PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

5 de octubre de 2017

1. Gravitación.

1. La órbita de Plutón en torno al Sol es elíptica. La relación de distancia entre su afelio y su perihelio es 5/3. Calcule la relación (cociente) entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes de Plutón: momento angular respecto al centro del Sol, energía cinética y energía potencial gravitatoria.

Respuesta:

a) El momento angular respecto al Sol tiene la expresión: $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times m\overrightarrow{v}$, siendo su módulo, $L = rmv\, sen\, 90$.El cociente de L_a y $L_p$será:

$$\frac{\mathrm{L_a}}{\mathrm{L_p}} = \frac{\mathrm{r_a m v_a}}{\mathrm{r_p m v_p}} = \frac{r_a\sqrt{\dfrac{GM}{r_a}}}{r_p\sqrt{\dfrac{GM}{r_p}}} = \sqrt{\frac{r_p}{r_a}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

El cociente de energías cinéticas será:

$$\frac{\mathrm{E_{ca}}}{\mathrm{E_{cp}}} = \frac{\frac{1.}{2}\mathrm{mv_a^2}}{\frac{1.}{2}\mathrm{mv_p^2}} = \frac{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r_a}}}{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r_p}}} = \frac{\mathrm{r_p}}{\mathrm{r_a}} = \frac{3}{5}$$

Por último, la relación entre las energías potenciales en el afelio y en el perihelio será:

$$\frac{\mathrm{U_a}}{\mathrm{U_p}} = \frac{-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r_a}}}{-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r_p}}} = \frac{\mathrm{r_p}}{\mathrm{r_a}} = \frac{3}{5}$$

2. La nave Apolo 11 permitió la llegada del hombre a la Luna en 1969. Para ello orbitó alrededor de ella con un periodo de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de 1850 km. Suponiendo que su órbita fue circular, determine: a) La velocidad orbital del Apolo 11 b) La masa de la Luna. Datos: Constante de gravitación universal, $\mathrm{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

Respuesta:

a) La velocidad orbital viene expresada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Puesto que r (distancia media) es un dato conocido, deberemos obtener el valor de GM, aplicando la Tercera Ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \longrightarrow GM = \frac{4\pi^2(1,85 \cdot 10^6)^3}{(119 \cdot 60)^2} = 4,90 \cdot 10^{12}$$

Sustituyendo, tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{4,90 \cdot 10^{12}}{1,85 \cdot 10^6}} = 1628\, m \cdot s^{-1}$$

b) La masa de la Luna será:

$$M = \frac{GM}{G} = \frac{4,90 \cdot 10^{12}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 7,35 \cdot 10^{22}\mathrm{kg}$$

3. El planeta Marte es aproximadamente esférico, con un radio $r_M = 3,39{\cdot}10^6$m y un valor de la aceleración de la gravedad en su superficie: $g_M = 3,71\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. a) Calcule la densidad media de Marte y la velocidad de escape desde su superficie. b) Calcule a que altura sobre la superficie de Marte, el valor de la gravedad se reduce a la mitad. Dato: G = $6{,}67.10^{-11}\mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es:

$$3,71 = \frac{GM}{r_M^2} = \frac{6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 d}{(3,39\cdot 10^6)^2} = \frac{4}{3}\pi 6,67.10^{-11}(3,39\cdot 10^6)d$$

Despejando, obtenemos:

$$d = \frac{3\cdot 3,71}{4\cdot\pi 6,67.10^{-11}3,39\cdot 10^6} = 3917\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$$

la velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 3917}{3,39\cdot 10^6}} = 5014\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

b) La aceleración de la gravedad se reduce a la mitad a una distancia r, de forma que:

$$\frac{3,71}{2} = \frac{6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 3917}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 3917}{3,71}} = 4,79\cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

La distancia a la superficie es h = $4{,}79\cdot 10^6 - 3{,}39{\cdot}10^6 = 1{,}4{\cdot}10^6$ m

4. Fobos es el satélite más grande de Marte. Tiene una masa m = $1{,}072.10^{16}$ kg y describe una órbita alrededor de Marte, que supondremos circular, a una altura de 5980 km sobre la superficie de Marte. Calcule: a) El periodo de la órbita de Fobos alrededor de Marte. b) Su energía mecánica total (energía cinética más potencial). Datos: Constante de gravitación universal, G $=6{,}67.10^{-11}\mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$.; radio de Marte, R_M = 3397 km; masa de Marte, $M_M = 6{,}42.10^{23}$ kg.

Respuesta:

a) El periodo de rotación es:

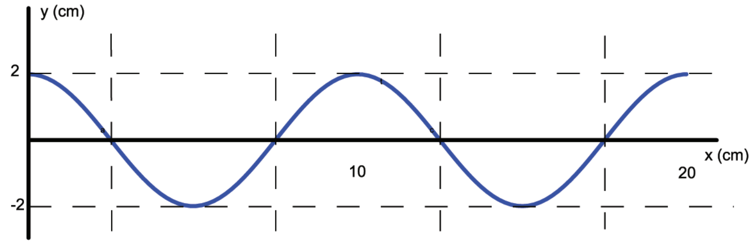
$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2\mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2\left[(5,98+3,397)10^6\right]^3}{6,67.10^{-11}\cdot 6,42.10^{23}}} = 27570\,\mathrm{s}$$

b) la energía mecánica es:

$$\mathrm{E} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} = -\frac{6,67.10^{-11}\cdot 6,42.10^{23}\cdot 1,072\cdot 10^{16}}{2(5,98+3,397)10^6} = 2,45\cdot 10^{22}\,\mathrm{J}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Por una cuerda tensa se propaga, en el sentido positivo del eje x, una onda armónica transversal. Los puntos de la cuerda oscilan con una frecuencia f = 4 Hz. En la gráfica se representa la posición



de los puntos de la cuerda en el instante t = 0. a) Determine la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) Escriba la función de onda correspondiente, en unidades S.I. c) Calcule la máxima velocidad de oscilación trasversal de los puntos de la cuerda.

Respuesta:

a) La longitud de onda (distancia entre dos puntos consecutivos en el mismo estado de vibración será, observando la imagen, de 10 cm, mientras que la velocidad de propagación será:

$$v = \frac{\lambda}{T} = v \cdot \nu = 0,1 \cdot 4 = 0,4\, m \cdot s^{-1}$$

b) La función de onda viene expresada por:

$$y = A \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi_0) = 0,02 \operatorname{sen}(8\pi t - 20\pi x)$$

c) La velocidad transversal es:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 0,02 \cdot 8\pi \, \cos(8\pi t - 20\pi x) \longrightarrow v_y(máx) = 0,16\pi \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Una partícula describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de amplitud A = 2 m, frecuencia angular $\omega = 2$ rad · s^{-1} y fase inicial nula. a) Determine la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo. b) Calcule la energía cinética y la energía potencial de la partícula en función del tiempo. Represente la energía cinética para dos periodos de oscilación completos. Datos: Masa de la partícula: 100 g.

Respuesta:

a) La ecuación del MAS es:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_o) = 2 \operatorname{sen} 2t$$

Mientras que su velocidad tendrá el valor:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_o) = 4 \, \cos \, 2t$$

b) La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 16 \, \cos^2 2t = 0,8 \cos^2 2t$$

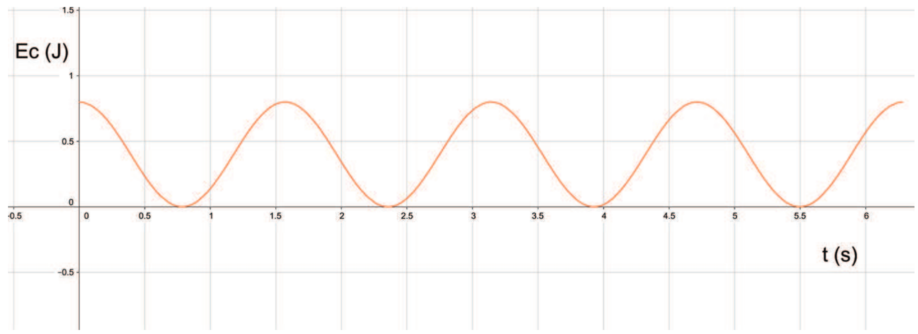
La energía potencial es:

$$U = \frac{1}{2} Kx^2$$

Siendo: $K = m\omega^2$= 0,1·4 = 0,4. Así pues, U será:

$$U = \frac{1}{2}\,0,4 \cdot 4\, sen^2 2t = 0,8\,\mathrm{sen}^2\, 2t$$

La representación gráfica de la energía cinética en función del tiempo para dos periodos completos sería la siguiente:



3. Considere una cuerda de L = 1,5 m con ambos extremos fijos. Cuando se excita transversalmente con una frecuencia ν = 100 Hz se forma una onda estacionaria con dos vientres. a) calcule la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas en dicha cuerda. b) ¿Para que frecuencia inferior a la dada se formará onda estacionaria en la cuerda?

Respuesta:

a) Para una onda estacionaria, la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{2\mathrm{L}}{\mathrm{n}}$$

Puesto que la onda posee dos vientres, la onda estacionaria formada corresponde al segundo armónico (considerando el valor n =1 como el correspondiente al primer armónico o λ fundamental), con lo cual, tendremos que:

$$\lambda = \frac{2 \cdot 1,5}{2} = 1,5\,\mathrm{m}$$

La velocidad de propagación se obtiene de la expresión: v = $\lambda \cdot \nu = 1,5 \cdot 100 =$ 150 m· s^{-1}

b) Para n = 1, la frecuencia será:

$$\nu_0 = \frac{\mathrm{v}}{2\mathrm{L}} = \frac{150}{3} = 50\,\mathrm{Hz}$$

Como puede verse, la frecuencia de 100 Hz es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental, ν_0.

4. Un bloque de masa M = 0,4 kg desliza sobre una superficie horizontal sin rozamiento sujeto al extremo de un muelle horizontal. La amplitud del movimiento es A = 20 cm y la elongación en el instante inicial es x = -20 cm. La energía total es 2 J. Calcule: a) La constante elástica del resorte. b) La función que describe el movimiento del bloque.

Respuesta:

a) A partir de la energía del sistema:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}\mathrm{K}\mathrm{x}^2 + \frac{1}{2}\mathrm{m}\mathrm{v}^2$$

Y sabiendo, además, que cuando x = ±A, v = 0, por lo cual :

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}\mathrm{K}\mathrm{A}^2 \qquad 2 = \frac{1}{2}\mathrm{K}(-0,2)^2 \qquad \mathrm{K} = 100\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$

b) El movimiento del bloque viene descrito por una ecuación del tipo: x = A sen $(\omega t + \varphi_0)$, siendo A = 0,2 m y $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{M}} = \sqrt{\dfrac{100}{0,4}} = 15,81\ \text{seg}^{-1}$ por otra parte, puesto que para t = 0; x = - 0,2 m, tendremos:

$$-0,2 = 0,2\,\text{sen}\varphi_0 \qquad \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

Con lo que, finalmente, la ecuación del movimiento quedará así: x = 0,2 sen $\left(15,81t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

3. Óptica.

1. Una lámina de aceite (índice de refracción n = 1,47) de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f = 5.10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina. a) Determine las longitudes de onda del rayo en el agua y en el aceite. b) Calcule el ángulo de incidencia en la superficie de separación agua-aceite a partir del cual se produce reflexión total interna en la superficie de separación aceite-aire.) Datos: Índice de refracción del agua, n_{agua} = 1,33; índice de refracción del aire, n_{aire} = 1; velocidad de la luz en el vacío, c = 3.10^8 m.s^{-1}.

Respuesta:

a) la longitud de onda es el cociente de la velocidad entre la frecuencia. De esta forma, tendremos

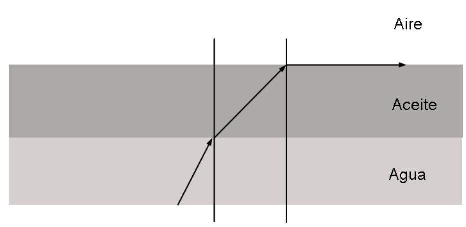
$$\lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8/1,33}{5\cdot 10^{14}} = 4,51\cdot 10^{-7}\text{m} \qquad \lambda_{aceite} = \frac{v_{aceite}}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8/1,47}{5\cdot 10^{14}} = 4,08\cdot 10^{-7}\text{m}$$

b) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha_i}{\text{sen}\,90^{\text{o}}} = \frac{1}{1,47} \rightarrow \alpha_i = 42,84^{\text{o}}$$

$$\frac{\text{sen}\,\alpha_{agua}}{\text{sen}\,42,84^{\text{o}}} = \frac{1,33}{1,47} \rightarrow \alpha_{agua} = 37,97^{\text{o}}$$

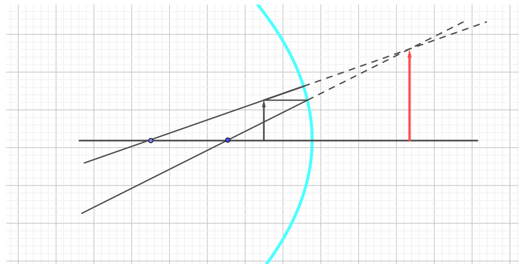
La trayectoria del rayo luminoso puede ser representada de la siguiente forma:



2. Deseamos utilizar un espejo para observar una pequeña imperfección de nuestra piel. Queremos que la imagen sea virtual, derecha y 5 veces más grande. Si colocamos la cara a 25 cm del espejo. a) ¿Qué tipo de espejo debemos emplear: convexo, cóncavo o plano? Justifique su elección mediante un trazado de rayos. b) Determine la posición de la imagen y el radio de curvatura del espejo.

Respuesta:

a) El espejo debe ser cóncavo, pues un espejo convexo da una imagen que siempre es menor que el objeto. El diagrama de rayos para un objeto cóncavo es el siguiente:



b) A partir de la expresión:

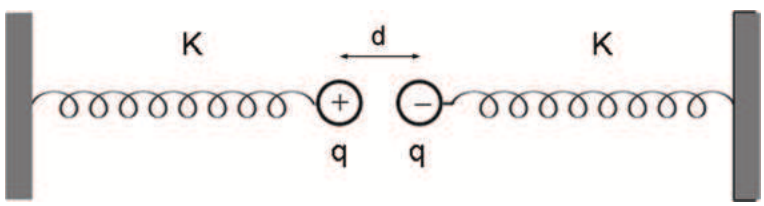
$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{5y}{y} = -\frac{s'}{-0,25} \qquad s' = 1,25\,\mathrm{m}$$

El radio de curvatura se deduce de:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \qquad \frac{1}{-0,25} + \frac{1}{1,25} = \frac{2}{R} \qquad R = -0,625\,\mathrm{cm}$$

4. Electromagnetismo.

1. Disponemos de un sistema para medir la carga eléctrica compuesto por dos muelles de constante elástica k = 10 N/m que tienen en sus extremos unas pequeñas esferas. Cuando las esferas están descargadas se encuentran en contacto y los muelles en su longitud natural. Cuando cargamos las esferas con la misma carga, se separan una distancia de 10 cm. Calcule la carga de las esferas. Datos: $1/(4\pi\varepsilon o) = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}.



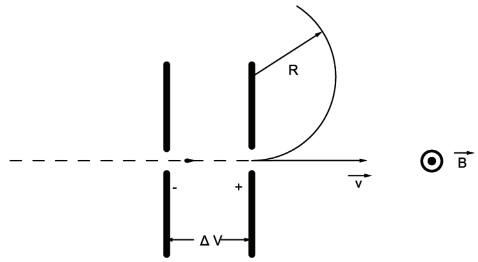
Respuesta:

a) Cuando las dos esferas tienen la misma carga eléctrica, se repelerán. Cada una de ellas se separa 5 cm de la posición inicial de equilibrio, cumpliéndose entonces:

$$\frac{Kq^2}{r^2} = kx \longrightarrow \frac{9 \cdot 10^9 q^2}{0,05^2} = 10 \cdot 0,05$$

$$q = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,05 \cdot 0,1^2}{9 \cdot 10^9}} = 7,45 \cdot 10^{-7}\mathrm{C}$$

2. Un electrón de velocidad inicial nula es acelerado mediante un campo eléctrico entre dos placas entre las que existe una diferencia de potencial ΔV = 500 V. Después penetra en una región donde existe un campo magnético perpendicular a $\overrightarrow{v}$ y de intensidad B = 10^{-3}T. Calcula la velocidad v que tiene el electrón al pasar por la segunda placa y el radio R de la trayectoria que describe en la región de campo B Datos: Carga del electrón: e = 1,6.10^{-19} C; masa del electrón m$_e$ = 9,1.10^{-31} kg.



Respuesta:

a) El electrón, acelerado por una diferencia de potencial de 500 V, adquiere una energía:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 = 8 \cdot 10^{-17}\mathrm{J}$$

La velocidad será, por tanto:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,33 \cdot 10^7 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

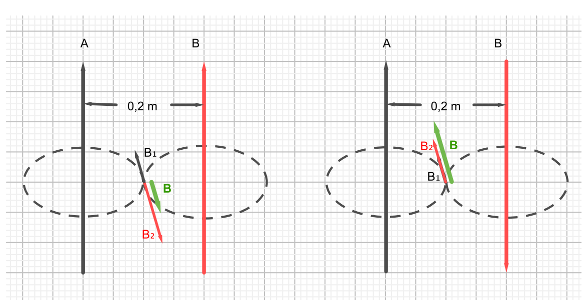
b) El radio de la trayectoria descrita bajo la acción del campo magnético es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,33 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 0,076\,\mathrm{m}$$

3. Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, A a la izquierda, y B a la derecha, distan entre si 20 cm. Por ellos circulan corrientes I_A e I_B ($I_A > I_B$). Cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, el campo magnético en el punto central entre ambas corrientes es de 4 nT, mientras que cuando circulan en sentidos opuestos, el campo magnético en dicho punto es de 8 nT. a) Dibuje un esquema del campo creado por cada corriente, y del campo total para cada uno de los casos indicados (mismo sentido y sentido opuesto de las corriente). b) Calcule el valor de I_A e I_B . Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\mathrm{m \cdot kg \cdot C^{-2}}$. 1 nT $= 10^{-9}$ T.

Respuesta:

a) La representación gráfica puede ser la siguiente:



b) En el primer caso, tendremos:

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_2 - \mathrm{B}_1 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 0,1} - \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 0,1} = 4 \cdot 10^{-9}$$

Mientras que, en el segundo caso:

$$B = B_2 + B_1 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 0,1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 0,1} = 8 \cdot 10^{-9}$$

Podemos plantear el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} B_2 - B_1 = 4 \cdot 10^{-9} \\ B_2 + B_1 = 8 \cdot 10^{-9} \end{array}\right\}$$

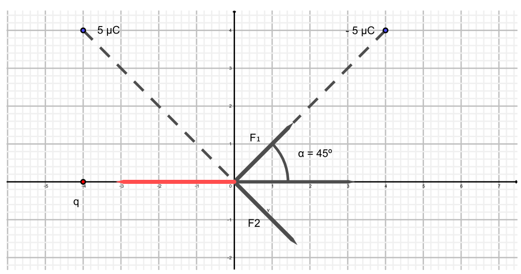
Obteniéndose así: $B_2 = 6 \cdot 10^{-9}$T y $B_1 = 2 \cdot 10^{-9}$T. Las respectivas intensidades se calculan así:

$$I_1 = \frac{2\pi \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 10^{-3}\,\mathrm{A} \qquad I_2 = \frac{2\pi \cdot 0,1 \cdot 6 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}$$

4. Tres partículas cargadas q_1 = 5 µC, q_2 = -5 µC y q , de carga desconocida, están situadas en los puntos de coordenadas q_1: (-1, 1); q_2: (1, 1) y q_3: (-1, 0), expresadas en metros. a) Determine el valor de la carga q para que una carga Q situada en el origen de coordenadas no experimente ninguna fuerza neta. b) Con el valor de q_3 obtenido en el apartado anterior, calcule el potencial electrostático en el origen debido a las tres cargas. Datos: K = 1/(4πεo) = 9.10^9 N.m^2.C^{-2}.1 μ C =10^{-6} C.

Respuesta:

a) El sistema de partículas se puede representar así:



De la representación gráfica se deduce que las componentes verticales de F_1 y F_2 se anulan, siendo además iguales los módulos de ambas (que llamaremos F). Entonces, el módulo de la resultante de ambas fuerzas será: F_r = 2 F cos 45º, siendo:

$$F = 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} Q}{2} \cos 45^{\circ}$$

La fuerza F_3 será igual, en módulo a la anterior resultante, es decir:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot q}{1} = 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} Q}{2} \cos 45^{\circ} \qquad \frac{q}{1} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad q = 3,53 \cdot 10^{-6}\mathrm{C}$$

b) El potencial en el origen será:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^6}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9(-5 \cdot 10^6)}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,53 \cdot 10^{-6}}{1} = 3,177 \cdot 10^4\,\mathrm{V}$$

5. Física moderna

1. La energía de extracción de electrones (función de trabajo) del oro es 5,1 eV. Calcule la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de este metal. Calcule el potencial de frenado de los electrones arrancados cuando se ilumina una muestra de oro con luz de 230 nm de longitud de onda. Datos: Constante de

Planck, h = 6,63.10^{-34} J.s; velocidad de la luz en el vacío, c = 3.10^8 m.s^{-1}; carga del electrón q_e = 1,60.10^{-19} C ; 1 eV = 1,60.10^{-19} J; 1 nm = 10^{-9} m.

Respuesta:

a) El trabajo de extracción, expresado en J será: $W_{ext} = 5,1 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} = 8,16 \cdot 10^{-19}$ J. La frecuencia umbral será, por tanto:

$$\nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{8,16 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,23 \cdot 10^{15} s^{-1}$$

La longitud de onda de 230 nm corresponde a una frecuencia:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,3 \cdot 10^{-7}} = 1,30 \cdot 10^{15}\mathrm{s}^{-1}$$

Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$h\nu = h\nu_0 + qV_f \longrightarrow V_f = \frac{h\nu - h\nu_0}{q} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,30 \cdot 10^{15} - 8,16 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,29\,\mathrm{V}$$

2. El ^{99}Tc es un isótopo radiactivo, emisor de rayos γ, que, cuando se inyecta en el cuerpo humano, se concentra en los huesos, por lo que se emplea en técnicas de radiodiagnóstico. Tiene un periodo de semidesintegración de seis horas. Si se inyecta a un paciente una dosis de ^{99}Tc, ¿al cabo de cuánto tiempo quedará en el organismo sólo el 10 % de la cantidad inicial?

Respuesta:

La constante de desintegración radiactiva es:

$$\lambda = \frac{0,693}{6} = 0,116\,\mathrm{h}^{-1}$$

El número de núcleos restantes al cabo de un tiempo t, en el ejemplo, el 10 %, podrá expresarse de la siguiente forma:

$$0,1\,\mathrm{N}_0 = \mathrm{N}_0\mathrm{e}^{-0,116\,\mathrm{t}}$$

De donde, al despejar, se obtiene: t = 19,85 h.