PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

18 de septiembre de 2018

1. Gravitación.

1. La órbita de Plutón en torno al Sol es elíptica. La relación de distancia entre su afelio y su perihelio es 5/3. Calcule la relación (cociente) entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes de Plutón: momento angular respecto al centro del Sol, energía cinética y energía potencial gravitatoria.

Respuesta:

a) El momento angular respecto al Sol tiene la expresión: $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, siendo su módulo, $L = rmv\,sen\,90$.El cociente de L_a y $L_p$será:

$$\frac{\mathrm{L_a}}{\mathrm{L_p}} = \frac{\mathrm{r_a m v_a}}{\mathrm{r_p m v_p}} = \frac{r_a\sqrt{\frac{GM}{r_a}}}{r_p\sqrt{\frac{GM}{r_p}}} = \sqrt{\frac{r_p}{r_a}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

El cociente de energías cinéticas será:

$$\frac{\mathrm{E_{ca}}}{\mathrm{E_{cp}}} = \frac{\frac{1.}{2}\mathrm{mv_a^2}}{\frac{1.}{2}\mathrm{mv_p^2}} = \frac{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r_a}}}{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r_p}}} = \frac{\mathrm{r_p}}{\mathrm{r_a}} = \frac{3}{5}$$

Por último, la relación entre las energías potenciales en el afelio y en el perihelio será:

$$\frac{\mathrm{U_a}}{\mathrm{U_p}} = \frac{-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r_a}}}{-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r_p}}} = \frac{\mathrm{r_p}}{\mathrm{r_a}} = \frac{3}{5}$$

2. La nave Apolo 11 permitió la llegada del hombre a la Luna en 1969. Para ello orbitó alrededor de ella con un periodo de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de 1850 km. Suponiendo que su órbita fue circular, determine: a) La velocidad orbital del Apolo 11 b) La masa de la Luna. Datos: Constante de gravitación universal, $\mathrm{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

Respuesta:

a) La velocidad orbital viene expresada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Puesto que r (distancia media) es un dato conocido, deberemos obtener el valor de GM, aplicando la Tercera Ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \longrightarrow GM = \frac{4\pi^2(1,85 \cdot 10^6)^3}{(119 \cdot 60)^2} = 4,90 \cdot 10^{12}$$

Sustituyendo, tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{4,90 \cdot 10^{12}}{1,85 \cdot 10^6}} = 1628\, m \cdot s^{-1}$$

b) La masa de la Luna será:

$$M = \frac{GM}{G} = \frac{4,90 \cdot 10^{12}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 7,35 \cdot 10^{22}\mathrm{kg}$$

3. El planeta Marte es aproximadamente esférico, con un radio $r_M = 3,39\cdot 10^6$m y un valor de la aceleración de la gravedad en su superficie: $g_M = 3,71\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. a) Calcule la densidad media de Marte y la velocidad de escape desde su superficie. b) Calcule a que altura sobre la superficie de Marte, el valor de la gravedad se reduce a la mitad. Dato: G = $6{,}67.10^{-11}\mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es:

$$3,71 = \frac{GM}{r_M^2} = \frac{6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 d}{(3,39\cdot 10^6)^2} = \frac{4}{3}\pi 6,67.10^{-11}(3,39\cdot 10^6)d$$

Despejando, obtenemos:

$$d = \frac{3\cdot 3,71}{4\cdot \pi 6,67.10^{-11}3,39\cdot 10^6} = 3917\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$$

la velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 3917}{3,39\cdot 10^6}} = 5014\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

b) La aceleración de la gravedad se reduce a la mitad a una distancia r, de forma que:

$$\frac{3,71}{2} = \frac{6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 3917}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67.10^{-11}\frac{4}{3}\pi(3,39\cdot 10^6)^3 3917}{3,71}} = 4,79\cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

La distancia a la superficie es h = $4{,}79\cdot 10^6$- $3{,}39\cdot 10^6$= $1{,}4\cdot 10^6$ m

4. Fobos es el satélite más grande de Marte. Tiene una masa m = $1{,}072.10^{16}$ kg y describe una órbita alrededor de Marte, que supondremos circular, a una altura de 5980 km sobre la superficie de Marte. Calcule: a) El periodo de la órbita de Fobos alrededor de Marte. b) Su energía mecánica total (energía cinética más potencial). Datos: Constante de gravitación universal, G =$6{,}67.10^{-11}\mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$.; radio de Marte, R_M = 3397 km; masa de Marte, M_M = $6{,}42.10^{23}$ kg.

Respuesta:

a) El periodo de rotación es:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2\left[(5,98+3,397)10^6\right]^3}{6,67.10^{-11}\cdot 6,42.10^{23}}} = 27570\,\mathrm{s}$$

b) la energía mecánica es:

$$\mathrm{E} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} = -\frac{6,67.10^{-11}\cdot 6,42.10^{23}\cdot 1,072\cdot 10^{16}}{2(5,98+3,397)10^6} = 2,45\cdot 10^{22}\,\mathrm{J}$$

5. a) El cometa Halley describe una órbita elíptica de gran excentricidad en torno al sol. La relación de distancias al sol en el afelio, Ra, y en el perihelio, Rp, es Ra /Rp = 62. Calcule la relación (cociente) entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes del cometa Halley: momento angular respecto del sol, energía cinética y energía potencial gravitatoria.

Respuesta:

El módulo del momento angular es: L = rmv. Como consecuencia de la 2ª Ley de Kepler, el momento cinético se mantiene constante, por lo que la relación entre los valores de L en afelio y perihelio es:

$$\frac{L_{af}}{L_{per}} = 1$$

Teniendo en cuenta que rv = constante, la relación entre las velocidades en el afelio y en el perihelio es 1/62, por lo que la relación entre las energías cinéticas tiene el valor:

$$\frac{E_{c(af)}}{E_{c(per)}} = \frac{\frac{1}{2}\,mv_{af}^2}{\frac{1}{2}\,mv_{per}^2} = \frac{v_{af}^2}{v_{per}^2} = \frac{1}{62^2}$$

Por último, la relación entre las energía potenciales es:

$$\frac{U_{af}}{U_{per}} = \frac{-\dfrac{2GMm}{r_{af}}}{-\dfrac{2GMm}{r_{per}}} = \frac{r_{per}}{r_{af}} = \frac{1}{62}$$

6. Una nave espacial de masa m = 300 kg se encuentra en la superficie de Marte. a) Calcule la velocidad de escape de la nave desde la superficie de Marte. Se le comunica a la nave una velocidad vertical inicial de 4 km/s. b) Calcule la altura máxima que alcanzará la nave respecto de la superficie de Marte. c) Calcule el peso de la nave a dicha altura. Datos: G = $6{,}67.10^{-11}$N.m^2.kg^{-2}; masa y radio de Marte M_M= $6{,}42.10^{23}$ kg, R_M= 3397 km.

Respuesta:

a) La velocidad de escape es la siguiente:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67.10^{-11} \cdot 6,42.10^{23}}{3,397 \cdot 10^6}} = 5021\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}\,mv^2 = -\frac{GMm}{r'}$$

Sustituyendo valores:

$$-\frac{6,67.10^{-11} \cdot 6,42.10^{23}}{3,397 \cdot 10^6} + \frac{1}{2}\,4000^2 = -\frac{6,67.10^{-11} \cdot 6,42.10^{23}}{r'}$$

Despejando: $r' = 9,30 \cdot 10^6$ m

c) La aceleración de la gravedad a esa altura será:

$$g = \frac{6,67.10^{-11} \cdot 6,42.10^{23}}{(9,30 \cdot 10^6)^2} = 0,495\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Y el peso del satélite:

$$P = 300 \cdot 0,495 = 148,5\,\mathrm{N}$$

7. Ío y Calisto son dos satélites que orbitan alrededor de Júpiter. Ío tiene un periodo orbital de 1,8 días y el radio de su órbita es 6 veces el radio de Júpiter. El periodo orbital de Calisto es de 16,7 días. Suponiendo que Ío y Calisto describen órbitas circulares, calcule el radio de la órbita de Calisto. Dato: radio de Júpiter, R_J=71500 km.

Respuesta:

A partir de los datos de Ío:

$$1,8 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2(6 \cdot 7,15 \cdot 10^7)^3}{\mathrm{GM_J}}} \qquad \mathrm{GM_J} = 1,29 \cdot 10^{17}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-1}$$

Con este valor:

$$16,7 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2\mathrm{r}^3}{1,29 \cdot 10^{17}}} \qquad \mathrm{r} = 1,89 \cdot 10^9\mathrm{m}$$

8. Caronte es un satélite que orbita alrededor de Plutón con una órbita prácticamente circular de periodo 6,39 días. a) A partir de los datos de Caronte y Plutón, calcule la masa de Plutón. b) Calcule el campo gravitatorio (módulo, dirección y sentido) en el punto medio de la línea que une los centros de Caronte y Plutón. Datos: Constante de gravitación universal, G=$6,67.10^{-11}$N.m^2.kg^{-2}; masa de Caronte, M_C=$1,52.10^{21}$ kg; distancia Plutón-Caronte, r_{PC}=19570 km.

Respuesta:

a) Con los datos de Caronte:

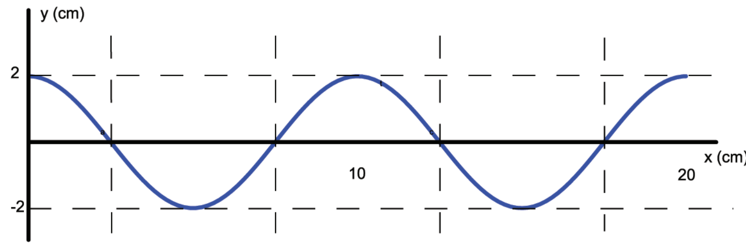
$$6,39 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2(1,957 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11}\mathrm{M_P}}} \qquad \mathrm{M_P} = 1,33 \cdot 10^{22}\mathrm{kg}$$

b) El vector campo gravitatorio se encontrará en la dirección que une Plutón con Caronte, siendo el sentido el de Plutón, debido a su mayor masa. El módulo de dicho campo será:

$$g = \frac{\mathrm{GM_P}}{(\mathrm{r}/2)^2} - \frac{\mathrm{GM_C}}{(\mathrm{r}/2)^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{(9,785 \cdot 10^6)^2}\left(1,33 \cdot 10^{22} - 1,52.10^{21}\right) = 8,21 \cdot 10^{-3}\mathrm{N} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Por una cuerda tensa se propaga, en el sentido positivo del eje x, una onda armónica transversal. Los puntos de la cuerda oscilan con una frecuencia f = 4 Hz. En la gráfica se representa la posición de los puntos de la cuerda en el instante t = 0. a) Determine la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) Escriba la función de onda correspondiente, en unidades S.I. c) Calcule la máxima velocidad de oscilación trasversal de los puntos de la cuerda.



Respuesta:

a) La longitud de onda (distancia entre dos puntos consecutivos en el mismo estado de vibración será, observando la imagen, de 10 cm, mientras que la velocidad de propagación será:

$$v = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = \mathrm{v} \cdot \nu = 0,1 \cdot 4 = 0,4\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

b) La función de onda viene expresada por:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx} + \varphi_0) = 0,02\,\mathrm{sen}\,(8\pi \mathrm{t} - 20\pi \mathrm{x})$$

c) La velocidad transversal es:

$$\mathrm{v_y} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,02 \cdot 8\pi\ \cos(8\pi\mathrm{t} - 20\pi\mathrm{x}) \longrightarrow \mathrm{v_y}(\mathrm{máx}) = 0,16\pi\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

2. Una partícula describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de amplitud A = 2 m, frecuencia angular $\omega = 2$ rad $\cdot$ s^{-1} y fase inicial nula. a) Determine la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo. b) Calcule la energía cinética y la energía potencial de la partícula en función del tiempo. Represente la energía cinética para dos periodos de oscilación completos. Datos: Masa de la partícula: 100 g.

Respuesta:

a) La ecuación del MAS es:

$$x = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \varphi_o) = 2\,\mathrm{sen}\,2\mathrm{t}$$

Mientras que su velocidad tendrá el valor:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_o) = 4\ \cos\ 2\mathrm{t}$$

b) La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0,1 \cdot 16\ \cos^2 2t = 0,8\cos^2 2t$$

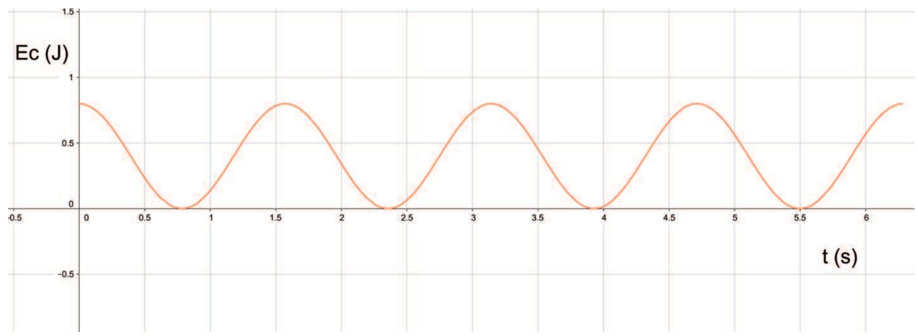
La energía potencial es:

$$U = \frac{1}{2}Kx^2$$

Siendo: $K = m\omega^2 = 0{,}1{\cdot}4 = 0{,}4$. Así pues, U será:

$$U = \frac{1}{2}0,4 \cdot 4\,\text{sen}^2 2t = 0,8\,\text{sen}^2 2t$$

La representación gráfica de la energía cinética en función del tiempo para dos periodos completos sería la siguiente:



3. Considere una cuerda de L = 1,5 m con ambos extremos fijos. Cuando se excita transversalmente con una frecuencia ν = 100 Hz se forma una onda estacionaria con dos vientres. a) calcule la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas en dicha cuerda. b) ¿Para que frecuencia inferior a la dada se formará onda estacionaria en la cuerda?

Respuesta:

a) Para una onda estacionaria, la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Puesto que la onda posee dos vientres, la onda estacionaria formada corresponde al segundo armónico (considerando el valor n =1 como el correspondiente al primer armónico o λ fundamental), con lo cual, tendremos que:

$$\lambda = \frac{2 \cdot 1,5}{2} = 1,5\,\text{m}$$

La velocidad de propagación se obtiene de la expresión: $v = \lambda \cdot \nu = 1,5 \cdot 100 = 150$ m$\cdot$ s^{-1}

b) Para n = 1, la frecuencia será:

$$\nu_0 = \frac{v}{2L} = \frac{150}{3} = 50\,\text{Hz}$$

Como puede verse, la frecuencia de 100 Hz es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental, ν_0.

4. Un bloque de masa M = 0,4 kg desliza sobre una superficie horizontal sin rozamiento sujeto al extremo de un muelle horizontal. La amplitud del movimiento es A = 20 cm y la elongación en el instante inicial es x = -20 cm. La energía total es 2 J. Calcule: a) La constante elástica del resorte. b) La función que describe el movimiento del bloque.

Respuesta:

a) A partir de la energía del sistema:

$$E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Y sabiendo, además, que cuando x = ±A, v = 0, por lo cual :

$$E = \frac{1}{2}KA^2 \qquad 2 = \frac{1}{2}K(-0,2)^2 \qquad K = 100\,N \cdot m^{-1}$$

b) El movimiento del bloque viene descrito por una ecuación del tipo: $x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \varphi_0)$, siendo A = 0,2 m y $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 15,81\ s^{-1}$ por otra parte, puesto que para t = 0; x = - 0,2 m, tendremos:

$$-0,2 = 0,2\,\text{sen}\varphi_0 \qquad \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

Con lo que, finalmente, la ecuación del movimiento quedará así: $x = 0{,}2\ \text{sen}\ \left(15,81t - \frac{\pi}{2}\right)$

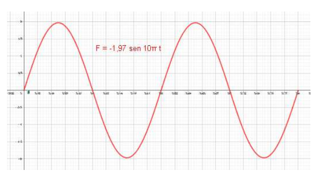
5. Una partícula de masa m = 10 g oscila armónicamente a lo largo del eje OX en la forma x = A sen, con A = 0,2 m y $\omega = 10\pi\ rad.s^{-1}$. a) Determine y represente gráficamente la fuerza que actúa sobre la partícula en función del tiempo para dos periodos completos de la oscilación. b) Calcule la energía mecánica de la partícula. c) Determine y represente gráficamente la energía cinética de m en función del tiempo para dos periodos completos de la oscilación.

Respuesta:

a) La ecuación del movimiento será: $x = 0,2\,\text{sen}\,10\pi t$, con lo que la fuerza tendrá el valor:

$$F = ma = m\,\frac{d^2x}{dt^2} = 0,01\,(-20\pi^2\text{sen}\,10\pi t) = -1,97\,\text{sen}\,10\pi\,t$$

Cuya representación gráfica será:



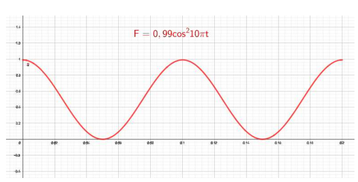
b) La energía mecánica total será:

$$E = \frac{1}{2}\,KA^2 = \frac{1}{2}\,m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}\,0,01(10\pi)^2 0,2^2 = 0,0197\,J$$

c) La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}\,0,01\,\left[\frac{d\,(0,2\,\text{sen}\,10\pi t)}{dt}\right]^2 = 0,99\,\cos^2 10\pi t$$

Y su representación gráfica:



6. Un altavoz emite en el espacio con una potencia de 1 W uniformemente distribuida en todas las direcciones. ¿Qué intensidad acústica (medida en dB) recibirá un detector situado a 1 m de distancia

del altavoz? ¿A qué distancia habrá que poner el detector para que detecte la mitad de intensidad acústica? Dato: Intensidad umbral del oído humano $I_0=10^{-12}$ W.m^{-2}.

Respuesta:

a) La intensidad a 1 m de distancia será:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{1}{4\pi 1^2} = 7,96 \cdot 10^{-2} W \cdot m^{-2}$$

Y el nivel de intensidad:

$$\beta = 10 \log \frac{7,96 \cdot 10^{-2}}{10^{-12}} = 109\, dB$$

Para que el nivel de intensidad se haga la mitad, tendremos:

$$54,5 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 2,82 \cdot 10^{-7} W \cdot m^{-2} = \frac{1}{4\pi r^2}$$

La distancia r será:

$$r = \sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 2,82 \cdot 10^{-7}}} = 531\, m$$

7. Tenemos un tubo de longitud L = 1,7 m que tiene los dos extremos abiertos a la atmósfera. a) Calcule las dos frecuencias de excitación sonora más bajas que producirán ondas estacionarias en el tubo. b) Represente para cada una de las frecuencias anteriores la onda estacionaria que se forma en el tubo, señalando la posición de los nodos y vientres que aparecen. Dato: velocidad del sonido en el aire, v = 340 m/s.

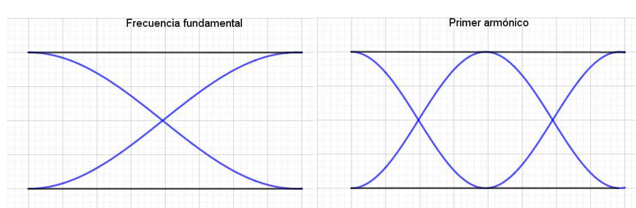
Respuesta:

a) El valor de la frecuencia para un tubo abierto por ambos extremos es:

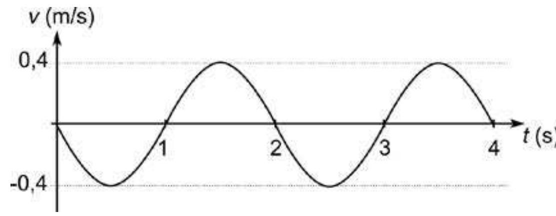
$$\nu = \frac{nv}{2L}$$

Por lo que las frecuencias más bajas serán: $\nu_1 = \frac{340}{2 \cdot 1,7} = 100\, Hz$ y $\nu_2 = \frac{2 \cdot 340}{2 \cdot 1,7} = 200\, Hz$

b)



8. Una masa m = 100 g oscila armónicamente colgada del extremo de un muelle. La velocidad de la masa en función del tiempo se representa en la gráfica. a) Determine la amplitud y la frecuencia de dicha oscilación. Calcule la constante elástica K del muelle. b) Escriba la función x(t) que describe la posición de la masa respecto de la posición de equilibrio. Represente gráficamente x(t) para dos periodos completos de oscilación.



Respuesta:

a) La ecuación de la velocidad es:

$$v = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

El periodo es de 2 s, con lo que $\omega = 2\pi/T = \pi s^{-1}$. Por otra parte, $A\omega$ =0,4, por lo que $A = \dfrac{0,4}{\pi}$ m. Puesto que para $t = 0$, v valdrá 0, tendremos:

$$0 = 0,4\, cos\varphi_0 \qquad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

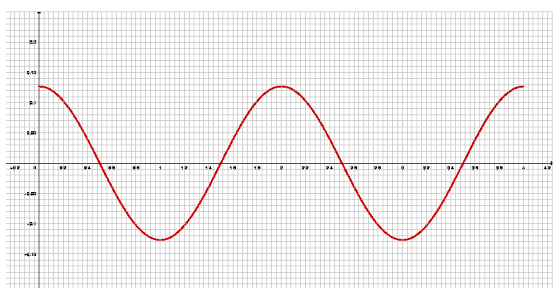
La constante elástica del muelle será:

$$K = m\omega^2 = 0,1 \cdot \pi^2 = 0,99\, N \cdot m^{-1}$$

b) La función que describe la posición de la masa en función de la posición de equilibrio será:

$$x(t) = \frac{0,4}{\pi}\, \text{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La representación gráfica sería la siguiente:



3. Óptica.

1. Una lámina de aceite (índice de refracción n = 1,47) de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f = 5.10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina. a) Determine las longitudes de onda del rayo en el agua y en el aceite. b) Calcule el ángulo de incidencia en la superficie de separación agua-aceite a partir del cual se produce reflexión total interna en la superficie de separación aceite-aire.) Datos: Índice de refracción del agua, n_{agua} = 1,33; índice de refracción del aire, n_{aire} = 1; velocidad de la luz en el vacío, c = 3.10^8 $m.s^{-1}$.

   Respuesta:

   a) la longitud de onda es el cociente de la velocidad entre la frecuencia. De esta forma, tendremos

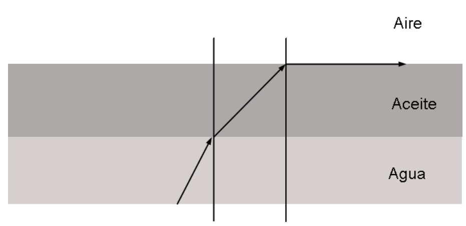
$$\lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8/1,33}{5 \cdot 10^{14}} = 4,51 \cdot 10^{-7}\text{m} \qquad \lambda_{aceite} = \frac{v_{aceite}}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8/1,47}{5 \cdot 10^{14}} = 4,08 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

   b) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_i}{\operatorname{sen} 90^{\text{o}}} = \frac{1}{1,47} \rightarrow \alpha_i = 42,84^{\text{o}}$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{agua}}{\operatorname{sen} 42,84^{\text{o}}} = \frac{1,33}{1,47} \rightarrow \alpha_{agua} = 37,97^{\text{o}}$$

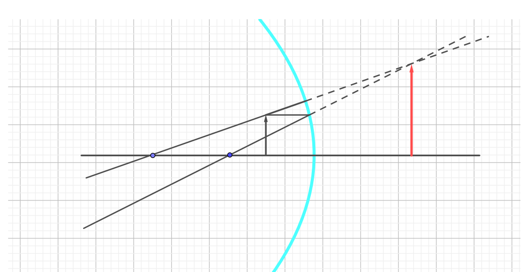
   La trayectoria del rayo luminoso puede ser representada de la siguiente forma:



2. Deseamos utilizar un espejo para observar una pequeña imperfección de nuestra piel. Queremos que la imagen sea virtual, derecha y 5 veces más grande. Si colocamos la cara a 25 cm del espejo. a) ¿Qué tipo de espejo debemos emplear: convexo, cóncavo o plano? Justifique su elección mediante un trazado de rayos. b) Determine la posición de la imagen y el radio de curvatura del espejo.

   Respuesta:

   a) El espejo debe ser cóncavo, pues un espejo convexo da una imagen que siempre es menor que el objeto. El diagrama de rayos para un objeto cóncavo es el siguiente:



b) A partir de la expresión:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{5y}{y} = -\frac{s'}{-0,25} \qquad s' = 1,25\,\mathrm{m}$$

El radio de curvatura se deduce de:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R} \qquad \frac{1}{-0,25} + \frac{1}{1,25} = \frac{2}{R} \qquad R = -0,625\,\mathrm{cm}$$

3. Los espejos de garaje producen siempre una imagen derecha de los objetos, independientemente de su posición respecto del espejo. a) ¿Qué tipo de espejo es, convexo o cóncavo? Justifique su respuesta mediante trazado de rayos. b) Calcule el radio de curvatura de un espejo que permite observar la imagen de un coche, colocado a 3 m de distancia delante del espejo, con la mitad de tamaño que el objeto.

Respuesta:

a) Los espejos convexos producen siempre una imagen derecha, menor y virtual de un objeto, independientemente de su posición.El diagrama de rayos ser´s el siguiente:

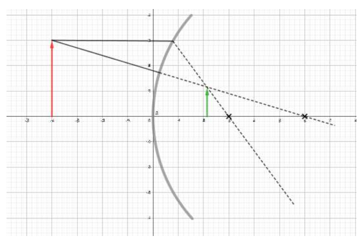


Figura 1:

b) A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = -\frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} = \frac{0,5\,\mathrm{y}}{\mathrm{y}} \qquad \mathrm{s}' = -0,5\,\mathrm{s} = 1,5\,\mathrm{m}$$

Aplicando la ecuación de los espejos curvos:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} + \frac{1}{\mathrm{s}'} = \frac{2}{\mathrm{R}} \qquad \frac{1}{-3} + \frac{1}{1,5} = \frac{2}{\mathrm{R}} \qquad \mathrm{R} = 6\,\mathrm{m}$$

4. La lente de una máquina fotocopiadora se utiliza para capturar la imagen de una hoja situada a 20 cm de distancia de la lente, de forma que la imagen que se forma sobre el sensor de la fotocopiadora es invertida y del mismo tamaño que el objeto. a) ¿A qué distancia del objetivo debemos colocar el sensor? Calcule la focal imagen que debe tener la lente. ¿Debe ser una lente convergente o divergente? b) Compruebe gráficamente los resultados mediante un trazado de rayos.

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta las características de la imagen y la expresión del aumento latera:

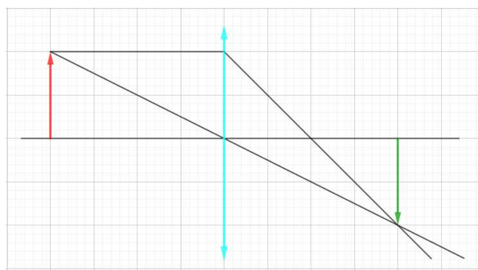
$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} \qquad \frac{-\mathrm{y}}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{-0{,}20} \qquad \mathrm{s}' = 0,20\,\mathrm{m}$$

Para calcular la distancia focal:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{-0,20} - \frac{1}{0,20} = \frac{1}{f} \qquad f = -0,1\,\mathrm{m}$$

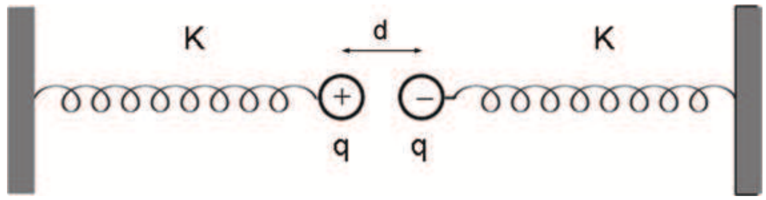
La lente debe ser convergente, pues una lente divergente nunca produce una imagen real.

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Electromagnetismo.

1. Disponemos de un sistema para medir la carga eléctrica compuesto por dos muelles de constante elástica k = 10 N/m que tienen en sus extremos unas pequeñas esferas. Cuando las esferas están descargadas se encuentran en contacto y los muelles en su longitud natural. Cuando cargamos las esferas con la misma carga, se separan una distancia de 10 cm. Calcule la carga de las esferas. Datos: $1/(4\pi\varepsilon o) = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}.



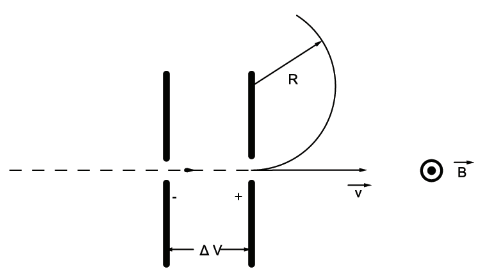
Respuesta:

a) Cuando las dos esferas tienen la misma carga eléctrica, se repelerán. Cada una de ellas se separa 5 cm de la posición inicial de equilibrio, cumpliéndose entonces:

$$\frac{Kq^2}{r^2} = kx \longrightarrow \frac{9 \cdot 10^9 q^2}{0,05^2} = 10 \cdot 0,05$$

$$q = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,05 \cdot 0,1^2}{9 \cdot 10^9}} = 7,45 \cdot 10^{-7}\text{C}$$

2. Un electrón de velocidad inicial nula es acelerado mediante un campo eléctrico entre dos placas entre las que existe una diferencia de potencial ΔV = 500 V. Después penetra en una región donde existe un campo magnético perpendicular a $\vec{v}$ y de intensidad B = 10^{-3}T. Calcula la velocidad v que tiene el electrón al pasar por la segunda placa y el radio R de la trayectoria que describe en la región de campo B Datos: Carga del electrón: e = 1,6.10^{-19} C; masa del electrón m_e = 9,1.10^{-31} kg.



Respuesta:

a) El electrón, acelerado por una diferencia de potencial de 500 V, adquiere una energía:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 = 8 \cdot 10^{-17}\text{J}$$

La velocidad será, por tanto:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,33 \cdot 10^7 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

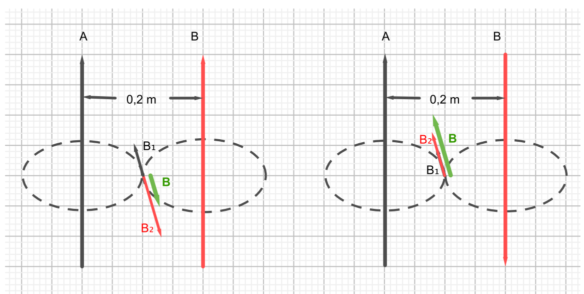
b) El radio de la trayectoria descrita bajo la acción del campo magnético es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,33 \cdot 10^{7}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 0,076\,\mathrm{m}$$

3. Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, A a la izquierda, y B a la derecha, distan entre si 20 cm. Por ellos circulan corrientes I_A e I_B ($I_A > I_B$). Cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, el campo magnético en el punto central entre ambas corrientes es de 4 nT, mientras que cuando circulan en sentidos opuestos, el campo magnético en dicho punto es de 8 nT. a) Dibuje un esquema del campo creado por cada corriente, y del campo total para cada uno de los casos indicados (mismo sentido y sentido opuesto de las corriente). b) Calcule el valor de I_A e I_B . Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\mathrm{m} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{C}^{-2}$. 1 nT = 10^{-9} T.

Respuesta:

a) La representación gráfica puede ser la siguiente:



b) En el primer caso, tendremos:

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_2 - \mathrm{B}_1 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 0,1} - \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 0,1} = 4 \cdot 10^{-9}$$

Mientras que, en el segundo caso:

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_2 + \mathrm{B}_1 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 0,1} + \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 0,1} = 8 \cdot 10^{-9}$$

Podemos plantear el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{B}_2 - \mathrm{B}_1 = 4 \cdot 10^{-9} \\ \mathrm{B}_2 + \mathrm{B}_1 = 8 \cdot 10^{-9} \end{array}\right\}$$

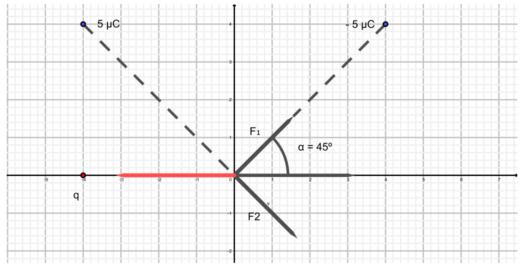
Obteniéndose así: $\mathrm{B}_2 = 6 \cdot 10^{-9}\mathrm{T}$ y $\mathrm{B}_1 = 2 \cdot 10^{-9}\mathrm{T}$. Las respectivas intensidades se calculan así:

$$\mathrm{I}_1 = \frac{2\pi \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 10^{-3}\,\mathrm{A} \qquad \mathrm{I}_2 = \frac{2\pi \cdot 0,1 \cdot 6 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}$$

4. Tres partículas cargadas q_1 = 5 μC, q_2 = -5 μC y q , de carga desconocida, están situadas en los puntos de coordenadas q_1: (-1, 1); q_2: (1, 1) y q_3: (-1, 0), expresadas en metros. a) Determine el valor de la carga q para que una carga Q situada en el origen de coordenadas no experimente ninguna fuerza neta. b) Con el valor de q_3 obtenido en el apartado anterior, calcule el potencial electrostático en el origen debido a las tres cargas. Datos: $K = 1/(4\pi\varepsilon o) = 9.10^{9}$ $\mathrm{N.m^2.C^{-2}}$.1 μ C $=10^{-6}$ C.

Respuesta:

a) El sistema de partículas se puede representar así:



De la representación gráfica se deduce que las componentes verticales de F_1 y F_2 se anulan, siendo además iguales los módulos de ambas (que llamaremos F). Entonces, el módulo de la resultante de ambas fuerzas será: $F_r = 2$ F cos 45º, siendo:

$$F = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}Q}{2}\cos 45^{\circ}$$

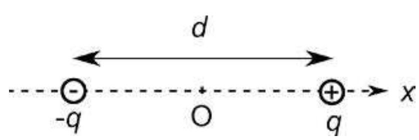
La fuerza F_3 será igual, en módulo a la anterior resultante, es decir:

$$\frac{9\cdot 10^9\cdot Q\cdot q}{1} = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}Q}{2}\cos 45^{\circ} \qquad \frac{q}{1} = \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-6}}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad q = 3,53\cdot 10^{-6}\mathrm{C}$$

b) El potencial en el origen será:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^6}{\sqrt{2}} + \frac{9\cdot 10^9(-5\cdot 10^6)}{\sqrt{2}} + \frac{9\cdot 10^9\cdot 3,53\cdot 10^{-6}}{1} = 3,177\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

5. Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas iguales, pero de signos contrarios. En la figura se muestra un dipolo cuyas cargas, separadas una distancia d, se colocan sobre el eje x simétricamente respecto al origen de coordenadas. Determine el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) y el potencial en el origen de coordenadas Datos: K=1/(4πεo)=9.10^9 N.m^2.C^{-2}, q =1 μC, d=1 mm, 1 μC=10^{-6} C.



Respuesta:

De la anterior representación gráfica se deduce que, en el origen de coordenadas, el campo creado por cada una de las cargas tiene el mismo módulo, dirección y sentido, en este caso, el sentido negativo del eje X. Por tanto:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = -2\,\frac{Kq}{(d/2)^2}\,\vec{i} = -2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-6}}{(10^{-3}/2)^2} = -7,2\cdot 10^{10}\,\vec{i}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

En el origen de coordenadas, el potencial creado es cero, pues el potencial creado por cada una de las cargas tiene el mismo valor que el de la otra, pero sentido contrario:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Kq}{d/2} + \frac{K(-q)}{d/2} = 0$$

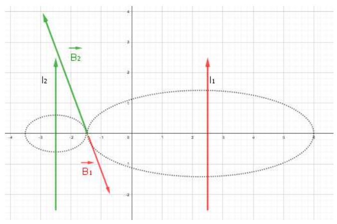
6. Dos hilos conductores rectos, paralelos y de longitud infinita se encuentran separados una distancia d = 1 m. Por los conductores circulan corrientes en el mismo sentido y la fuerza por unidad de longitud que ejerce un conductor sobre el otro es de 10^{-6} N/m. Si por el conductor 1 pasa una corriente I_1 = 2 A, a) Calcule la corriente que circula por el conductor 2. b) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) en un punto P situado entre los cables, a distancia d/5 del conductor 2. Dato: μ_0=4π.10^{-7} m.kg.C^{-2}.

Respuesta:

a) La fuerza por unidad de longitud que cada uno de los conductores ejerce sobre el otro es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \qquad 10^{-6} = \frac{4\pi . 10^{-7} \cdot 2 \cdot I_2}{2\pi \cdot 1} \qquad I_2 = 2,5\text{ A}$$

b) La representación gráfica es la siguiente:



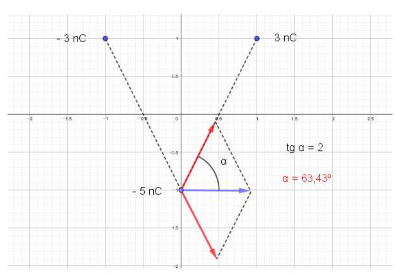
De dicha representación gráfica se deduce que los vectores campo magnético tienen la misma dirección y sentido contrario. Si consideramos los conductores situados en el plano XY, el vector campo resultante será:

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 0,8}\vec{k} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2}\vec{k} = -2 \cdot 10^{-6}\,\vec{k}\text{ T}$$

7. Tres partículas cargadas q_1= 3 nC, q_2= −3 nC y q_3= − 5 nC están situadas en los puntos de coordenadas q_1: (-1,1), q_2:(1,1) y q_3:(0,-1), expresadas en metros. Determine la fuerza neta (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la carga q_3. Datos K=1/4πε_0=9.10^9 N.m^2.C^{-2}, 1 nC=10^{-9} C.

Respuesta:

De la siguiente representación gráfica:



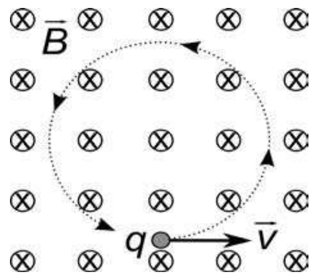
Podemos deducir que la fuerza resultante actúa en el sentido positivo del eje X. El módulo de cada una de las fuerzas que actúa sobre la de -5 nC tiene el mismo valor:

$$\left|\vec{F_1}\right| = \left|\vec{F_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{2^2 + 1^2} = 2,7 \cdot 10^{-8}\text{N}$$

La fuerza resultante será:

$$\vec{F} = 2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-8} \cos 63,43^{\circ}\,\vec{i} = 2,41 \cdot 10^{-8}\,\vec{i}\text{ N}$$

8. Una partícula de masa m con carga eléctrica q se mueve en el seno de un campo magnético B, en dirección perpendicular al campo, con una velocidad v, de forma que describe una trayectoria circular de radio R, tal como se muestra en la figura. a) Calcule el valor de la carga q y deduzca razonadamente su signo. b) Si la misma carga se moviese en dirección paralela al campo, ¿cuál sería el radio de la trayectoria? Datos: m = $3{,}82.10^{-26}$ kg, B=5.10^{-6} T, v = 4 m/s, R=19,1 cm.



Respuesta:

a) El radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{3,82.10^{-26} \cdot 4}{q \cdot 5.10^{-6}} = 0,191 \qquad q = 1,6 \cdot 10^{-19}C$$

La carga debe tener signo negativo, pues la fuerza es perpendicular a la trayectoria y tiene el valor: $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$. Si la carga fuera positiva, la fuerza tendría sentido contrario al señalado.

b) Si la carga se desplazara paralelamente al campo, la fuerza sobre ella sería nula, pues $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = 0$.La trayectoria de la partícula sería rectilínea.

5. Física moderna

1. La energía de extracción de electrones (función de trabajo) del oro es 5,1 eV. Calcule la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de este metal. Calcule el potencial de frenado de los electrones arrancados cuando se ilumina una muestra de oro con luz de 230 nm de longitud de onda. Datos: Constante de Planck, h = 6,63.10^{-34} J.s; velocidad de la luz en el vacío, c = 3.10^8 m.s^{-1}; carga del electrón q_e = 1,60.10^{-19} C ; 1 eV = 1,60.10^{-19} J; 1 nm = 10^{-9} m.

   Respuesta:

   a) El trabajo de extracción, expresado en J será: $W_{ext} = 5,1 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} = 8,16 \cdot 10^{-19}$ J. La frecuencia umbral será, por tanto:

   $$\nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{8,16 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,23 \cdot 10^{15} s^{-1}$$

   La longitud de onda de 230 nm corresponde a una frecuencia:

   $$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,3 \cdot 10^{-7}} = 1,30 \cdot 10^{15} \mathrm{s}^{-1}$$

   Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

   $$h\nu = h\nu_0 + qV_f \longrightarrow V_f = \frac{h\nu - h\nu_0}{q} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,30 \cdot 10^{15} - 8,16 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,29\,\mathrm{V}$$

2. El ^{99}Tc es un isótopo radiactivo, emisor de rayos γ, que, cuando se inyecta en el cuerpo humano, se concentra en los huesos, por lo que se emplea en técnicas de radiodiagnóstico. Tiene un periodo de semidesintegración de seis horas. Si se inyecta a un paciente una dosis de ^{99}Tc, ¿al cabo de cuánto tiempo quedará en el organismo sólo el 10 % de la cantidad inicial?

   Respuesta:

   La constante de desintegración radiactiva es:

   $$\lambda = \frac{0,693}{6} = 0,116\,\mathrm{h}^{-1}$$

   El número de núcleos restantes al cabo de un tiempo t, en el ejemplo, el 10 %, podrá expresarse de la siguiente forma:

   $$0,1\,\mathrm{N}_0 = \mathrm{N}_0 \mathrm{e}^{-0,116\,\mathrm{t}}$$

   De donde, al despejar, se obtiene: t = 19,85 h.

3. Analizando una muestra de material radiactivo se comprueba que al cabo de un año su actividad es una décima parte de la inicial. Determine la constante de desintegración del material. b) Calcule el periodo de semidesintegración.

   Respuesta:

   La actividad es igual al producto de la constante de desintegración por el número de núcleos en un momento dado, por lo que el número de núcleos restantes al cabo de un año será también la décima parte del número inicial Por tanto:

   $$\mathrm{N}_0/10 = \mathrm{N}_0 \mathrm{e}^{-\lambda \cdot 1} \qquad \lambda = 2,3\,\text{años}^{-1}$$

   b) El periodo de semidesintegración será:

   $$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{2,3} = 0,30\,\text{años}$$

4. Se observa que se produce efecto fotoeléctrico cuando la luz que incide sobre una muestra de platino tiene una longitud de onda inferior a 209 nm.¿Qué energía cinética máxima, expresada en eV, tendrán los electrones emitidos cuando iluminamos la muestra de platino con luz de 145 nm? Datos: Constante de Planck, h=6,63.10^{-34} J.s; velocidad de la luz en el vacío, c=3.10^{8} m.s^{-1}; 1 nm=10^{-9} m; 1 eV=1,6.10^{-19} J.

Respuesta:

El trabajo de extracción tendrá el valor:

$$\mathrm{W_{ext}} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} = \frac{6,63.10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{2,09\cdot 10^{-7}} = 9,52\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

La energía incidente será:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63.10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{1,45\cdot 10^{-7}} = 1,37\cdot 10^{-18}\mathrm{J}$$

La energía cinética será, pues:

$$\mathrm{E_c} = \mathrm{E} - \mathrm{W_{ext}} = 1,37\cdot 10^{-18} - 9,52\cdot 10^{-19} = 4,18\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$