eléctrico es nulo? b) Calcule el trabajo para mover una tercera carga de 1 μC desde dicho punto hasta el punto medio en la línea que las une.

Solución: a) Al tener las cargas el mismo signo, el punto en el que la intensidad de campo es nula se encontrará entre ambas cargas, cumpliéndose que:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| \qquad \frac{K \cdot 10^{-6}}{x^2} = \frac{K \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(3-x)^2} \longrightarrow \left(\frac{3-x}{x}\right)^2 = 4$$

Puesto que x no puede ser negativo, ya que 3 - x sería mayor que 3 y, por tanto, el punto estaría fuera del segmento que une las dos cargas, podremos tomar la raíz cuadrada en ambos miembros, quedando:

$$\frac{3-x}{x} = 2$$

Lo que nos da un valor de x = 1 m.
b) El trabajo realizado por el campo eléctrico para desplazar la carga sería: W = q(V_1 - V_2), siendo:

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{2} = 27000\text{V} \quad \text{y} \quad \text{V}_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{1,5} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{1,5} = 30000\,\text{V}$$

Puesto que V_1 -V_2 es negativo, deberemos aplicar una fuerza para desplazar la carga, cumpliéndose que:

$$W = -q(V_1 - V_2) = q(V_2 - V_1 = 10^{-6}\,(30000 - 27000) = 3 \cdot 10^{-3}\,\text{J}$$

25. (**Cataluña, Jun. 2016**) Un cañón de electrones que dispara estas partículas las acelera, por medio de un campo eléctrico uniforme generado por dos placas metálicas (A y B), desde el reposo hasta una velocidad de 2,00 × 10^6 m s^{-1} (figura 1). Dentro del cañón, los electrones inician el recorrido en la placa A y viajan hacia la placa B, por donde salen horizontalmente hacia la derecha por un pequeño orificio. Las dos placas son paralelas y están separadas por 4,00 cm. a) Calcula la diferencia de potencial entre las dos placas e indica cuál de las dos tiene el potencial más alto y cuál el más más bajo. Dibuja la figura 1 y representa sobre ella las líneas de campo eléctrico entre las dos placas. b) Más adelante, los electrones pasan entre otras dos placas, que generan un campo eléctrico uniforme de 500 N C^{-1} orientado verticalmente hacia arriba (figura 2). Calcula la aceleración de los electrones cuando se encuentren bajo la acción de este campo eléctrico y las dos componentes de la velocidad al salir del recinto donde actúa el campo eléctrico. Datos: |e| = 1,6 × 10^{-19} C. me = 9,11 × 10^{-31} kg. Nota: Considerad despreciable el campo gravitatorio.

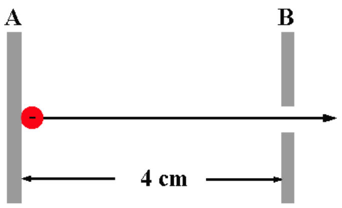


Figura 1

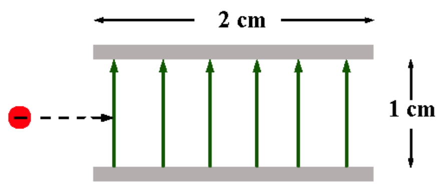


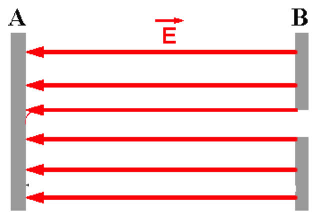
Figura 2

Solución: a) La energía cinética de los electrones será:

$$E_c = q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{con lo cual :} \quad \Delta\text{V} = \frac{9,11{\times}10^{-31}(2 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1,6{\times}10^{-19}} = 11,3\,\text{V}$$

El electrón se dirige desde la zona de menor a la de mayor potencial, por lo que la placa B tiene mayor potencial que la placa A.

El campo eléctrico entre ambas placas puede ser representado de la siguiente forma:



b) Los electrones son acelerados verticalmente por la acción del campo eléctrico, siendo su aceleración:

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{1,6{\times}10^{-19} \cdot 500}{9,11{\times}10^{-31}} = 8,78 \cdot 10^{13}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

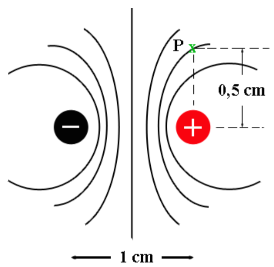
El tiempo invertido en recorrer el espacio sobre el que actúa el segundo campo eléctrico será:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{0,02}{2 \cdot 10^6} = 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

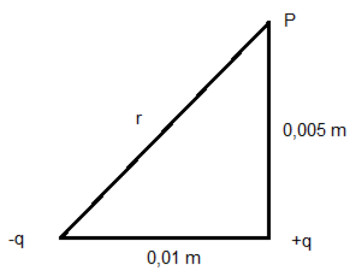
Las componentes de la velocidad al abandonar la zona de influencia del segundo campo eléctrico serán:

$$v_x = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \quad \text{y} \quad v_y = v_{0y} + at = 8,78 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-8} = 8,78 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

26. **(Cataluña, Jun. 2016**) Un dipolo está formado por una carga positiva +q y una carga negativa –q, del mismo valor, separadas por 1,00 cm. En la figura se han representado las superficies equipotenciales con la misma separación de potenciales entre cada par de líneas consecutivas. Sabemos que en el punto P el potencial es de +10 V. a) Reproduce la figura e indica los valores de potencial eléctrico de cada una de las superficies equipotenciales que aparecen. Representa también, de manera aproximada, las líneas de campo eléctrico de esta región del espacio. b) Calcula el valor de las cargas +q y –q. Dato: K = $8{,}99{\cdot}10^9\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$.



Solución: a) La distancia de la carga negativa al punto P se calcula hallando la hipotenusa del siguiente triángulo:



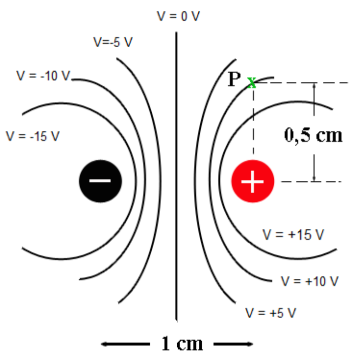
$$r = \sqrt{0,01^2 + 0,005^2} = 1,12 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

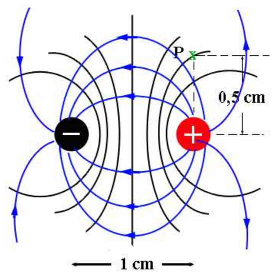
El potencial en el punto P será:

$$V = \frac{Kq_1}{r_1} + \frac{Kq_2}{r_2} = \frac{-8,99 \cdot 10^9 q_1}{1,12 \cdot 10^{-3}} + \frac{8,99 \cdot 10^9 q}{5 \cdot 10^{-3}} = 10$$

Despejando, obtenemos que q = 10^{-11} C.

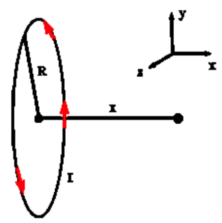
Sobre la recta situada entre las dos cargas, el potencial será cero, pues la distancia de cada una de las cargas a cualquier punto de dicha recta es la misma. Como la separación de potenciales entre cada dos líneas consecutivas es constante, los potenciales de cada una de las superficies son las que se representan a continuación (imagen izquierda), mientras que las líneas de fuerza quedan representadas en la imagen de la derecha:





27. (**Cataluña, Jun. 2016**) Una espira magnética está situada en el plano YZ, tiene un radio R = 5 cm y transporta una corriente de 10 A. a) Calcula el módulo del campo magnético en el centro de la espira (en µT). b) ¿Que sentido debe tener la corriente eléctrica que circula por la espira para que el campo magnético en el centro vaya en el sentido positivo del eje x? Dato: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1}. Nota: El módulo del campo magnético creado por una espira en un punto del eje x es:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

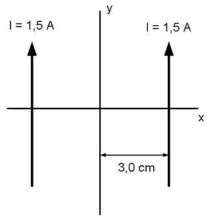


Solución: a) En el centro de la espira, se cumple que x = 0, por lo que el campo magnético en este punto será:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 0,05} = 1,26 \cdot 10^{-4}\,\text{T} = 126\,\mu\text{T}$$

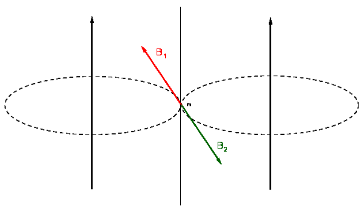
b) El sentido de la corriente en la espira es el indicado, en color rojo, en la imagen.

28. **(Cataluña, Sept. 2016)** Por un hilo recto muy largo circula una corriente de 1,5 A en el sentido positivo de la dirección y, siguiendo la línea x = –3,0 cm. Otro hilo con las mismas características, por el que circula también una corriente de 1,5 A en el sentido positivo de la dirección y, sigue la línea x = 3,0 cm, como muestra la figura. a) Calcule el campo magnético (módulo, dirección

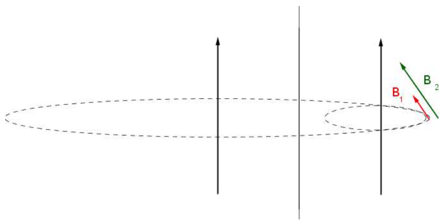


y sentido) en x = 0 y haga un esquema justificando el resultado. b) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) en x = 5,0 cm y haga un esquema justificando el resultado. Dato: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1}. Nota: El módulo del campo magnético creado por un hilo conductor infinito por el que circula una intensidad de corriente I es: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ donde r es la distancia al hilo conductor.

Solución: a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos deducir que el campo magnético en x = 0 es nulo pues, al aplicar la regla de la mano derecha, el vector campo magnético creado por de cada una de las corrientes tiene el mismo módulo y dirección, pero sentido contrario que el de la otra.
b) El campo magnético creado en x = 5 se puede representar de la siguiente forma:

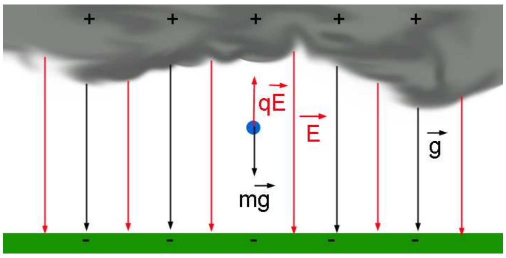


El campo magnético en este punto será:

$$\left|\overrightarrow{B}\right| = \left|\overrightarrow{B_1}\right| + \left|\overrightarrow{B_2}\right| = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5}{2\pi}\left(\frac{1}{0,08} + \frac{1}{0,02}\right) = 1,875 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

29. **(Cataluña, Sept. 2016)** Una nube eléctricamente cargada está situada a 4,7 km de altura sobre el suelo. La diferencia de potencial entre la base de la nube y el suelo es de $2,3 \times 10^6$ V. Se supone que el campo eléctrico en esta región es uniforme y que la carga eléctrica de la nube es positiva. Una gota de agua que está entre la nube y el suelo tiene una masa de 1,3 mg y una carga de valor Q. En un momento dado, la gota asciende hacia la nube con una velocidad constante de 2 m s^{-1} (sin tener en cuenta las corrientes de aire ni el rozamiento). a) Dibuje un esquema de la situación descrita por el problema y represente las cargas eléctricas implicadas y los campos vectoriales (gravitatorio y eléctrico). Calcule la intensidad del campo eléctrico que hay entre la nube y el suelo indicando su módulo, su dirección y su sentido. b) Calcule el valor de la carga Q (en nC) y razone qué signo debería tener. Dato: g = 9,81 m s^{-2}.

Solución: a) El esquema podría ser el siguiente:



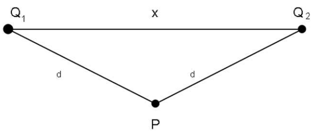
La intensidad de campo eléctrico sería:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{2,3 \cdot 10^6}{4,7 \cdot 10^3} = 489,4\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

La dirección es la recta perpendicular a la nube y la Tierra y el sentido el que se dirige de la primera hacia la segunda.
b) La carga debe tener signo negativo, pues se dirige de la Tierra hacia la nube. Para hallar su valor, teniendo en cuenta que la gota asciende con velocidad constante, se cumplirá que: mg = qE, por tanto:

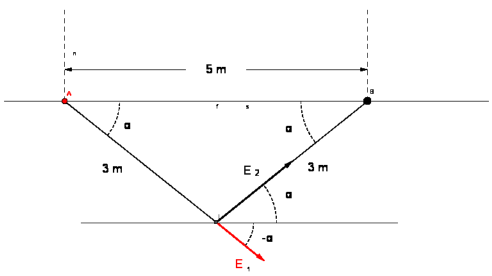
$$q = \frac{1,3 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8}{489,4} = 2,60 \cdot 10^{-8} B = 26\,\mathrm{nC}$$

30. **(Cataluña, Sept. 2016)** Dos cargas eléctricas (Q_1 y Q_2) están dispuestas tal como muestra la figura:



Se conocen los siguientes datos: Q_1 = 2,00 μC, Q2 = –4,00 μC, x = 5,00 m y d = 3,00 m. a) Represente y calcule el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el punto P, y calcule también el potencial eléctrico en el mismo punto. b) Se cambian las dos cargas Q_1 y Q_2 por otras con valores distintos, pero situadas en la misma posición que las originales. Con esta nueva configuración, el campo eléctrico creado por las dos cargas sobre el segmento x se anula a 1 m de distancia de la nueva carga Q_1. Explique razonadamente cuál será el signo de estas cargas y calcule la relación que habrá entre sus valores. Dato: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$

Solución: a) La representación gráfica es la siguiente:



El campo eléctrico en el punto P será: $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$, siendo $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_x} + \overrightarrow{E_y}$.

$$\overrightarrow{E_{1x}} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \cos(-\alpha)\,\overrightarrow{i} \qquad \overrightarrow{E_{1y}} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \operatorname{sen}(-\alpha)\,\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{E_{2x}} = \left|\overrightarrow{E_2}\right| \cos(\alpha)\,\overrightarrow{i} \qquad \overrightarrow{E_{2y}} = \left|\overrightarrow{E_2}\right| \operatorname{sen}(\alpha)\,\overrightarrow{j}$$

Siendo:

$$\cos\alpha = \frac{2,5}{3} \longrightarrow \alpha = 33,56^{\text{o}} \qquad \operatorname{sen}\alpha = 0,553$$

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 2\cdot 10^{-6}}{3^2} = 2000\,\text{N/C} \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 4\cdot 10^{-6}}{3^2} = 4000\,\text{N/C}$$

Sustituyendo estos valores:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_{1x}} + \overrightarrow{E_{1y}} + \overrightarrow{E_{2x}} + \overrightarrow{E_{2y}}. = 5000\,\overrightarrow{i} + 1105\,\overrightarrow{j}$$

El potencial eléctrico en este punto será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 2\cdot 10^{-6}}{3} + \frac{9\cdot 10^9 (-4\cdot 10^{-6})}{3} = -6000\,\text{V}$$

b) El signo de ambas cargas será el mismo (sin poder precisar si éste es positivo o negativo) pues, el anularse el campo resultante en un punto situado entre ambas cargas, indica que los dos vectores campo tienen sentidos contrarios (además de mismo módulo y dirección). La relación entre sus valores se podrá obtener de:

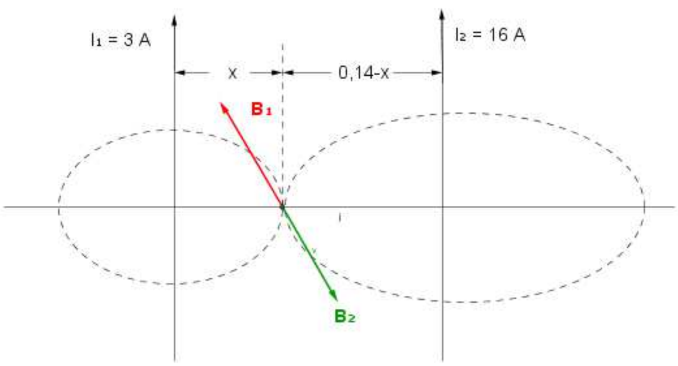
$$\frac{Kq_1}{1^2} = \frac{Kq_2}{4^2}$$

Con lo que se obtiene la relación:

$$\frac{q_2}{q_1} = 16$$

31. (**Extremadura, Jun. 2016**) Dos alambres rectos, paralelos y de longitud infinita están separados, en el vacío, una distancia de 14 cm y conducen corrientes que tienen el mismo sentido. La intensidad de la corriente en el primer alambre es de 3 A, y de 16 A en el segundo. Sabiendo que la permeabilidad magnética del vacío es: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$T·m/A, determine la distancia al primer alambre del punto del segmento que los une donde se anula la intensidad del campo creado por ambos.

Solución: La representación gráfica sería la siguiente:



La expresión que da el campo magnético creado por un conductor rectilíneo es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

para que el campo resultante sea nulo, deberá cumplirse que:

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \qquad \frac{\mu_0.3}{2\pi x} = \frac{\mu_0 \cdot 16}{2\pi(0,14 - x)}$$

Resolviendo la ecuación, obtenemos x = **0,022 m**.

32. **(Extremadura, Jul. 2016)** Una carga puntual de 5 μC está situada en el punto (4, -2) m. En el punto (-1, 0) calcule el módulo de: a) La intensidad del campo eléctrico. b) La fuerza sobre un electrón situado en dicho punto. Datos: $K_0 = 9{\cdot}10^9$ N· m^2·C^{-2}; q_e = 1,6·10^{-19} C.·10^9 N · m^2 · C^{-2}

Solución: a) El módulo de la intensidad de campo eléctrico será:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2^2 + 5^2} = 1,55 \cdot 10^3\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

El módulo de la fuerza tendrá el valor:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{Kqq'}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2^2 + 5^2} = 2,48 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{N}$$

33. **(Extremadura, Jul. 2016)** Un electrón penetra dentro de un campo magnético uniforme de intensidad 0,004 T, perpendicular a su velocidad. Si el radio de la trayectoria que describe el electrón es de 8 cm, halle: a) La velocidad. b) El periodo del movimiento de la órbita que describe. Datos: m_e= 9,1·10^{-31} kg; q_e= 1,6·10^{-19} C.

Solución: a) La velocidad del electrón es:

$$v = \frac{qBr}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,62 \cdot 10^6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) El periodo será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{5,62 \cdot 10^6} = 8,94 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

34. (**La Rioja, Jun. 2016**) En los puntos (1,0) y (0,1) de un sistema cartesiano bidimensional, cuyas dimensiones se expresan en metros, existen dos cargas fijas de 1/9 μC y -1/3 μC, respectivamente. Determina: a) El valor de la intensidad del campo eléctrico en el origen de coordenadas. b) El valor del potencial eléctrico en el origen y en el punto (1,1). c) El trabajo necesario para trasladar una carga de +3 μC desde el origen al punto (1,1). Dato: K = 9·10^9 N · m^2 · C^{-2}

Solución: a) la intensidad del campo eléctrico en el origen de coordenadas será el siguiente:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \left|\vec{E_1}\right| \vec{u_1} + \left|\vec{E_1}\right| \vec{u_2}$$

Siendo $\vec{u_1} = -\vec{i}$ y $\vec{u_2} = \vec{j}$. Los módulos de $\vec{E_1}$ y $\vec{E_2}$ son, respectivamente:

$$\left|\vec{E_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{9} 10^{-6}}{1^2} = 10^3\,\mathrm{N \cdot C^{-1}} \qquad \left|\vec{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{3} 10^{-6}}{1^2} = 3 \cdot 10^3\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

Con lo que la intensidad de campo será:

$$\vec{E} = -10^3\,\vec{i} + 3 \cdot 10^3\,\vec{j}\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

b) El potencial eléctrico el el punto (0,0) será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{9} 10^{-6}}{1} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{3} 10^{-6}}{1} = -2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}$$

Mientras que en el punto (1,1) tendrá el valor:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{9} 10^{-6}}{1} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{3} 10^{-6}}{1} = -2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}$$

c) Al ser igual el potencial en ambos puntos, el trabajo necesario para trasladar una carga de +3 μC desde (0,0) hasta (1,1) será nulo.

35. (**La Rioja, Jun. 2016**) Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje X, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo de dicho eje. El valor del campo magnético producido por la corriente es de 10^{-5} T en el punto A(0, r$_A$, 0) y de $3{\cdot}10^{-5}$ T en el punto (0, r$_B$, 0). Sabiendo que $r_A + r_B$ =24 cm, determina: a) La intensidad que circula por el hilo conductor. b) El valor y dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0,1,0) cm. Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$N·A^{-2}

Solución: a) La intensidad del campo magnético creado en los puntos A y B será, respectivamente:

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_A} = 10^{-5}\,\mathrm{T} \qquad B_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(0,24 - r_A)} = 3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

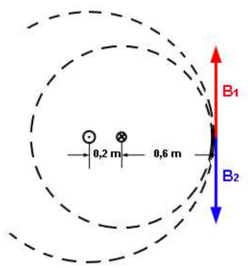
Resolviendo este sistema de dos ecuaciones, tendremos: $r_a = 0,18\,\mathrm{m}$ e $I = 9$ **A**.

b) En el punto (0,1,0) el campo magnético será:

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi 0,01} = 1,8 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

36. **(La Rioja, Jul. 2016)** Dos hilos conductores que pueden considerarse infinitos, se encuentran separados una distancia D = 20 cm. Por los hilos conductores circulan intensidades en sentidos opuestos, tal y como indica el dibujo. La intensidad I$_1$ = 1,6 A. A una distancia d de 80 cm a la derecha de I$_1$ se encuentra el punto P, donde el campo magnético B es nulo. Determinar el valor de la corriente I$_2$

Solución: La suma de los dos vectores B será nula en el punto indicado, como puede verse en la siguiente imagen:



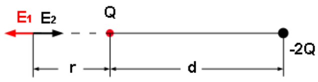
Así pues, podemos escribir:

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_2} \qquad \frac{\mu_0 1,6}{2\pi 0,8} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi 0,6}$$

Obteniéndose I$_2$ = **1,2 A**

37. **(La Rioja, Jul. 2016)** Una carga puntual negativa Q_1 = -Q y una carga puntual positiva Q_2 = 2Q están situados sobre el eje x y separadas una distancia d, según indica la figura. Determinar el punto o los puntos sobre el eje X donde el campo eléctrico total que crean estas cargas es nulo.

Solución: De la siguiente representación gráfica se deduce que existe un punto, situado a la izquierda de Q_1, en el que la intensidad de campo es nula.



$$\frac{KQ}{r^2} = \frac{2KQ}{(d+r)^2}$$

Teniendo en cuenta que la solución de r no puede ser negativa, tendremos:

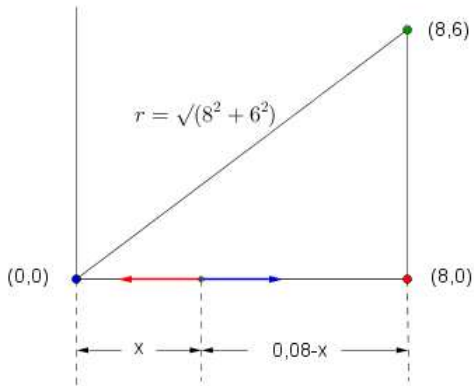
$$\frac{d+r}{r} = \sqrt{2} \qquad \text{Obteniéndose :} \qquad \mathrm{r} = \frac{\mathrm{d}}{\sqrt{2}-1}\,\mathrm{m}$$

38. (**Madrid, Jun. 2016**) Dos cargas puntuales, $q_1 = 3$ µC y $q_2 = 9$ µC, se encuentran situadas en los puntos (0,0) cm y (8,0) cm. Determine: a) El potencial electrostático en el punto (8,6) cm. b) El punto del eje X, entre las dos cargas, en el que la intensidad del campo eléctrico es nula. Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9{\cdot}10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución: a) El potencial en el punto (8,6) será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9{\cdot}10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{0,08^2 + 0,06^2}} + \frac{9{\cdot}10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{0,06} = 1,62 \cdot 10^6\,\mathrm{V}$$

b) El punto en el que la intensidad del campo eléctrico es nula puede verse en la siguiente imagen:



$$\vec{E} = 0 = \frac{9{\cdot}10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{x^2} - \frac{9{\cdot}10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{(0,08-x)^2}$$

Resolviendo la ecuación, se obtiene: **x = 0,029 m**

39. **(Madrid, Jun. 2016)** Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $B = 2\,cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$T, forma un ángulo de 30º con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio r = 5 cm. La resistencia total de la bobina es R = 100 Ω. Determine: a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo. b) La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante t = 2 s.

Solución: a) El flujo del campo magnético será:

$$\varphi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = NBS\,\text{cos}\alpha = 10 \cdot 2\cos\left(3\pi\text{t} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cos 30^{\text{o}} = 0,136\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\text{ wb}$$

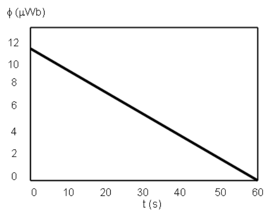
b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = 0,136 \cdot 3\pi\,\text{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 1,28\,\text{sen}\left(3\pi\text{t} - \frac{\pi}{4}\right)\text{ V}$$

Para t = 2 s, la fuerza electromotriz será: $\varepsilon = 1,28(-0,707) =$ $-0,90$ **V**, mientras que la intensidad tendrá el valor:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-0,90}{100} = \text{-0,09A}$$

40. **(Madrid, Sept. 2016)** La figura representa el flujo magnético a través de un circuito formado por dos raíles conductores paralelos separados 10 cm que descansan sobre el plano XY.



Los raíles están unidos, en uno de sus extremos, por un hilo conductor fijo de 10 cm de longitud. El circuito se completa mediante una barra conductora que se desplaza sobre los raíles, acercándose al hilo conductor fijo, con velocidad constante. Determine: a) La fuerza electromotriz inducida en el circuito. b) La velocidad de la barra conductora si el circuito se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético constante $\overrightarrow{B} = 200\ \overrightarrow{k}$ µT.

Solución: a) En este caso, la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{(12-0)\,10^{-6}}{0-60} = 2 \cdot 10^{-7}\,\text{V}$$

b) Tomando el valor obtenido de la f.e.m, tendremos:

$$2 \cdot 10^{-7} = -B\frac{dS}{dt} = -BLv = -200 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot v$$

Obteniéndose:

$$v = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{-2 \cdot 10^{-5}} = -0,01\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

41. **(Madrid, Sept. 2016)** Dos esferas pequeñas tienen carga positiva. Cuando se encuentran separadas una distancia de 10 cm, existe una fuerza repulsiva entre ellas de 0,20 N. Calcule la carga de cada esfera y el campo eléctrico creado en el punto medio del segmento que las une si: a) Las cargas son iguales y positivas. b) Una esfera tiene cuatro veces más carga que la otra. Dato: Constante de la Ley de Coulomb, K = $9{\cdot}10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución: a) La fuerza entre ambas cargas será:

$$F = 0,20 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot q^2}{0,1^2} \longrightarrow q = 4,71 \cdot 10^{-7}\text{C}$$

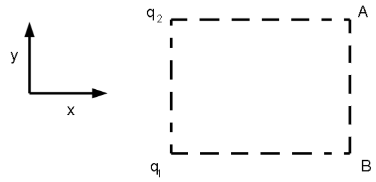
El campo eléctrico en el punto medio del segmento que une las dos cargas es nulo, pues el módulo y la dirección de ambos campos son los mismos, mientras que el sentido de uno será contrario al del otro.
b) En este segundo caso, tendremos:

$$0,20 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4q^2}{0,1^2}$$

obteniéndose $q = 2,35 \cdot 10^{-7}$ C y $4q = 9,4 \cdot 10^{-7}$C.
El campo eléctrico en el punto medio entre ambas cargas tendrá como módulo:

$$\left|\overrightarrow{E}\right| = \left|\overrightarrow{E_1}\right| - \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7}}{0,05^2}(9,4 - 2,35) = 2,54 \cdot 10^6\,\mathrm{N/C}$$

42. **(Navarra, Jun. 2016)** Dos cargas puntuales, $q_1 = -2\,\mu C$ y $q_2 = -4\,\mu C$ se sitúan en los vértices de un cuadrado, como indica la figura. a) Calcular el campo eléctrico en el vértice B. b) Calcular el potencial eléctrico en los vértices A y B. c) Una carga $q = -6\,\mu C$ se traslada desde A hasta B. ¿Que trabajo realiza la fuerza eléctrica en este movimiento?



Solución: El campo eléctrico en el vértice B será: $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$, siendo $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_x} + \overrightarrow{E_y}$.

$$\overrightarrow{E_{1x}} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \cos(0^{\circ})\overrightarrow{i} \qquad \overrightarrow{E_{1y}} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \mathrm{sen}\,(0^{\circ})\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{E_{2x}} = \left|\overrightarrow{E_2}\right| \cos(135^{\circ})\overrightarrow{i} \qquad \overrightarrow{E_{2y}} = \left|\overrightarrow{E_2}\right| \mathrm{sen}\,(135^{\circ})\overrightarrow{j}$$

Siendo:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 1125\,\mathrm{N/C} \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{4^2+4^2})^2} = 1125\,\mathrm{N/C}$$

Sustituyendo estos valores:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_{1x}} + \overrightarrow{E_{1y}} + \overrightarrow{E_{2x}} + \overrightarrow{E_{2y}}. = 330\,\overrightarrow{i} + 795\,\overrightarrow{j}$$

b) El potencial eléctrico en el punto A será:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-6})}{4} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{4^2+4^2}} = -5818\,\mathrm{V}$$

Mientras que en el punto B tendrá el valor:

$$V_B = V_1' + V_2' = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6})}{4} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{4^2+4^2}} = -1864\,\mathrm{V}$$

c) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es:

$$W = q(V_A - V_B) = -6 \cdot 10^{-6}(-5818 + 1864) = 0,0237\,\mathrm{J}$$

43. **(Navarra, Jun. 2016)** Una carga de valor $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C y masa $m = 9,62 \cdot 10^{-26}$kg se mueve en el plano XY con una velocidad $v = 10^3$m/s en una zona donde existe un campo magnético de valor $\overrightarrow{B} = 5\overrightarrow{k}\ mT$. Hallar el radio de la trayectoria seguida por la carga, así como su periodo. Dibujar la trayectoria, indicando todas las magnitudes vectoriales en dos puntos de la misma. ¿Varía la energía cinética de la partícula en su movimiento? Razonar la respuesta.

Solución: Al ser el campo magnético perpendicular a la velocidad, la trayectoria será circular, con un radio:

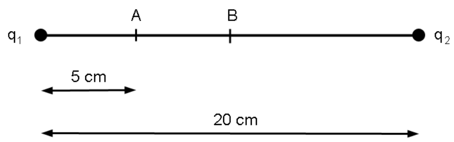
$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,62 \cdot 10^{-26} \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 0{,}12\,\text{m}$$

El periodo se obtendrá de:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,12}{10^3} = 7,54 \cdot 10^{-4}\,\text{s}$$

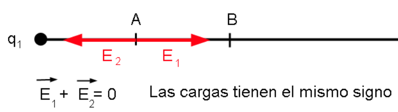
La energía cinética no varía al ser la fuerza perpendicular a la velocidad y no producir aceleración tangencial, sino aceleración normal.

44. (Navarra, Sept. 2016) Dos cargas puntuales q_1 y q_2 están separadas por una distancia de 20 cm. El campo eléctrico creado por ambas cargas se anula en el punto A, situado a 5 cm de la carga q_1, como indica la figura



La suma de las dos cargas es de 11 nC. a) ¿Son ambas cargas del mismo signo? Razonar la respuesta y calcular su valor. b) Calcular El potencial eléctrico en los puntos A y B, siendo B el punto medio entra ambas cargas. c) Si dejamos en el punto A una partícula de masa m = 0,1 g y carga q = 20 μC con una velocidad de 10 m/s con dirección y sentido hacia B, ¿cuál es su velocidad cuando llegue a B?

Solución: a) Las cargas son del mismo signo, pues el campo resultante será nulo sólo en puntos situados sobre el segmento entre las dos cargas, como podemos ver en la siguiente imagen:



Al ser igual el módulo del campo eléctrico creado por cada una de las cargas en el punto A, tendremos:

$$\frac{Kq_1}{0,05^2} = \frac{K(1,1 \cdot 10^{-8} - q_1)}{0,15^2}$$

Obteniéndose $q_1 = 1,1 \cdot 10^{-9}$C y $q_2 = 9,9 \cdot 10^{-9}$ C

b) Los potenciales en los puntos A y B serán, respectivamente:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,1 \cdot 10^{-9}}{0,05} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9,9 \cdot 10^{-9}}{0,15} = 792\,\text{V}$$

$$V = V_1' + V_2' = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,1 \cdot 10^{-9}}{0,1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9,9 \cdot 10^{-9}}{0,1} = -990\,\mathrm{V}$$

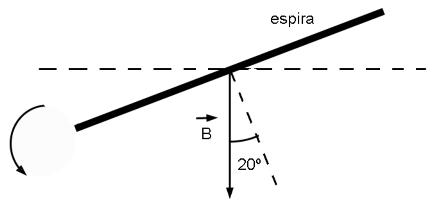
c) El trabajo podrá expresarse como:

$$W = q(V_A - V_B) = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$2 \cdot 10^{-5}(792 - 990) = \frac{1}{2}10^{-4}v^2 - \frac{1}{2}10^{-4}10^2$$

Obteniéndose una velocidad: v = 4,56 m$\cdot$ s^{-1}

45. (Navarra, Sept. 2016) Hallar el flujo magnético a través de una espira circular de 20 cm de diámetro que se encuentra situada en un campo magnético uniforme de 0,2 T. El eje de la espira forma un ángulo de 20º con el campo. Si en t = 0 s la espira está horizontal y gira con velocidad angular ω =20 rad/s, ¿cuál sería el flujo máximo a través de la espira? ¿Es el mismo que en el caso anterior? ¿Qué fenómeno ocurre en la espira?



Solución: El flujo del campo magnético es el siguiente:

$$\varphi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = BS \cos 20º = 0,2\pi \cdot 0,1^2 \cos 20º = 5,90 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{wb}$$

Si la espira está girando con una velocidad angular de 20 rad/s, el flujo será:

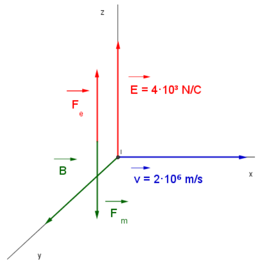
$$\varphi = BS \cos \omega t = 0,2\pi \cdot 0,1^2 \cos 20\,t$$

El flujo máximo se producirá cuando cosω t =1, y tendrá el valor: $\varphi_{max} = 0,2\pi \cdot 0,1^2$, que será diferente al flujo obtenido en el caso anterior.
En la espira se produce un proceso de inducción electromagnética, siendo la fuerza electromotriz inducida:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}$$

46. **(Navarra, Sept. 2016)** Un electrón que se mueve con una velocidad $\overrightarrow{v} = 2 \cdot 10^6\,\overrightarrow{i}$ m/s penetra en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme $\overrightarrow{E} = 4 \cdot 10^3\,\overrightarrow{k}$ N/C y un campo magnético uniforme $\overrightarrow{B}$. El movimiento del electrón en esa región es rectilíneo y uniforme. a) Dibujar los campos y las fuerzas que experimenta el electrón. b) Calcular el campo magnético existente en dicha región. c) Si se elimina el campo eléctrico, ¿cuál sería la trayectoria del electrón: rectilínea, parabólica o circular? Razonar brevemente la respuesta. Dibujar la trayectoria y calcular el radio en caso de ser circular.
Datos: masa del electrón: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; valor absoluto de la carga del electrón, $q_e = 1,60 \cdot 10^{-19}$C.

Solución: a) Para que el electrón mantenga un movimiento rectilíneo y uniforme, es preciso que las fuerzas debidas al campo eléctrico y al campo magnético se anulen entre sí. La representación gráfica de campos y fuerzas es la siguiente:



b) Puesto que los módulos de las fuerzas debidas al campo eléctrico y al campo magnético son iguales,podremos poner:

$$qE = qvB \qquad B = \frac{E}{v} = \frac{4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T} \quad \overrightarrow{B} = 2 \cdot 10^{-3}\,\overrightarrow{\jmath}\,\mathrm{T}$$

c) La trayectoria sería circular, al ser la fuerza ejercida por el campo magnético perpendicular a la trayectoria:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 5,69 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

47. (**País Vasco, Jun. 2016**) Un protón y un electrón penetran con igual velocidad ($v = 3 \cdot 10^5$) m/s en dirección perpendicular a un campo magnético de intensidad 10^{-3}T, dirigido hacia el papel. a) Determinar el radio de la trayectoria de cada una de las partículas. b) ¿Cuánto tarda cada partícula en completar una vuelta completa? c) Representar, de forma aproximada, las trayectorias descritas por ambas partículas.Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$C; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$kg; $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$C; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$kg

Solución: a) La fuerza ejercida por el campo magnético sobre una carga tiene la expresión:

$$F = qvB \operatorname{sen} \alpha = \frac{mv^2}{r}$$

En este ejemplo, $\alpha = 90^{\underline{\mathrm{o}}}$, por lo que podemos poner:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \longrightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

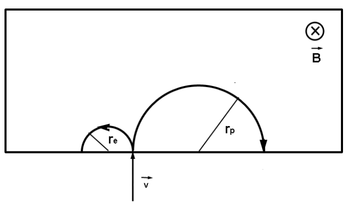
Sustituyendo los datos del enunciado, se obtienen los radios de giro del protón y del electrón, cuyos valores respectivos son:

$$r_p = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 3,13\,\mathrm{m} \quad \text{y} \quad \mathrm{r_e} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 1,71 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

b) Los periodos de giro respectivos son los siguientes:

$$T_p = \frac{2\pi \cdot 3,13}{3 \cdot 10^5} = 6,55 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s} \quad \text{y} \quad \mathrm{T_e} = \frac{2\pi \cdot 511,87}{3 \cdot 10^5} = 3,58 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

Las trayectorias descritas por ambas partículas pueden verse en la siguiente imagen:



El campo magnético está dirigido perpendicularmente al papel y hacia dentro. El electrón se desvía hacia la izquierda, mientras el protón lo hará hacia la derecha.

48. **(País Vasco, Jul. 2016)** Entre dos placas verticales, planas y paralelas, separadas 40 cm entre sí, con cargas iguales y de signo opuesto, existe un campo eléctrico uniforme de 4000 N/C. Si un electrón se libera de la placa negativa: a) ¿Cuánto tarda en chocar con la placa positiva? b) ¿Qué velocidad llevará al impactar? c) Si una pequeña esfera de masa 0,012 g y carga 6 μC, colgada de un hilo, se introduce entre las placas, ¿qué ángulo formará el hilo con la vertical?$^{-2}$

Solución: a) La fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre el electrón es: F = qE = $1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4000$ = ma = $9,11 \cdot 10^{-31}$a, con lo que despejando, obtenemos la aceleración del electrón:

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4000}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 7,02 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Conocida la aceleración, calculamos el tiempo:

$$0,4 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}7,02 \cdot 10^{14}t^2 \longrightarrow t = 3,33 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

b) La velocidad en el momento del impacto será:

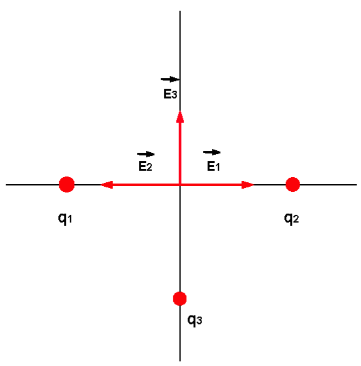
$$v = at = 7,02 \cdot 10^{14} \cdot 3,33 \cdot 10^{-8} = 2,34 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) La fuerza sobre la esfera tiene una componentes horizontal (qE) y otra vertical (mg), de forma que:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{qE}{mg} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 4000}{9,82 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 203,66 \qquad \alpha = 89,71^{\circ}$$

49. **(Comunidad Valenciana, Jun. 2016)** Tres cargas eléctricas, de valor 3 μC, se sitúan en los puntos (1,0) m, (-1,0) m y (0,-1) m. a) Dibuja en el punto (0,0) los vectores campo eléctrico generados por cada una de las cargas. Calcula el vector campo eléctrico resultante en dicho punto. b) Calcula el trabajo realizado en el desplazamiento de una carga eléctrica puntual de 1 μC entre (0,0) m y (0,1) m . Razona si la carga se puede mover espontáneamente a dicho punto (0,1) m. Dato: Constante de la Ley de Coulomb, K = $9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

Solución: a) El campo eléctrico será igual a la resultante de los vectores campo creados por cada una de las cargas eléctricas. Como puede verse en la representación gráfica que aparece posteriormente, la resultante de los vectores $\overrightarrow{E_1}$y $\overrightarrow{E_2}$ será nula, pues tienen el mismo módulo y dirección, pero sentido contrario.



El campo eléctrico resultante tendrá el valor:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} = \overrightarrow{E_3} \quad \text{pues } \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 0$$

$$\overrightarrow{E_3} = \left|\overrightarrow{E_3}\right| \overrightarrow{u_3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{1^2} \overrightarrow{\mathrm{j}} = 2,7 \cdot 10^4 \overrightarrow{\mathrm{j}}\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

b) El potencial eléctrico en los punto (0,0) y (1,1) es, respectivamente:

$$V_{(0,0)} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{1} = 8,1 \cdot 10^4\,\mathrm{V} \qquad V_{(0,1)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2} + \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} = 3,95 \cdot 10^4\,\mathrm{V}$$

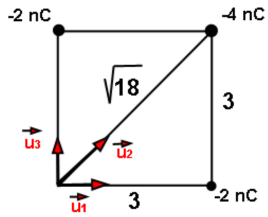
para calcular el trabajo, tendremos:.

$$qV_{(0,0)} + W = qV_{(0,1)} \longrightarrow W = q(V_{(0,1)} - V_{(0,0)}) = 10^{-6}(3,95 \cdot 10^4 - 8,1 \cdot 10^4) = -0,041\,\mathrm{J}$$

Al ser mayor el potencial del punto (0,1), la carga no se moverá espontáneamente de (0,0) a (0,1).

34. (**Comunidad Valenciana, Jul. 2016**) Se colocan tres cargas puntuales en tres de los cuatro vértices de un cuadrado de 3 de lado. Sobre el vértice A(3,0) hay una carga Q_1 = 2 nC, sobre el vértice B (3,3), una carga $Q_2 = -4\mu$C y sobre el vértice C (0,3), una carga Q_3 = -2 nC. Calcula: a) El vector campo eléctrico resultante generado por las tres cargas en el cuarto vértice, D, del cuadrado. b) El potencial eléctrico generado por las tres cargas en dicho punto D ¿Qué valor debería tener una cuarta carga, Q_4, situada a una distancia de 9 m del punto D, para que el potencial en dicho punto fuese nulo? Dato: constante de Coulomb: K = 9 10·10^9 N· m^2·C^{-2-2}

Solución: a) Un esquema de la distribución de las cargas es el siguiente:



El campo eléctrico en el punto D tendrá la expresión:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \overrightarrow{u_1} + \left|\overrightarrow{E_2}\right| \overrightarrow{u_2} + \left|\overrightarrow{E_3}\right| \overrightarrow{u_3}$$

Siendo:

$$\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{i}; \quad \overrightarrow{u_2} = \frac{(3-0)\overrightarrow{i} + (3-0)\overrightarrow{j}}{\sqrt{18}} \quad \overrightarrow{u_3} = \overrightarrow{j}$$

Los módulos de las respectivas intensidades de campo son:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{3^2} = \left|\overrightarrow{E_3}\right| = 2 \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{18} = 2$$

Así pues:

$$\overrightarrow{E} = 2\overrightarrow{i} + 2\left(\frac{(3-0)\overrightarrow{i} + (3-0)\overrightarrow{j}}{\sqrt{18}}\right) + 2\overrightarrow{j} = (2+\sqrt{2})\overrightarrow{i} + (2+\sqrt{2})\overrightarrow{j}\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

b) El potencial eléctrico en el punto D será:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{18}} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{3}\right) = -6 - 6\sqrt{2} - 6 = -20,48\,\mathrm{V}$$

c) El potencial nulo se dará para:

$$-20,48 + \frac{9 \cdot 10^9 Q_4}{9} = 0 \qquad Q_4 = 20,48\,\mathrm{nC}$$