1. Óptica geométrica: conceptos básicos y convenio de signos.

Tal y como habíamos definido previamente al estudio de las reyes de la reflexión y de la refracción, llamamos rayo a una línea imaginaria perpendicular a los frentes de onda. La óptica geométrica se ocupa de la trayectoria de los rayos a través de distintos medios utilizando las leyes de la reflexión y de la refracción, sin tener en cuenta la naturaleza ondulatoria de la luz. Vamos ahora a definir algunos términos aplicados en óptica geométrica.

- **Dioptrio**: conjunto de dos medios transparentes de distintos índices de refracción, separados por una superficie. Si esta es curva, hablaremos de dioptrio esférico, mientras que si es plana, tendremos un dioptrio plano.
- **Sistema óptico**: conjunto de varios dioptrios.
- **Centro de curvatura**: centro de la superficie esférica de la que forma parte la superficie de separación entre los dos medios.
- **Radio de curvatura**: radio de la superficie esférica anterior.
- **Eje óptico**: línea imaginaria perpendicular a la superficie de separación.
- **Vértice óptico**: intersección del eje óptico con la superficie de separación.
- **Imagen real**: es que la que se forma por la intersección de los rayos, que convergen tras atravesar la superficie de separación.
- **Imagen virtual**: es la que se forma por la intersección de las *prolongaciones de los rayos*, que divergen tras atravesar la superficie de separación

A continuación, veamos el convenio de signos utilizado en óptica geométrica, teniendo en cuenta que los diagramas de rayos se realizan suponiendo la propagación de la luz de izquierda a derecha.

- Las distancias medidas a la izquierda del vértice óptico se consideran negativas, mientras que las que se midan a la derecha se consideran positivas.
- Las distancias respecto al eje óptico se considerarán positivas cuando se midan por encima de él y negativas cuando se midan por debajo.
- Las letras que se refieren a la imagen son las mismas referidas al objeto, pero utilizando el signo prima. Así, si el tamaño de un objeto se representa por la letra y, el tamaño se su imagen se representará por y'.

2. El dioptrio esférico.

2.1. Ecuación fundamental del dioptrio esférico.

Tal y como hemos definido en el punto anterior, un dioptrio es la superficie que separa dos medios homogéneos de diferente índice de refracción.

Vamos a deducir la ecuación fundamental del dioptrio esférico, pues la del dioptrio plano se obtendrá a partir de la anterior, sin mas que considerar que una superficie plana es una porción de esfera de radio infinito.

Para obtener la ecuación fundamental, supondremos que el rayo luminoso procedente del objeto experimenta el fenómeno de la refracción, al incidir sobre la superficie de separación entre los dos medios. Para este fenómeno es de aplicación la ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_i}{\operatorname{sen}\alpha_r} = \frac{n'}{n} \Rightarrow n\,\operatorname{sen}\alpha_i = n'\,\operatorname{sen}\alpha_r$$

Considerando rayos paraxiales, es decir, aquellos rayos que forman ángulos pequeños con respecto al eje óptico, podemos utilizar la siguiente aproximación:

$$n\,\alpha_i = n'\,\alpha_r$$

puesto que, en este caso, podemos hacer la aproximación sen $\alpha \simeq \alpha$.

Para la obtención de la ecuación fundamental del dioptrio esférico, vamos a basarnos en la representación gráfica que aparece en la siguiente imagen:

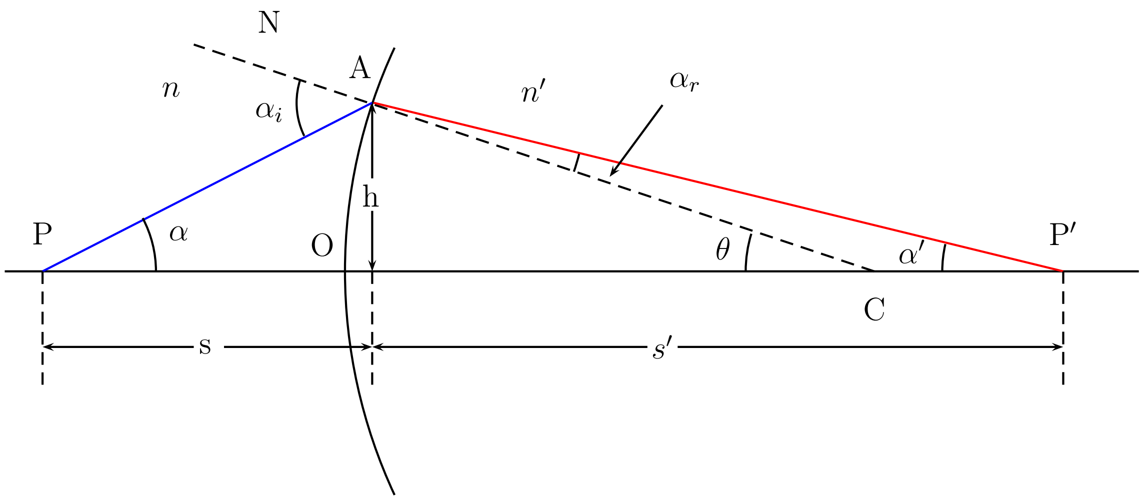


Figura 1: El dioptrio esférico

Para el triángulo PCA se cumple que $\alpha + \theta + (180 - \alpha_i) = 180$, de donde se deduce que $\alpha_i = \alpha + \theta$, mientras que para el triángulo P′CA, se cumplirá que $\alpha_r + \alpha' + 180 - \theta = 180$, por lo que $\alpha_r = \theta - \alpha'$. A partir de aquí, podremos poner:

$$n\,\alpha_i = n'\,\alpha_r \Rightarrow n(\alpha+\theta) = n'(\theta-\alpha')$$

De nuevo, considerando los rayos paraxiales, podremos poner: $\alpha \backsimeq \operatorname{tg}\alpha$, $\theta \backsimeq \operatorname{tg}\theta$ y $\alpha' \backsimeq \operatorname{tg}\alpha'$, teniendo entonces:

$$\alpha = \frac{h}{s} \qquad \theta = \frac{h}{R} \qquad \alpha' = \frac{h}{s'}$$

Utilizando estas igualdades, podremos poner:

$$n\left(\frac{h}{-s} + \frac{h}{R}\right) = n'\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{s'}\right)$$

Obsérvese que se ha puesto un signo - delante de s atendiendo al criterio de signos antes mencionado (las distancias medidas a la izquierda del vértice óptico se consideran negativas). Eliminando h de todas las fracciones, nos queda:

$$n\left(\frac{1}{-s}+\frac{1}{R}\right)=n'\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{s'}\right)$$

Agrupando términos, obtenemos finalmente:

$$\boxed{\frac{n}{s}-\frac{n'}{s'}=\frac{n-n'}{R}}$$

lo que constituye la ecuación fundamental del dioptrio esférico.

2.2. Distancias focales.

Si consideramos un conjunto de rayos paralelos al eje óptico, procedentes del infinito, al refractarse coincidirán todos en un punto denominado foco imagen F´). Llamaremos distancia focal imagen (f′) a la distancia entre F′y el vértice óptico. De la misma forma, existe otro punto, que llamaremos foco objeto (F), en el que todos los rayos que proceden de él, tras refractarse, salen paralelos al eje óptico, denominándose distancia focal objeto (f) a la distancia entre F y el vértice óptico. Aplicando la ecuación fundamental obtenida en el apartado anterior:

$$\frac{n}{\infty}-\frac{n'}{s'}=-\frac{n'}{f'}=\frac{n-n'}{R}\Rightarrow f'=-\frac{n'R}{n-n'}$$

$$\frac{n}{s}-\frac{n'}{\infty}=\frac{n}{f}=\frac{n-n'}{R}\Rightarrow f=\frac{nR}{n-n'}$$

Si sumamos las dos distancias focales, obtendremos:

$$f+f'=\frac{nR}{n-n'}-\frac{n'R}{n-n'}=\frac{(n-n')R}{n-n'}=R$$

Es decir, la suma de las dos distancias focales es igual al radio de curvatura del dioptrio.

Por otra parte, si en la ecuación fundamental del dioptrio esférico dividimos los dos miembros de la igualdad por el segundo, obtendremos:

$$\frac{n/s}{(n-n')/R}-\frac{n'/s'}{(n-n')/R}=1 \quad \text{por lo cual} \quad \frac{nR}{s(n-n')}-\frac{n'R}{s'(n-n')}=1$$

de donde se obtiene:

$$\boxed{\frac{f}{s}+\frac{f'}{s'}=1}$$

2.3. Aumento lateral.

Tal y como hemos considerado al deducir la ecuación del dioptrio esférico, supondremos que los rayos son paraxiales, es decir, forman ángulos pequeños con eje óptico. En ese caso al aplicar la ley de Snell a la siguiente imagen:

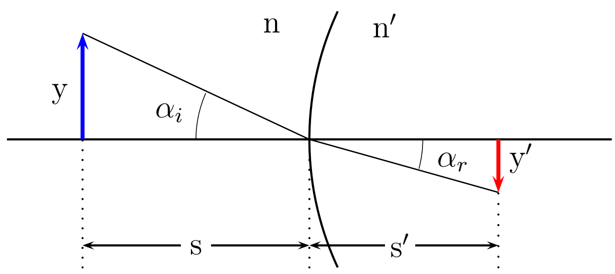


Figura 2: Aumento lateral

tendremos la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_i}{\operatorname{sen}\alpha_r} = \frac{n'}{n} \Rightarrow n \operatorname{sen}\alpha_i = n' \operatorname{sen}\alpha_r$$

Teniendo en cuenta que para rayos paraxiales se cumple sen $\alpha \simeq \alpha \simeq \operatorname{tg}\alpha$, podremos poner:

$$n \operatorname{sen}\alpha_i = n \operatorname{tg}\alpha_i = n\,\frac{y}{-s} \qquad n' \operatorname{sen}\alpha_r = n' \operatorname{tg}\alpha_r = n'\,\frac{-y'}{s'}$$

con lo que tendremos, despejando:

$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{ns'}{n's}}$$

lo que constituye la expresión matemática del aumento lateral.

2.4. El dioptrio plano.

El dioptrio plano no es mas que un caso particular del dioptrio esférico, en el que el radio de curvatura es infinito. Utilizando la ecuación fundamental del dioptrio esférico:

$$\boxed{\frac{n}{s} - \frac{n'}{s'} = \frac{n-n'}{\infty} \Rightarrow \frac{n}{s} = \frac{n'}{s'}}$$

3. Espejos esféricos.

Denominamos espejo esférico a una superficie, ya sea cóncava o convexa, en la que se produce el fenómeno de la reflexión. El rayo luminoso no abandona, pues, el medio del que procede. Como consecuencia, y aplicando la ecuación fundamental del dioptrio esférico, vamos a deducir la ecuación correspondiente a este tipo de espejos.

3.1. Ecuación fundamental.

Partiendo de la ecuación fundamental del dioptrio esférico:

$$\frac{n}{s} - \frac{n'}{s'} = \frac{n - n'}{R}$$

y teniendo en cuenta que el rayo luminoso procedente de la parte izquierda será reflejado, invirtiendo por tanto su camino, consideraremos n´ = - n, con lo que la anterior ecuación nos quedará así:

$$\boxed{\frac{n}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{2n}{R} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}}$$

lo que constituye la ecuación fundamental de los espejos esféricos.

3.2. Distancias focales.

Los rayos que,procedentes del infinito, incidan sobre el espejo, se reflejarán, coincidiendo todos los rayos reflejados (en espejos cóncavos) o sus prolongaciones (espejos convexos) en un punto denominado foco. De esta forma, si en la ecuación de las lentes igualamos s a ∞, se cumplirá que s´= f´, con lo cual:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f'}' = \frac{2}{R}$$

De la misma forma, si hacemos s´ = ∞, tendremos s = f , por tanto:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{R}$$

De todo lo anterior se deduce que:

$$\boxed{f = f' = \frac{R}{2}}$$

3.3. Construcción de imágenes en espejos cóncavos y convexos.

En la construcción de imágenes en espejos cóncavos, podemos considerar cuatro casos posibles: cuando el objeto se encuentra a una distancia mayor que el radio de curvatura, cuando el objeto se encuentra entre el centro de curvatura y el foco, cuando el objeto está sobre el foco y cuando el objeto se encuentra entre el foco y el espejo. Veamos ahora cómo se construye el diagrama de rayos en cada uno de estos casos.

Para los espejos convexos, la imagen tendrá siempre las mismas características, independientemente del lugar donde se encuentre el objeto.

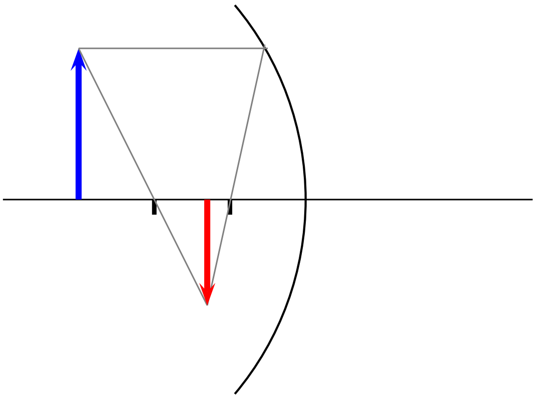


Imagen menor, invertida y real

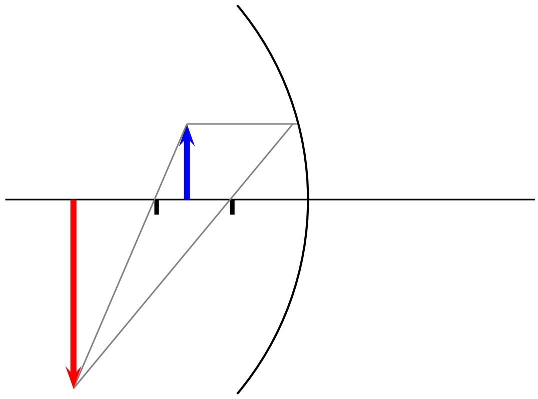
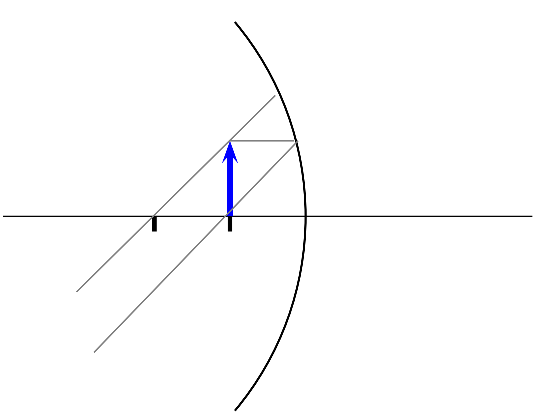


Imagen mayor,invertida y real



No se forma imagen

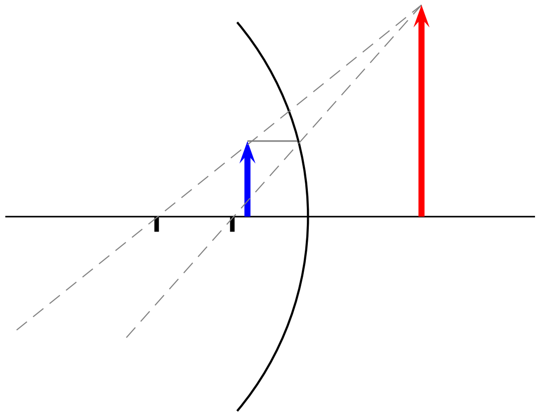


Imagen mayor,invertida y virtual

Figura 3: Diagrama de rayos para espejos cóncavos

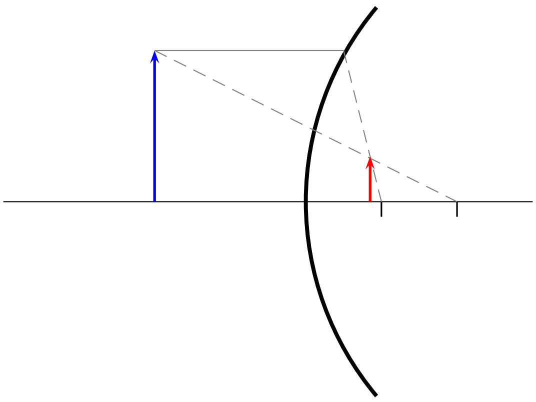


Imagen menor, derecha y virtual

Figura 4: Diagrama de rayos para espejos convexos

3.4. Aumento lateral.

Al haber considerado que $n' = -n$, tomando la ecuación que nos da el aumento lateral para un dioptrio esférico, podremos obtener la expresión del aumento lateral para los espejos esféricos, expresión que será la siguiente:

$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{ns'}{n's} = -\frac{s'}{s}}$$

4. Espejos planos.

Al igual que sucedía en el caso de los dioptrios planos, podemos aplicar la ecuación fundamental de los espejos esféricos a un espejo de radio de curvatura infinito, es decir:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s\,'} = \frac{2}{\infty} \Rightarrow \frac{1}{s} = -\frac{1}{s\,'}$$

5. Lentes delgadas.

Una lente delgada puede ser considerada como un conjunto de dos dioptrios, al menos uno de los cuales debe ser esférico y cuyo espesor debe ser muy pequeño en comparación con el valor de los radios de curvatura de las caras. La formación de la imagen en las lentes delgadas tendrá dos componentes: por un lado, se formará una imagen del objeto para el primer dioptrio, mientras que por otro, esta imagen actuará como objeto para dar lugar a la imagen definitiva en el segundo dioptrio. Vamos a ver a continuación de qué forma podemos obtener la ecuación de las lentes delgadas, partiendo de la ecuación fundamental del dioptrio esférico.

5.1. Ecuación fundamental.

Supondremos el objeto situado a una distancia s del vértice óptico. Podemos suponer que al atravesar el primer dioptrio, se formará una imagen cuya distancia al vértice óptico llamaremos s'_1. Aplicando la ecuación fundamental del dioptrio esférico, tendremos:

$$\frac{n}{s} - \frac{n'}{s'_1} = \frac{n - n'}{R_1}$$

De la misma forma, al aplicar esta ecuación fundamental al segundo dioptrio, donde s'_1 actuará como distancia objeto, tendremos:

$$\frac{n'}{s'_1} - \frac{n}{s'} = \frac{n' - n}{R_2}$$

Sumando ambas igualdades, obtendremos:

$$\frac{n}{s} - \frac{n}{s'} = (n - n')\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Si suponemos que la lente se encuentra en el aire, n = 1 y la anterior igualdad quedará de la forma:

$$\boxed{\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1 - n')\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

5.2. Potencia y distancias focales de una lente.

A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

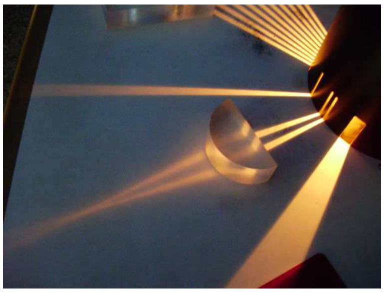
Si hacemos $s = \infty$, es decir, suponemos que el objeto se encuentra a una distancia infinita, los rayos procedentes de dicho objeto se concentrarán, tras atravesar la lente, en un punto que llamaremos foco imagen F'. Pondremos en este caso $s' = f'$ y denominaremos a f' distancia focal imagen, cumpliéndose que:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{f'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

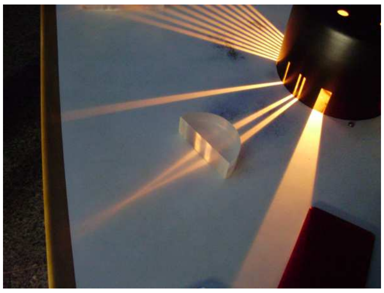
De la misma forma, si hacemos $s' = \infty$ tendremos que, tras refractarse los rayos en la lente, se concentran en un punto que llamaremos foco objeto,F, haciéndose en este caso $s = f$ (distancia focal objeto) y cumpliéndose:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{\infty} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Como puede verse, se cumple que $f = -f'$, con lo que el valor absoluto de las dos distancias focales es el mismo.



(a) Los rayos luminosos inciden sobre la cara plana



(b) Los rayos luminosos inciden sobre la cara curva

Figura 5: Concentración de los rayos en una lente convergente

Se denomina potencia de una lente a la inversa de la distancia focal imagen expresada en metros, es decir: $P = \dfrac{1}{f'}$. Dicha potencia se expresa en *dioptrías*, siendo positiva la potencia si nos referimos a una lente convergente y negativa en el caso de una lente divergente.

5.3. Construcción de imágenes en lentes delgadas.

En el caso de las lentes convergentes, podemos considerar cuatro posibilidades: cuando el objeto se encuentra a una distancia mayor del doble de la distancia focal, cuando esta distancia es menor del doble de la distancia focal, cuando el objeto está sobre el foco y cuando el objeto se encuentra entre el foco y la lente.

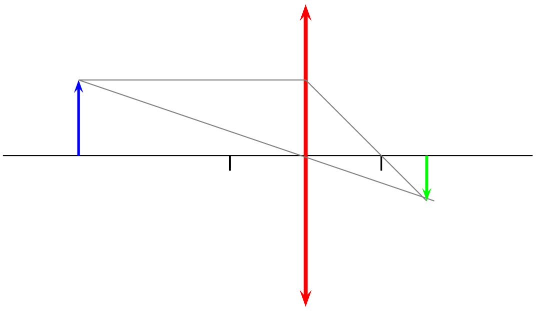


Imagen menor, invertida y real

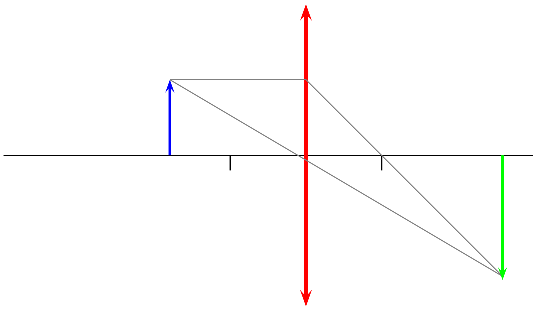
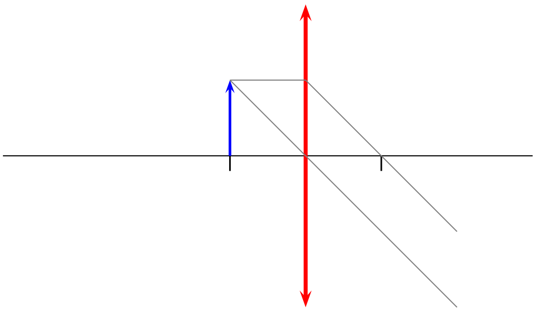


Imagen mayor, invertida y real



No se forma imagen

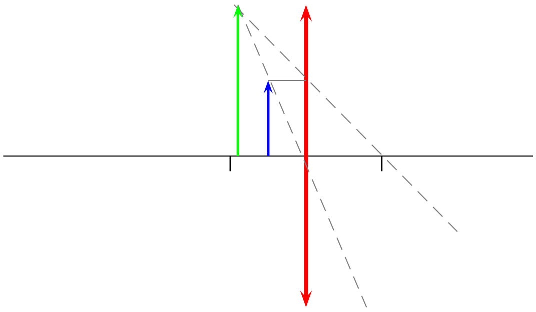


Imagen mayor, derecha y virtual

Para las lentes divergentes, al igual que ocurría para los espejos convexos, se dará un único tipo de diagrama de rayos.

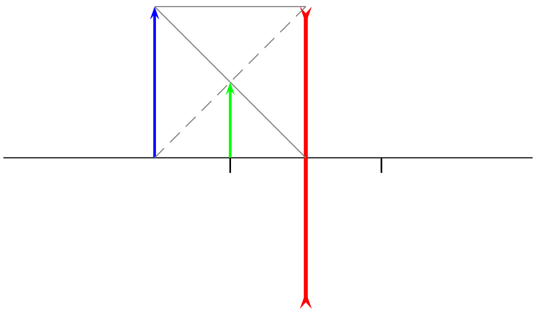


Imagen menor, derecha y virtual

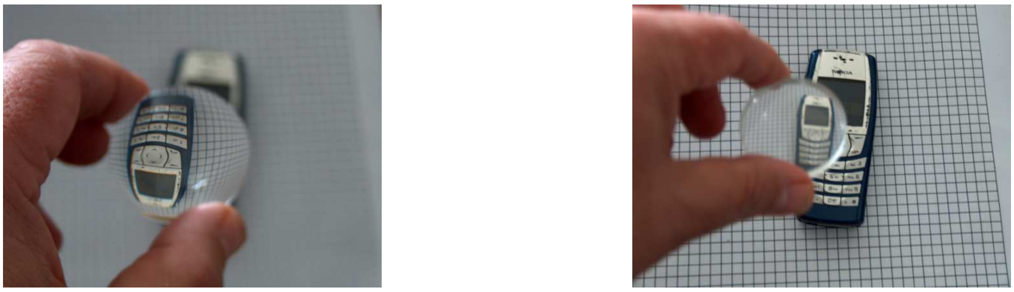
5.4. Aumento lateral.

Al igual que hemos hecho en el caso de los espejos, utilizaremos la ecuación que nos da el aumento lateral para un dioptrio esférico, obteniendo así:

$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{ns'}{n's} = \frac{s'}{s}}$$

'puesto que, tanto el medio en que se encuentra el objeto como el medio en que se forma la imagen, son el mismo (el aire en el caso que venimos considerando).

En las siguientes fotografías, podemos ver la formación de imágenes en una lente convergente y en una lente divergente. Nótese que en el primer caso, la imagen es menor que el objeto, e invertida, lo que demuestra que el objeto se encuentra a una distancia superior al doble que la distancia focal.



(a) Imagen en una lente convergente

(b) Imagen en una lente divergente

Figura 6: Formación de imágenes en lentes