

# PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

12 de agosto de 2018

Se proporcionan los valores de las siguientes constantes físicas: Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre  $g_0 = 9,80 \text{ m s}^{-2}$  ; Constante de gravitación universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ; Radio medio de la Tierra  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  ; Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ; Constante eléctrica en el vacío  $K_0 = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$  ; Permeabilidad magnética del vacío  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$  ; Carga elemental  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ; Masa del electrón  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ; Masa del protón  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ; Velocidad de la luz en el vacío  $c_0 = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ; Constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  Unidad de masa atómica  $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ; Electronvoltio  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

## 1. Gravitación.

1. Calcule la energía potencial gravitatoria de un satélite de masa  $m = 100$  kg que está orbitando a una altura de 1000 km sobre la superficie terrestre. b) Explique si para el cálculo anterior podría utilizarse la expresión  $E = m g h$ .

**Respuesta:**

a) la energía potencial será:

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6,37 \cdot 10^6 + 10^6)} = -5,41 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b) No es posible, puesto que la aceleración de la gravedad no tiene un valor constante, sino que depende de la distancia  $r$  al centro de la Tierra, según la expresión:

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

2. Un meteorito de 350 kg que cae libremente hacia la Tierra, tiene una velocidad de  $15 \text{ m s}^{-1}$  a una altura de 500 km sobre la superficie terrestre. Determine: a) El peso del meteorito a dicha altura. b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre (despreciando la fricción con la atmósfera).

**Respuesta:**

a) El peso del meteorito será:

$$P = \frac{GMm}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 350}{(6,37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)^2} = 2958 \text{ N}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$\frac{1}{2} 350 \cdot 15^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 350}{6,37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5} = \frac{1}{2} 350 \cdot v^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 350}{6,37 \cdot 10^6}$$

Despejando, se obtiene:  $v = 3019 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. a) El periodo de rotación de Marte es de 24,6229 horas. Si el radio de la órbita areoestacionaria (equivalente a una órbita geoestacionaria en la Tierra) es de 20425 km, ¿cuál es la masa del planeta?  
b) Se sabe que la velocidad de escape de Marte es 5,027 km/s ¿cuál es el radio del planeta?

**Respuesta:**

a) A partir de la expresión del periodo:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad \text{Se deduce : } M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (2,0425 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} (24,6229 \cdot 3600)^2} = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

b) Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad \text{despejamos } r : r = \frac{2GM}{v^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{(5,027 \cdot 10^3)^2} = 3,39 \cdot 10^6 \text{ m}$$

4. Un satélite artificial de 250 kg describe una órbita circular a una altura  $h$  sobre la superficie terrestre. El valor de la gravedad a dicha altura es la quinta parte de su valor en la superficie de la Tierra. a) Calcule el periodo de revolución del satélite en la órbita. b) Calcule la energía mecánica del satélite.

**Respuesta:**

a) En primer lugar, calculamos la distancia  $r$  al centro de la Tierra:

$$\frac{9,8}{5} = \frac{GM}{r^2} \quad r = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{1,96}} = 1,46 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Con este dato, el periodo de revolución será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (1,46 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 16951 \text{ s}$$

b) la energía mecánica será:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 250}{2 \cdot 1,4625 \cdot 10^7} = -3,41 \cdot 10^9 \text{ J}$$

5. La estación espacial internacional (ISS), cuya masa es  $4,5 \cdot 10^5$  kg, describe una órbita aproximadamente circular alrededor de la Tierra, de periodo 92 minutos. a) Determine su altura sobre la superficie de la Tierra y su velocidad orbital. b) Calcule la energía necesaria para duplicar el radio de su órbita.

**Respuesta:**

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$92 \cdot 60 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}}$$

despejando, obtenemos:  $r = 6,75 \cdot 10^6$  m, con lo que la altura respecto a la superficie de la Tierra será:  
 $h = 6,75 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,82 \cdot 10^5$  m

La velocidad orbital será:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,75 \cdot 10^6}} = 7687 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La energía que posee el satélite en esta órbita es:

$$E_0 = -\frac{GMm}{2r_0} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 4,5 \cdot 10^5}{2 \cdot 6,75 \cdot 10^6} = -1,33 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

En la nueva órbita, la energía será:

$$E_1 = -\frac{GMm}{2r_1} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 4,5 \cdot 10^5}{2 \cdot 2 \cdot 6,75 \cdot 10^6} = -6,65 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

$$-1,33 \cdot 10^{13} + E = -6,65 \cdot 10^{12} \quad E = 6,65 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

6. a) Considerando que las órbitas de los planetas del sistema solar son aproximadamente circulares, utilice los datos de la órbita terrestre (radio,  $150 \cdot 10^9$  km; periodo, 365 días) para calcular la velocidad de traslación de Mercurio, sabiendo que el radio de su órbita mide  $57,9 \cdot 10^9$  km. b) Calcule el diámetro

de Mercurio, sabiendo que la aceleración de la gravedad en su superficie es  $3,7 \text{ m s}^{-2}$  y su densidad media es  $5,43 \text{ g cm}^{-3}$ .

**Respuesta:**

a) Aplicando la Tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad 365 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (150 \cdot 10^9)^3}{GM}} \quad GM = 1,34 \cdot 10^{20}$$

Para la órbita de Mercurio:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (57,9 \cdot 10^9)^3}{1,34 \cdot 10^{20}}} = 7,56 \cdot 10^6 \text{ s}$$

La velocidad orbital de Mercurio será:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 5,79 \cdot 10^{10}}{7,56 \cdot 10^6} = 48121 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La aceleración de la gravedad en la superficie de Mercurio es:

$$g_M = \frac{GM}{r^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi r^3 d}{r^2} = \frac{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \pi r \cdot 5430}{3}$$

Despejando, obtendremos:

$$r = \frac{3,7 \cdot 3}{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \pi \cdot 5430} = 2,44 \cdot 10^6 \text{ m}$$

El diámetro será:  $D = 2r = 2 \cdot 2,44 \cdot 10^6 = 4,88 \cdot 10^6 \text{ m}$

7. a) La velocidad de escape desde la superficie de Urano es  $19,9 \text{ km s}^{-1}$  y la gravedad en su superficie es  $7,8 \text{ m s}^{-2}$ . Calcule el radio de Urano. b) El radio medio de la órbita de Urano alrededor del Sol es 19,19 veces mayor que el de la Tierra alrededor del Sol. Encuentre la duración del año uraniano.

**Respuesta:**

a) sabiendo que la velocidad de escape tiene la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad 1,99 \cdot 10^4 = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = GM = 1,98 \cdot 10^8 r$$

Podemos hallar el valor de r a partir de la aceleración de la gravedad:

$$7,8 = \frac{GM}{r^2} = \frac{1,98 \cdot 10^8 r}{r^2} \quad r = \frac{1,98 \cdot 10^8}{7,8} = 2,54 \cdot 10^7 \text{ m}$$

b) Dividiendo los periodos de rotación:

$$\frac{T_U}{1} = \frac{\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} (19,9 r_T)^3}}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} r_T^3}} \quad T_U = \sqrt{19,19^3} = 84,06 \text{ años}$$

8. a) Explique qué es un campo conservativo y razone si el campo gravitatorio lo es o no. b) Explique los conceptos de fuerza gravitatoria y campo gravitatorio e indique qué relación existe entre ellos.

**Respuesta:**

a) Un campo conservativo es aquel en el que el trabajo realizado no depende del camino seguido o, lo que es lo mismo, aquel en el que el trabajo realizado a lo largo de un ciclo es nulo. El campo gravitatorio es un ejemplo de campo conservativo, pues se cumplirá que:

$$\int_{r_A}^{r_A} -\frac{GMm}{r^2} dr = \left[ \frac{GMm}{r} \right]_{r_A}^{r_A} = 0$$

b) La ley de Gravitación universal de Newton expresa que la fuerza de atracción entre dos masas, o fuerza gravitatoria, depende directamente del producto de ambas, e inversamente del cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo gravitatorio es la fuerza que una masa o un conjunto de ellas ejerce sobre la unidad de masa en un punto dado. La relación entre fuerza y campo es:

$$\vec{F} = m \vec{g}$$

Siendo  $\vec{g}$  la intensidad de campo gravitatorio,

## 2. Vibraciones y ondas.

1. Dos ondas armónicas transversales se propagan por dos cuerdas a la misma velocidad en el sentido positivo del eje X. La primera tiene el doble de frecuencia que la segunda y se sabe que en el instante inicial, la elongación de los extremos izquierdos de ambas cuerdas es nula. a) Calcule la razón entre las longitudes de onda de ambas ondas. b) Para cada una de las ondas (y en el mismo instante de tiempo) determine la diferencia de fase (expresada en función de los respectivos números de ondas) para dos puntos que distan 3 m. Obtenga la relación entre dichas diferencias de fase.

**Respuesta:**

- a) Las respectivas longitudes de onda son:

$$\lambda_1 = \frac{v}{\nu_1} = \frac{v}{2\nu_2} \quad \lambda_2 = \frac{v}{\nu_2}$$

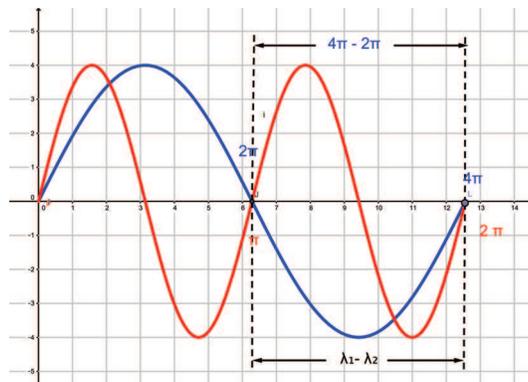
Así pues:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2}$$

- b) Los respectivos números de onda son:

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{4\pi}{\lambda_2} \quad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$$

Es decir, el número de ondas de la primera de ellas es el doble que el de la segunda. A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos poner:

$$\frac{4\pi - 2\pi}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\Delta\varphi}{3} \quad \Delta\varphi = \frac{3 \cdot 2\pi}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{3}{\frac{\lambda_1}{2\pi} - \frac{\lambda_2}{2\pi}} = \frac{3}{\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}}$$

2. Una onda armónica cuya frecuencia es 60 Hz se propaga en la dirección positiva del eje X con velocidad desconocida superior a 10 m s<sup>-1</sup>. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 15 cm, es  $\frac{\pi}{2}$  radianes, determine: a) El periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s?

**Respuesta:**

a) El periodo es:

$$T = \frac{1}{60} = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Sabiendo que para una distancia de 0,15 m existe una diferencia de fase de  $\pi/2$  radianes, podremos poner:

$$\frac{2\pi \text{ rad}}{\lambda \text{ m}} = \frac{\pi/2 \text{ rad}}{0,15 \text{ m}}$$

Con lo que  $\lambda = 0,60 \text{ m}$

La velocidad de propagación es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,6}{1,67 \cdot 10^{-2}} = 36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Para ese punto, teniendo en cuenta que:

$$\frac{2\pi \text{ rad}}{1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}} = \frac{\Delta\varphi \text{ rad}}{0,01 \text{ s}} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{0,02\pi}{1,67 \cdot 10^{-2}} = 1,2\pi \text{ rad}$$

3. Si el oído humano es capaz de percibir frecuencias entre 20 y 20000 Hz, indique razonadamente si será audible un sonido cuya longitud de onda sea de 1 cm.

**Respuesta:**

a) La frecuencia de este sonido será:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,01} = 34000 \text{ Hz} \quad \text{El sonido no será audible}$$

4. Uno de los extremos de una cuerda de longitud 24 m se separa de su situación de reposo hasta una altura de 20 cm y empieza a oscilar con movimiento armónico simple, de forma que la onda resultante alcanza el otro extremo de la cuerda en 1,5 s. a) Sabiendo que la velocidad de vibración máxima de los puntos de la cuerda es de 6,4 m/s, determine la frecuencia y la longitud de onda en la cuerda. b) Determine, para un instante de tiempo dado, la diferencia de fase entre dos puntos que distan 2 y 13 m respecto del extremo inicial e indique si, aproximadamente, se encuentran en fase o en oposición de fase.

**Respuesta:**

a) La velocidad de propagación de la onda será:  $v = 24/1,5 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . La amplitud será  $A = 0,2 \text{ m}$ . Sabiendo que la velocidad de vibración es:

$$v_t = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx) \quad v_t(\text{máx}) = A\omega \quad \omega = \frac{v_t}{A} = \frac{6,4}{0,2} = 32 \text{ s}^{-1}$$

Con estos datos, podremos hacer los siguientes cálculos:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{16}{\pi} \text{ s}^{-1} \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{16}{16/\pi} = \pi \text{ m}$$

b) Teniendo en cuenta que a dos puntos separados por una longitud de onda les corresponde una diferencia de fase de  $2\pi$  radianes, podremos escribir:

$$\frac{2\pi}{\pi \text{ m}} = \frac{\varphi_1}{2} = \frac{\varphi_2}{13} \quad \varphi_1 = 4 \text{ rad} \quad \varphi_2 = 26 \text{ rad} \quad \Delta\varphi = 22 \text{ rad}$$

Esta diferencia de fase corresponde a un número de longitudes de onda:

$$n = \frac{22}{2\pi} = \frac{11}{\pi} \simeq 3,5 \text{ longitudes de onda}$$

Lo que indica que ambos puntos se encuentran, aproximadamente, en **oposición de fase**.

5. Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje X con velocidad  $5 \text{ m s}^{-1}$ . Su longitud de onda es  $1,4 \text{ m}$  y su amplitud  $3 \text{ m}$ . a) Escriba la ecuación de la onda, suponiendo que en el punto  $x = 0$  la perturbación es nula cuando  $t = 0$ . b) ¿Cuál es la velocidad de vibración máxima de un punto del medio?

**Respuesta:**

a) La ecuación de la onda tiene la forma:

$$y = A \text{ sen } (\omega t + kx + \varphi_0)$$

Los parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 3 \text{ m} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,4} = 1,43\pi \text{ m}^{-1} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}; \quad \nu = \frac{5}{1,4} = 3,57 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 7,14\pi \text{ s}^{-1}$$

Puesto que para  $x = 0$ ,  $t = 0$ , el valor de  $y$  es cero, tendremos:

$$0 = 3 \text{ sen } \varphi_0 \quad \varphi_0 = 0$$

Con todo esto, la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$y = 3 \text{ sen } (7,14\pi t + 1,43\pi x)$$

b) La velocidad de vibración será:

$$v = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 7,14\pi \cos (7,14\pi t + 1,43\pi x)$$

Con lo que  $v_{\text{max}} = 67,29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

6. Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación de movimiento, en unidades S.I.: y  $(x,t) = 3 \text{ sen } (100 t - 5x + \pi/2)$  a) Indique el valor de las siguientes magnitudes: amplitud, frecuencia, periodo y longitud de onda. b) Represente gráficamente la elongación y la velocidad en función de la posición para  $t = 0$ .

**Respuesta:**

a) Los valores pedidos son los siguientes:

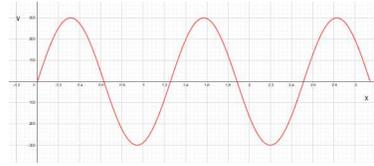
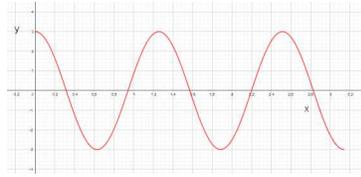
$$A = 3 \text{ m} \quad 100 = 2\pi\nu; \quad \nu = 15,92 \text{ s}^{-1} \quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{15,92} = 0,063 \text{ s}$$

$$k = 5 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = 1,26 \text{ m}$$

b) Las expresiones de elongación y la velocidad son, respectivamente:

$$y = 3 \text{ sen } (100t - 5x + \pi/2) \quad v = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 100 \cos (100t - 5x + \pi/2)$$

Las correspondientes representaciones gráficas para la elongación y velocidad son las siguientes:



7. Una fuente genera ondas, de amplitud 0,2 mm y frecuencia 1000 Hz, que se propagan en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 340 m s<sup>-1</sup>. Sabiendo que en el origen la elongación es cero en el instante inicial: a) Determine la ecuación general de la onda y exprésela en unidades del S.I. b) Calcule los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de vibración de una partícula del medio.

**Respuesta:**

a) Los parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad \omega = 2\pi\nu = 2000\pi \text{ s}^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2000\pi}{340} = 5,88\pi \text{ m}^{-1}$$

Puesto que para  $t = 0$ ;  $x = 0$  la elongación es nula:  $0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ sen } \varphi_0$ , con lo que  $\varphi_0 = 0$ . la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$y = 2 \cdot 10^{-4} \text{ sen } (2000\pi t - 5,88\pi x)$$

b) Las expresiones de velocidad y aceleración son, respectivamente:

$$v = \frac{dy}{dt} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2000\pi \cos(2000\pi t - 5,88\pi x) \quad a = \frac{d^2y}{dt^2} = -2 \cdot 10^{-4} (2000\pi)^2 \text{ sen } (2000\pi t - 5,88\pi x)$$

Con lo que los valores máximos de velocidad y aceleración serán, respectivamente:

$$v_{\text{máx}} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2000\pi = 1,26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad a_{\text{máx}} = 2 \cdot 10^{-4} (2000\pi)^2 = 7895,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

8. El nivel de intensidad sonora producido por un altavoz que emite uniformemente en todas las direcciones es 100 dB a una distancia de 10 m. a) Calcule la potencia con la que emite el altavoz. b) ¿A qué distancia del altavoz la intensidad del sonido se encontrará en el umbral del dolor, que es 1 W m<sup>-2</sup>? Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

**Respuesta:**

a) A partir del nivel de intensidad sonora:

$$100 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} = \frac{P}{4\pi \cdot 10^2}$$

$$P = 4\pi \text{ W}$$

b) Para una intensidad de 1 W·m<sup>-2</sup> tendremos:

$$1 = \frac{P}{S} = \frac{4\pi}{4\pi r^2} \quad r = 1 \text{ m}$$

### 3. Óptica.

1. Demuestre que al atravesar un rayo de luz una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, el rayo emergente es paralelo al rayo incidente si los medios en contacto con las caras de la lámina son idénticos. b) Un rayo de luz atraviesa una lámina de vidrio ( $n_v = 1,37$ ) plana de 3 cm de espesor incidiendo con un ángulo de  $30^\circ$ . Al salir el rayo se ha desplazado paralelamente a sí mismo una distancia  $d$ . Si la lámina está contenida en aire, determine la distancia desplazada.

**Respuesta:**

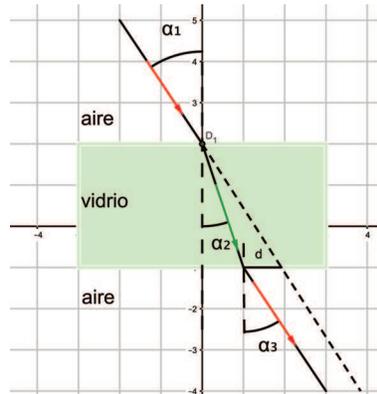
- a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\text{Al penetrar en el vidrio : } \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{sen } \alpha_1 = \frac{n_2 \text{sen } \alpha_2}{n_1}$$

$$\text{Al salir del vidrio : } \frac{\text{sen } \alpha_2}{\text{sen } \alpha_3} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{sen } \alpha_3 = \frac{n_2 \text{sen } \alpha_2}{n_1}$$

Con lo que se comprueba que  $\alpha_1 = \alpha_3$

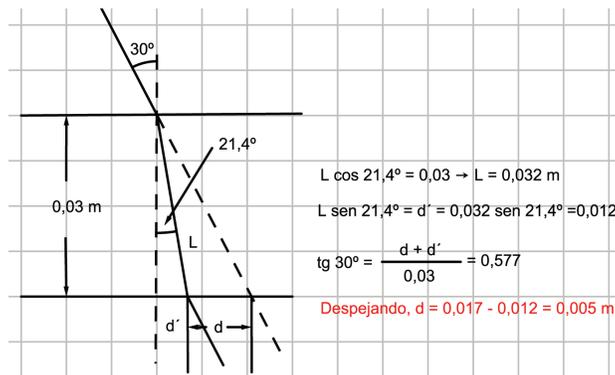
La trayectoria del rayo luminoso es la siguiente:



- b) El ángulo de refracción en el vidrio se hallará de la siguiente forma:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,372}{1} \rightarrow \alpha_2 = 21,4^\circ$$

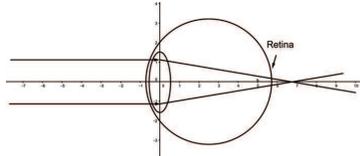
La resolución del problema está contenida en el siguiente gráfico:



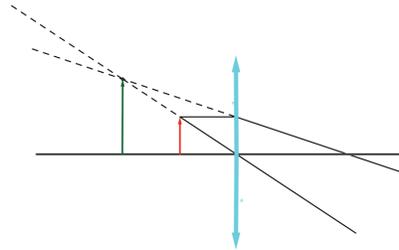
2. a) Explique en qué consiste el defecto del ojo conocido como hipermetropía. Trace para ello un diagrama de rayos. b) Mediante un diagrama de marcha de rayos, describa las características de la imagen que forma una lente convergente cuando el objeto está situado entre el foco objeto y la lente.

**Respuesta:**

a) La hipermetropía es un defecto de la visión por el cual, los rayos luminosos procedentes del infinito, tras refractarse en el cristalino, convergen por detrás de la retina. Las personas que padecen hipermetropía tienen dificultades para enfocar objetos cercanos.



b) El diagrama sería el siguiente:

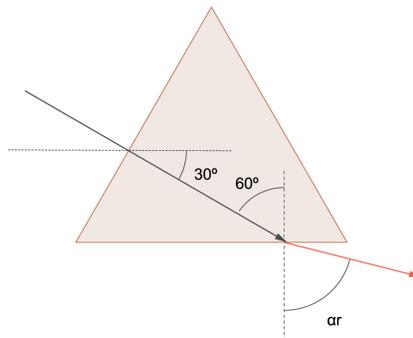


La imagen es mayor, derecha y virtual.

3. Un rayo de luz incide perpendicularmente sobre una de las caras de una pieza de vidrio ( $n_{\text{vidrio}} = 1,48$ ) cuya sección es un triángulo equilátero y está sumergida en agua ( $n_{\text{agua}} = 1,33$ ). Determine el ángulo que forma el rayo emergente con el incidente.

**Respuesta:**

a) La situación planteada por el enunciado se puede representar de la siguiente forma:



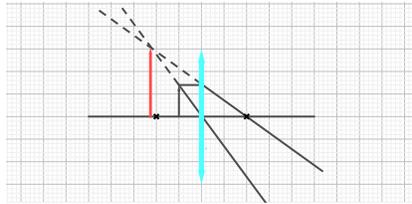
Aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 60^\circ}{\text{sen } \alpha_r} = \frac{1,33}{1,48} \quad \alpha_r = 74,5^\circ$$

4. a) Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? b) Un rayo de luz se propaga a través de un medio de índice de refracción  $n_1$  e incide en la superficie de separación con otro medio de índice  $n_2$ . Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: " Si  $n_1 > n_2$  se puede producir reflexión total".

**Respuesta:**

- a) Sí, siempre que el objeto esté situado entre el foco y la lente, como puede verse en la siguiente imagen:



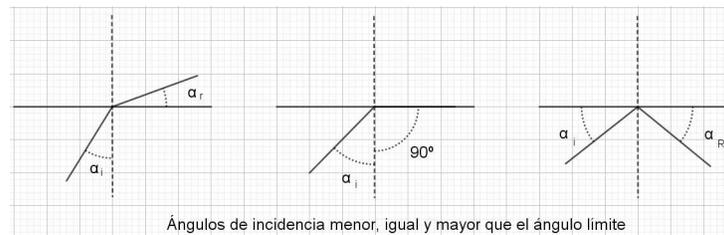
- b) La afirmación es **verdadera**, puesto que, cuando un rayo luminoso pasa de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción, el rayo refractado tiende a separarse de la normal:

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

5. a) Explique en qué consiste el fenómeno de la reflexión total de la luz. Represente mediante esquemas la trayectoria de un rayo para los siguientes casos: ángulo de incidencia menor, igual y mayor que el ángulo límite. b) Si el índice de refracción del agua es 1,33 y el del aire es 1, determine en qué condiciones se produce el fenómeno de la reflexión total en la superficie de separación de los medios y el valor del ángulo límite correspondiente.

**Respuesta:**

- a) La reflexión total es el fenómeno que se produce cuando un rayo pasa de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción con un ángulo de incidencia mayor o igual que lo que se denomina ángulo límite. El esquema correspondiente a las tres situaciones es el siguiente:

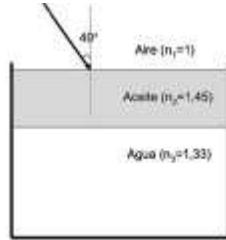


- b) Para la interfase agua-aire, el ángulo límite se calcula así:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{1,33} \quad \alpha_i = 48,75^\circ$$

6. Consideremos un vaso de agua (índice de refracción  $n_3 = 1,33$ ) en cuya superficie hay una capa de aceite (índice de refracción  $n_2 = 1,45$ ) (ver figura). a) Un rayo incide desde el aire (índice de refracción  $n_1 = 1$ ) formando un ángulo de  $40^\circ$  con la normal, como se indica en la figura. Dibuje la marcha de rayos

y determine el ángulo de salida del rayo en el agua. b) Si consideramos ahora un rayo procedente del agua, determine el ángulo de incidencia mínimo en la superficie agua-aceite para que no emerja luz al aire. **Respuesta:**



a) El diagrama será el siguiente:

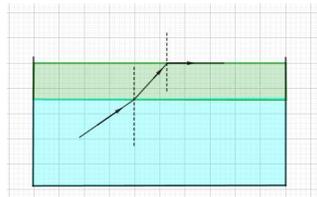


Para determinar el ángulo de salida:

$$\frac{\text{sen } 40^\circ}{\text{sen } \alpha_1} = \frac{1,45}{1} \quad \alpha_1 = 26,31^\circ$$

$$\frac{\text{sen } 26,31^\circ}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,33}{1,45} \quad \alpha_2 = 28,90^\circ$$

b) Para que no emerja la luz al aire, debe darse el fenómeno de la reflexión total en la interfase aceite-aire. La trayectoria de los rayos sería la siguiente:



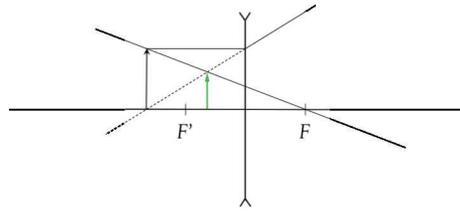
Aplicando por dos veces la ley de Snell, tendremos:

$$\frac{\text{sen } \alpha_2}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{1,45} \quad \alpha_2 = 43,60^\circ$$

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 43,60^\circ} = \frac{1,45}{1,33} \quad \alpha_1 = 48,75^\circ$$

7. Explique brevemente los siguientes defectos de la visión: presbicia y astigmatismo. b) Se coloca un objeto delante de una lente divergente como indica la figura.. Dibuje la marcha geométrica de los rayos e indique qué características tiene la imagen

**Respuesta:**



a) La presbicia es un defecto de la visión por el cual no se pueden ver con claridad los objetos cercanos. Está causada por la degeneración del músculo que modifica la forma del cristalino. El astigmatismo es el defecto causado por una curvatura irregular de la córnea, lo que produce que las imágenes se vean algo deformadas, y el contorno de los objetos no quede bien definido.

b) Sobre la propia imagen del enunciado se ha representado el correspondiente diagrama de rayos, en el que puede verse que la imagen es **menor, virtual y derecha**.

8. Un rayo luminoso entra en un acuario limitado por una pared vertical de vidrio de un cierto espesor. Si el rayo incide desde el aire sobre el vidrio formando un ángulo de  $30^\circ$  con la normal, a) Calcule el ángulo que forma el rayo que entra en el agua con la pared de vidrio. b) Calcule la velocidad y la longitud de onda de la luz en el agua, sabiendo que tiene una longitud de onda  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  m en el aire. Dato: Índice de refracción del agua:  $n = 1,33$ .

**Respuesta:**

a) Aplicando por dos veces la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \alpha_1} = \frac{n_v}{1} \quad \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,33}{n_v}$$

Multiplicando miembro a miembro ambas expresiones:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,33}{1} \quad \alpha_2 = 22,08^\circ$$

b) La velocidad de la luz en el agua es:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La frecuencia de la luz, cuyo valor no cambia con el medio es:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

La longitud de onda en el agua tiene el valor:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,26 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 3,77 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

## 4. Electromagnetismo.

1. Una espira cuadrada de 5 cm de lado, se encuentra inicialmente en un campo magnético uniforme de 1,2 T perpendicular a ella. Calcule el flujo magnético en la espira y exprese el resultado en unidades del S.I. Razone cómo cambiaría el valor de este flujo si se modificara la orientación de la espira respecto del campo. b) Si en la situación de perpendicularidad entre espira y campo éste se reduce bruscamente, de manera que se anula completamente en un intervalo de 0,01 s, determine la fem inducida en la espira. Represente en un diagrama el campo magnético, la espira y el sentido de la corriente inducida en la misma.

### Respuesta:

- a) El flujo magnético será el siguiente:

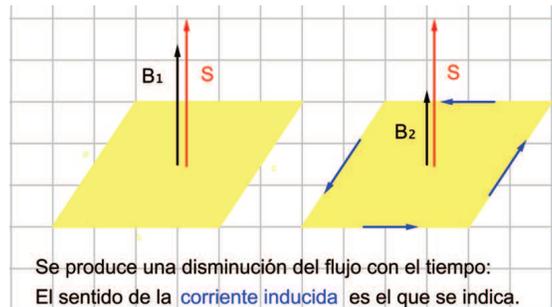
$$\varphi = \vec{B} \cdot \vec{S} = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos 0^\circ = (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1,2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{wb}$$

Al tratarse de un producto escalar, el flujo variaría con el coseno del ángulo formado entre el campo, B y la superficie de la espira, S.

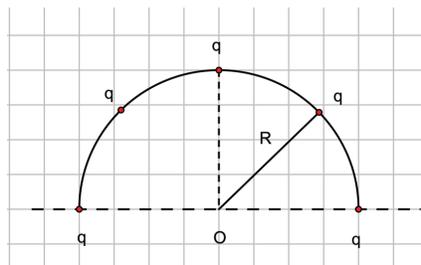
- b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{0 - 3 \cdot 10^{-3}}{0,01} = 0,3 \text{ V}$$

Siendo la representación gráfica la siguiente:



2. Cinco cargas iguales q de  $3 \mu\text{C}$  se sitúan equidistantes sobre el arco de una semicircunferencia de radio 10 cm, según se observa en la figura.



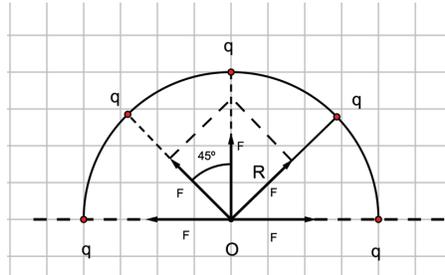
Si se sitúa una carga Q de  $-2 \mu\text{C}$  en el centro de curvatura O del arco: a) Calcule la fuerza sobre Q debida a las cinco cargas q. b) Calcule el trabajo que ha sido necesario para traer la carga Q desde un punto muy alejado hasta el punto O donde se encuentra. Interprete el signo del resultado.

### Respuesta:

a) El módulo de cada una de las fuerzas es el mismo, y tiene un valor:

$$|\vec{F}| = \frac{Kqq'}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,1^2} = 5,4 \text{ N}$$

La distribución de fuerzas puede apreciarse en la siguiente imagen:



Como puede verse, las dos fuerzas horizontales se anulan entre sí, mientras que la suma de las componentes horizontales de las otras tres fuerzas es nula. Según el dibujo, podremos escribir que:

$$\vec{F} = (F \cos 45 + F \cos 45 + F) \vec{j} = 13,04 \vec{j}$$

b) El trabajo vendrá expresado por:  $W = q(V_\infty - V_o)$ . El potencial en el infinito será cero, mientras que en punto  $O$  tendrá el valor:

$$V_o = 5 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,1} = 1,35 \cdot 10^6$$

Por tanto, el trabajo necesario para trasladar la carga negativa desde el infinito hasta el punto  $O$  valdrá:

$$W = q(V_\infty - V_o) = -2 \cdot 10^{-5}(0 - 1,35 \cdot 10^6) = 27 \text{ J}$$

El signo positivo del trabajo nos indica que éste ha sido realizado por el campo eléctrico.

3. Considere una espira circular de radio  $R = 5 \text{ cm}$  que es atravesada por un campo magnético perpendicular al plano de la espira, y cuyo módulo varía con el tiempo de acuerdo a la siguiente expresión:  $B(t) = 10 + 5t^2 - t^3$  (S.I.). Determine la f.e.m. inducida en la espira en el instante  $t = 3 \text{ s}$ .

**Respuesta:**

La fuerza electromotriz inducida es:

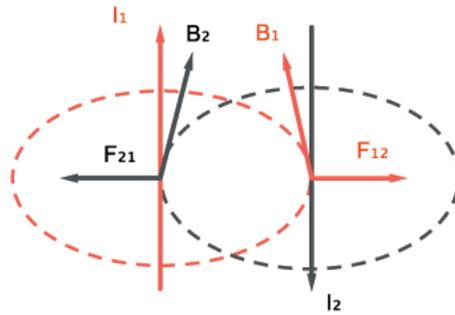
$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -\frac{d[\pi \cdot 0,05^2 \cdot (10 + 5t^2 - t^3)]}{dt} = -0,025\pi t + 0,0075\pi t^2$$

Para  $t = 3 \text{ s}$ , tendremos:  $\varepsilon = -0,075\pi + 0,0675\pi = -0,0075\pi \text{ V}$

4. Se tienen dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, por los que circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y de sentido contrario. Realice un esquema explicativo de la fuerza que actúa sobre cada conductor. ¿Cuál es el módulo de la fuerza por unidad de longitud sobre cada conductor?

**Respuesta:**

a) El esquema es el siguiente:



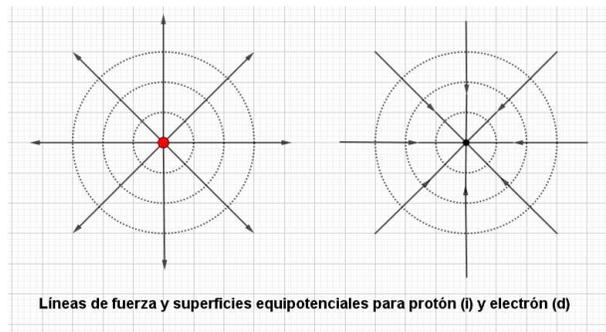
El módulo de la fuerza por unidad de longitud tiene el valor:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi r}$$

5. a) Explique qué son las líneas de campo y las superficies equipotenciales para el campo eléctrico y qué relación existe entre ambas. b) Explique qué diferencia hay entre las líneas del campo eléctrico creado por un protón y el creado por un electrón. ¿Y entre las superficies equipotenciales? Represente las líneas del campo y las superficies equipotenciales en ambos casos.

**Respuesta:**

a) Las líneas de campo son cada una de las trayectorias que seguiría una partícula cargada positivamente bajo la acción de un campo eléctrico, mientras que las superficies equipotenciales son los lugares geométricos de todos los puntos en los que el valor del potencial eléctrico es el mismo. Las líneas de fuerza son **perpendiculares** a las superficies equipotenciales b) La representación de las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales para un protón y un electrón son, respectivamente:

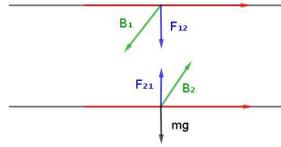


La diferencia entre las líneas de fuerza para un protón y para un electrón es que, en el primer caso, dichas líneas tienen su **origen en el protón y su extremo en el infinito**, mientras que en el segundo, las líneas de fuerza tienen **su origen en el infinito y su extremo en el electrón**.

6. Por dos cables horizontales paralelos, cuya masa por unidad de longitud es  $60 \text{ kg km}^{-1}$ , situados uno sobre otro y separados  $1 \text{ cm}$ , circulan corrientes iguales y del mismo sentido. a) Si el cable inferior estuviese sustentado únicamente por la fuerza atractiva del otro cable, determine el valor de la intensidad que tendría que circular por los cables. b) Calcule el vector campo magnético creado por ambos cables en un punto situado  $2 \text{ cm}$  por debajo del cable inferior, si la corriente en cada cable es  $10 \text{ A}$ .

**Respuesta:**

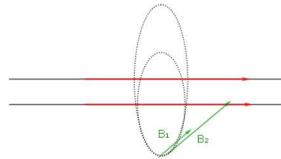
a) Las fuerzas que cada conductor ejerce sobre el otro están representadas en la siguiente imagen:



La fuerza por unidad de longitud sobre el cable inferior se igualará al peso de 1 m de longitud de dicho cable, con lo cual, tendremos:

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = mg \quad \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I^2}{2\pi \cdot 0,01} = 0,060 \cdot 9,8 \quad I = 171,46 \text{ A}$$

b) De la siguiente representación gráfica:



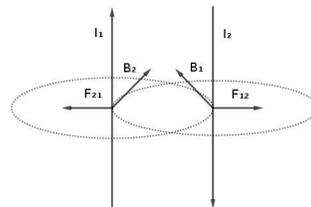
Podemos deducir que el módulo del campo magnético en dicho punto será la suma de los módulos del campo magnético creado por cada una de las corrientes, es decir:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

7. a) Por dos conductores rectilíneos de gran longitud y paralelos, distantes entre sí 40 cm, circulan corrientes de 10 y 20 A en sentidos contrarios. Calcule la fuerza por unidad de longitud que ejercen entre sí y represéntela mediante un diagrama. b) ¿Puede ser cero la fuerza sobre una partícula cargada que se mueve en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme? ¿Y si en la región considerada existiera sólo un campo eléctrico uniforme? ¿Y si hubiera un campo magnético uniforme además de un campo eléctrico uniforme en dicha región? Razone las respuestas.

**Respuesta:**

a) La representación gráfica es la siguiente:



La fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 20}{2\pi \cdot 0,4} = 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

b) Efectivamente, **la fuerza puede ser cero**, puesto que  $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$ . Si la partícula cargada se mueve paralelamente al campo magnético, éste no ejercerá ninguna fuerza sobre aquella.

En el caso de un campo eléctrico uniforme, **la fuerza no será nula en ningún caso**, pues su valor es:  $\vec{F}_e = q \vec{E}$

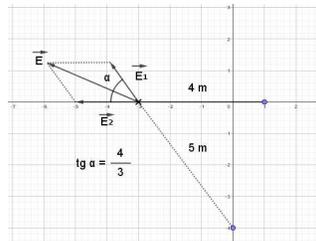
Si existen un campo eléctrico y un campo magnético uniformes, **la fuerza sobre la carga podrá ser nula cuando ambos campos sean perpendiculares entre sí**, cumpliéndose:

$$0 = q \vec{v} \times \vec{B} + q \vec{E}$$

8. Dos cargas puntuales iguales de  $2 \mu\text{C}$  se encuentran, respectivamente, en los puntos A (1, 0) y B (0, -4), donde las coordenadas vienen dadas en el S.I. a) Calcule el campo eléctrico en el punto C (-3, 0) y el trabajo necesario para trasladar una carga de  $1 \mu\text{C}$  desde un punto infinitamente alejado hasta el punto C. Interprete el signo. b) En una región del espacio el campo eléctrico es nulo. ¿Qué puede decirse del potencial eléctrico en dicha región? Si en esta región existe un campo magnético uniforme y un electrón entra en ella con una cierta velocidad ¿qué puede decirse de ésta mientras el electrón se mueve dentro de la región? ¿Y de su energía cinética? Razone las respuestas.

**Respuesta:**

a) El campo eléctrico en el punto C puede verse en la siguiente representación gráfica:



El campo eléctrico podrá expresarse en la forma:

$$\vec{E} = -|\vec{E}_1| \vec{i} \cos\alpha + |\vec{E}_1| \vec{j} \operatorname{sen}\alpha - |\vec{E}_2| \vec{i}$$

Siendo:

$$|\vec{E}_1| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{5^2} = 720 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \quad |\vec{E}_2| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 1125 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \quad \alpha = 53,13^\circ$$

Con todo esto, tendremos:

$$\vec{E} = 720 (-0,6 \vec{i} + 0,8 \vec{j}) - 1125 \vec{i} = -1157 \vec{i} + 576 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

El trabajo necesario para trasladar la carga desde el infinito hasta el punto C será:

$$W = q(V_\infty - V_c) = 10^{-6} \left[ 0 - \left( \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{5} \right) \right] = -8,1 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

El signo negativo del trabajo indica que para desplazar la carga, hay que realizar un trabajo contra el campo eléctrico. El desplazamiento no tendrá lugar de forma espontánea.

b) A partir de la relación:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} = 0$$

Podemos deducir que el potencial eléctrico en esa región es **constante**.

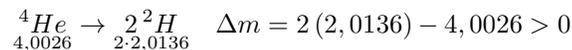
Al ser la fuerza ejercida por el campo magnético  $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$ , dicha fuerza actúa perpendicularmente a la trayectoria de la partícula, por lo que aquella experimentará una aceleración centrípeta que **no afectará al módulo de su velocidad**. En consecuencia, **la energía cinética también se mantendrá constante**.

## 5. Física moderna.

1. a) La masa del núcleo de deuterio es 2,0136 u y la del  ${}^4\text{He}$  4,0026 u. Explique si el proceso por el que se obtendría energía sería la fisión del  ${}^4\text{He}$  en dos núcleos de deuterio o la fusión de dos núcleos de deuterio para dar helio. b) Se acelera un electrón hasta una velocidad de  $300 \text{ m s}^{-1}$ , medida con una incertidumbre del 0,01 % (luego  $\Delta v = 0,03 \text{ m s}^{-1}$ ). ¿Con qué incertidumbre se puede determinar la posición de este electrón?

**Respuesta:**

- a) La reacción de fisión del  ${}^4\text{He}$  en dos núcleos de deuterio  ${}^2\text{H}$  tendría el siguiente balance de masa:



Mientras que para la fusión de dos átomos de deuterio:



En la **fusión** se produce un defecto de masa, por lo que habría producción de energía

- b) Al aplicar el Principio de Incertidumbre de Heisenberg, tendremos:

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m} \rightarrow \Delta x \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,03 \cdot 4\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,93 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

2. Explique razonadamente qué aspectos del efecto fotoeléctrico no se podían entender en el marco de la física clásica. b) Un electrón y un neutrón tienen igual longitud de onda de De Broglie. Razone cuál de ellos tiene mayor energía cinética. Dato: masa del neutrón 1,0087 u.

**Respuesta:**

a) La emisión fotoeléctrica se produce solamente a partir de una energía mínima. Determinados tipos de luz no producen emisión fotoeléctrica sobre un material, mientras que otros tipos sí dan lugar a dicha emisión. La explicación está en la teoría cuántica, según la cual, la energía no se absorbe en forma continua, sino en «paquetes» o cuantos de energía.

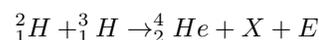
**Respuesta:**

b) La longitud de onda de De Broglie es:  $\lambda = \frac{h}{p}$ , por lo que, a igualdad de  $\lambda$  (y, por tanto, cantidad de movimiento), tendrá mayor velocidad la partícula de menor masa, en este caso, el electrón. La ser la energía cinética:  $E_c = \frac{1}{2} p \cdot v$ , la mayor energía cinética corresponderá al electrón.

3. Complete y explique las siguientes desintegraciones:



4. a) Un protón y un electrón tienen la misma longitud de onda de De Broglie. Calcule la relación entre las energías cinéticas de ambas partículas. b) En la fusión entre deuterio y tritio se origina un núcleo de helio y otra partícula X, y se desprende una energía E.



¿Qué partícula se genera? ¿Cuánto vale E? Datos: masa nuclear neutrón = 1,0087 u; masa nuclear deuterio = 2,0141 u; masa nuclear tritio = 3,0160 u; masa nuclear helio = 4,0039 u;

**Respuesta:**

a) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Al ser iguales las longitudes de onda de De Broglie para el protón y el electrón se deduce que:  $m_p v_p = m_e v_e$  y  $\frac{v_p}{v_e} = \frac{m_e}{m_p}$ . La relación entre las energías cinéticas será:

$$\frac{E_c(p)}{E_c(e)} = \frac{\frac{1}{2} m_p v_p^2}{\frac{1}{2} m_e v_e^2} = \frac{m_p v_p^2}{m_e v_e^2} = \frac{m_p v_p v_p}{m_e v_e v_e} = \frac{v_p}{v_e} = \frac{m_e}{m_p} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,45 \cdot 10^{-4}$$

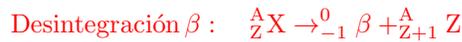
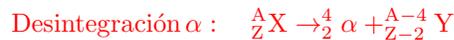
b) En la reacción:  ${}^2_1H + {}^3_1H \rightarrow {}^4_2He + X + E$ , la partícula X es un neutrón,  ${}^1_0n$ . Para calcular la energía desprendida, tendremos:

$$E = \Delta mc^2 = (2,0141 + 3,0160 - 4,0039 - 1,0087) 1,66 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2 = 2,61 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

5. a) Explique los tipos de desintegraciones radiactivas. b) Determine el número másico y el número atómico del isótopo que resultará del  ${}^{238}_{92}\text{U}$  después de emitir una partícula  $\alpha$  y dos partículas  $\beta^-$ .

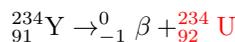
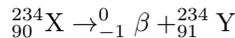
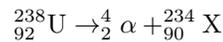
**Respuesta:**

a) Existen tres tipos de desintegraciones nucleares.  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , que podemos esquematizar la la siguiente forma:



En el primer caso, se obtiene un elemento cuyo número atómico es inferior en dos unidades y cuyo número másico es inferior en cuatro unidades al elemento de partida. En la radiación  $\beta$  se obtiene un elemento del mismo número másico, pero de número atómico superior en una unidad al elemento de partida. En la desintegración  $\gamma$ , se obtiene el mismo núcleo de partida, pero en un estado activado. El poder de penetración de la radiación emitida es menor para la radiación  $\alpha$  y mayor para la radiación  $\gamma$ .

b) Las reacciones serán las siguientes:



Es decir, se obtiene un isótopo del uranio.

6. a) Explique dos diferencias entre la fisión y la fusión nuclear. b) Si un electrón y un protón son acelerados mediante la misma diferencia de potencial, ¿qué relación habrá entre sus respectivas longitudes de onda de De Broglie asociadas?

**Respuesta:**

a) La fisión nuclear consiste en la ruptura de un núcleo al ser bombardeado con neutrones, generalmente en otros dos más pequeños, aunque, en ocasiones, se produce un mayor número de núcleos, y la consiguiente liberación de energía debida a la pérdida de masa de los productos de la reacción con respecto a la de los reactivos. Dicha energía se obtiene de la expresión  $E = \Delta m \cdot c^2$ . La fusión, por el

contrario, consiste en la unión de dos o más núcleos para dar un núcleo mayor que los de partida. Se produce, al igual que en la fisión, un desprendimiento de energía debido a la diferencia de masa entre los reactivos y los productos de la reacción.

Una segunda diferencia entre ambos procesos es la cantidad de energía liberada, muy superior en el caso de la fusión, aunque es un tipo de reacción nuclear que presenta grandes dificultades para su realización en forma controlada, al ser necesarias temperaturas sumamente elevadas.

b) Al ser aceleradas ambas partículas por una misma diferencia de potencial, podremos escribir:

$$qV = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \quad qV = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

de aquí, podemos deducir los siguiente:

$$\frac{m_p v_p^2}{m_e v_e^2} = 1 \implies \frac{m_p v_p}{m_e v_e} = \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

La longitud asociada de onda de De Broglie para cada partícula será:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \quad \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p} \quad \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e}$$

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} = \sqrt{\frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 42,81$$

7. Se toma una muestra de madera de un sarcófago antiguo y se mide la actividad del  $^{14}\text{C}$  que queda en ella, obteniéndose un resultado de 14400 desintegraciones al día por cada gramo de muestra. Una muestra actual del mismo tipo de madera presenta 900 desintegraciones por gramo cada hora. Sabiendo que el período de semidesintegración del  $^{14}\text{C}$  es 5730 años, a) Determine la antigüedad del sarcófago. b) Calcule la actividad de la muestra del sarcófago dentro de 1000 años.

### Respuesta:

a) Debemos, en primer lugar, expresar la actividad en las mismas unidades. para ello, transformaremos las 900 desintegraciones/hora en desintegraciones/día, que corresponderán a:

$$\frac{900 \text{ desintegraciones}}{\text{h}} \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} = 21600 \text{ desintegraciones/día}$$

La constante radiactiva tendrá el valor:

$$\lambda = \frac{0,693}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

Con estos datos, y teniendo en cuenta la expresión:  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ , podremos escribir:

$$14400 = 21600 e^{-1,21 \cdot 10^{-4} t}$$

despejando t, se obtiene:  $t = 3351$  años.

b) La actividad dentro de 1000 años será:

$$A = 14400 e^{-1,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1000} = 12759 \text{ desintegraciones/día}$$

8. a) Calcule la longitud de la onda de De Broglie para una pelota de tenis de 50 g de masa que se lanza a una velocidad de  $80 \text{ m s}^{-1}$ . Interprete el significado del valor obtenido. b) Formule y explique brevemente el principio de incertidumbre de Heisenberg.

**Respuesta:**

- a) La longitud de onda de De Broglie es la siguiente:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 80} = 1,66 \cdot 10^{-34} \text{m}$$

Esta longitud de onda es demasiado reducida para poder poner de manifiesto propiedades típicamente ondulatorias, como la difracción, puesto que se necesitaría disponer de una rendija de ese orden de magnitud,

- b) El Principio de incertidumbre de Heisenberg afirma que no se pueden medir con total precisión y de forma simultánea los valores de la posición y la cantidad de movimiento de una partícula. Dicho principio puede ser expresado matemáticamente en la forma:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{4}{4\pi}$$

Siendo  $\Delta p$  y  $\Delta x$  las imprecisiones en la medida de cantidad de movimiento y posición, respectivamente. de esta forma, cuanto mayor sea la precisión en la medida de una de las magnitudes, menor lo será en la medida de la otra.