PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

10 de julio de 2018

1. Gravitación.

1. Un asteroide de 10^{13} kg viaja directamente en rumbo de colisión hacia un planeta de masa $6.39{\cdot}10^{23}$ kg. Cuando se encuentra a una distancia de 20000 km del centro, su velocidad respecto al planeta es de 4 km/s. (a) Calcular la energía mecánica del asteroide. b) Si el radio del planeta es 3390 km, calcular la velocidad del asteroide en el momento del impacto contra la superficie planetaria y, suponiendo que toda la energía cinética se convierte en calor, calcular la energía desprendida en el choque. c) Este planeta tiene un pequeño satélite que describe una órbita circular con una velocidad de 2.69 km/s. ¿A qué altura sobre la superficie se encuentra dicho satélite? Dato: constante de gravitación $G = 6.67{\cdot}10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

Respuesta:

a) la energía mecánica es:

$$\mathrm{E} = \mathrm{U} + \mathrm{E_C} = -\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}} + \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,39 \cdot 10^{23} \cdot 10^{13}}{2 \cdot 10^7} + \frac{1}{2}10^{13} \cdot 4000^2 = 5,87 \cdot 10^{19}\mathrm{J}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$5,87 \cdot 10^{19} = \frac{1}{2}10^{13}v^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,39 \cdot 10^{23} \cdot 10^{13}}{3,39 \cdot 10^6}$$

Despejando, se obtiene:

$$v = 6066\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-^{o}1}$$

c) La altura se obtiene despejando en la expresión de la velocidad orbital:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}} \longrightarrow \mathrm{r} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{v}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,39 \cdot 10^{23}}{(2,69 \cdot 10^3)^2} = 5,89 \cdot 10^6\mathrm{m}$$

2. Un bloque de hielo que forma parte de los anillos de Saturno tiene una masa de 80 kg y describe una órbita circular a 125000 km del centro del planeta. a) Si la masa de Saturno es $5{,}685{\cdot}10^{26}$ kg, calcular la velocidad del bloque de hielo en su órbita. b) ¿Cuánto tiempo tardará este bloque en completar una órbita alrededor del planeta? c) Suponiendo que el bloque de hielo sufre un choque con otro de los componentes del anillo, calcular la energía mínima que deberá aportarle ese choque para que resulte expulsado del anillo, liberándose de la atracción del planeta. Se valorará ilustrar la explicación con una representación gráfica adecuada. Dato: constante de gravitación $G = 6.67{\cdot}10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

Respuesta:

a) La velocidad de la órbita es:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{GM_s}}{\mathrm{r}}} = \sqrt{\frac{6{,}67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,685{\cdot}10^{26}}{1,25 \cdot 10^8}} = 17417\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

b) El periodo de la órbita valdrá:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi\mathrm{r}}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi \cdot 1,25 \cdot 10^8}{17417} = 45094\,\mathrm{s}$$

c) Para que el bloque quede liberado de la atracción del planeta, deberá suministrársele una energía E tal que:

$$-\frac{\mathrm{GM_sm}}{2\mathrm{r}} + \mathrm{E} = 0 \qquad \mathrm{E} = \frac{\mathrm{GM_sm}}{2\mathrm{r}} = \frac{6{,}67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,685{\cdot}10^{26} \cdot 80}{2 \cdot 1,25 \cdot 10^8} = 1,21 \cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

3. El valor de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es 9.80 m$\cdot$s^{-2}. ¿Cuál será la aceleración de la gravedad a 350 km de altura? Radio terrestre R = 6370 km.

Respuesta:

a) A partir de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, podemos deducir el valor de GM:

$$9,80 = \frac{\mathrm{GM}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \qquad \mathrm{GM} = 3,98 \cdot 10^{14} \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-1}$$

A una altura de 350 km sobre la superficie terrestre, el valor de g será:

$$\mathrm{g} = \frac{3,98 \cdot 10^{14}}{(6,37 \cdot 10^6 + 3,5 \cdot 10^5)^2} = 8,81\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

4. Un satélite de comunicaciones describe una órbita ecuatorial de modo que su velocidad angular es igual a la velocidad angular de la Tierra, por lo que visto desde la superficie siempre mantiene su posición fija sobre el mismo punto del ecuador (órbita geoestacionaria). a) Calcular en km el radio de la órbita del satélite y su altura sobre la superficie. b) La masa del satélite es m = 2500 kg. Calcular su energía cinética. c) Consideremos un satélite geoestacionario en órbita alrededor de otro planeta de la misma masa que la Tierra, pero cuyo periodo de rotación fuese 48 horas en lugar de 24. Explicar razonadamente si el radio de la órbita geoestacionaria alrededor de ese planeta sería mayor o menor. Datos. Constante gravitación G = 6.67$\cdot$10^{-11} N m^2 kg^{-2}. Tierra: masa = 5,98$\cdot$10^{24} kg; radio = 6370 km.

Respuesta:

a) El periodo del satélite y el de la Tierra son iguales, por lo que podemos escribir:

$$86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 \mathrm{r}^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} \qquad (*)$$

De donde se obtiene r = 4,22$\cdot$10^7 m y h = r - r_T = $4,22 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6$ = 3,58$\cdot$10^7 m

b) La energía cinética del satélite es:

$$\mathrm{E_c} = \frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 2500}{2 \cdot 4,22 \cdot 10^7} = 1,18 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

c) A partir de la expresión (*), podemos ver que el periodo está directamente relacionado con la raíz cuadrada del radio de la órbita, por lo que al aumentar el periodo, aumentará también el radio de la órbita.

5. Un satélite artificial se coloca en órbita circular de radio 2500 km alrededor del planeta Mercurio, invirtiendo 88 minutos y 26 segundos en describir una órbita completa. Calcular la masa de Mercurio. Constante de gravitación G = 6.67$\cdot$10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

Respuesta:

El periodo del satélite es:

$$\mathrm{T} = 88 \cdot 60 + 26 = 5306\,\mathrm{s}$$

Aplicando la 3ª Ley de Kepler:

$$5306 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (2,5 \cdot 10^6)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \mathrm{M_M}}} \qquad \mathrm{M_M} = 3,28 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$$

6. Un equipo de astrónomos ha detectado un planeta extrasolar que gira en torno a una estrella cuya masa es 6 % mayor que la masa del Sol. La velocidad orbital del planeta, muy próximo a su estrella, es de 136 km/s. a) Calcular la distancia desde el centro del planeta al centro de la estrella. b) ¿Cuánto tiempo tarda el planeta en describir una órbita completa alrededor de su estrella (en días)? c) Suponiendo que una sonda espacial en órbita alrededor de esta estrella a una distancia de 100 millones de km realiza una maniobra para alejarse a una nueva órbita a 110 millones de km, calcular la variación de su energía potencial. ¿Aumenta o disminuye? Explicar. Masa de la sonda m = 250 kg. Constante de gravitación G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}. Masa del Sol M_S = $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg.

Respuesta:

a) A partir de la velocidad orbital:

$$1,36 \cdot 10^5 = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}(1+0,06)\,1,99 \cdot 10^{30}}{r}} \qquad \mathrm{r} = 7,61 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$$

b) El periodo será:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2(7,61 \cdot 10^9)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,06 \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}} = 3,52 \cdot 10^5\,\mathrm{s} \quad \text{equivalentes a :} \quad \frac{3,52 \cdot 10^5}{86400} = 4,07\,\text{días}$$

c) La variación de energía potencial es:

$$\Delta\mathrm{U} = -\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}_2} - \left(-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}_1}\right) = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,06 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot 250 \left(\frac{1}{10^{11}} - \frac{1}{1,1 \cdot 10^{11}}\right) = 3,20 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

Se produce un aumento en su energía potencial, puesto que cuando mayor sea la distancia de la sonda a la estrella, mayor será el valor de su energía potencial $-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}}$ (la fracción se hace menor en valor absoluto).

2. Vibraciones y ondas.

1. Una onda transversal de 16 Hz se propaga en el sentido positivo del eje X a lo largo de una cuerda tensa con una velocidad de 64 m/s. Si su amplitud es de 5 cm, se pide: (a) Escribir una ecuación para la onda sabiendo que en t = 0 la elongación del punto x = 0 es igual a + 2.5 cm. (b) Calcular la diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados una distancia de 0.5 m. (c) Determinar la velocidad de vibración transversal y la aceleración del punto x = 0 en el instante t = 0.

   Respuesta:

   a) Lo parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 0,05\,\mathrm{m} \quad \omega = 2\pi\nu = 32\pi\,\mathrm{s}^{-1} \quad \lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{64}{16} = 4\,\mathrm{m} \quad \mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{m}^{-1}$$

$$\mathrm{Para\,t = 0\,y\,x = 0, y = 0,25\,por\,lo\,que:}\;\; 0,025 = 0,05\,\mathrm{sen}\varphi_0 \to \varphi_0 = 0,523$$

   Con todos estos datos, la ecuación de la onda quedará así:

$$y = 0,05\,\mathrm{sen}\left(323\pi\mathrm{t} - \frac{\pi}{2}\mathrm{x} + \frac{\pi}{6}\right)$$

   b) A una longitud de onda le corresponde una diferencia de fase de 2 π radianes, por lo cual, podemos escribir.

$$\frac{4\,\mathrm{m}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = \frac{0,5\,\mathrm{m}}{\Delta\varphi\,\mathrm{rad}} \to \Delta\varphi = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad}$$

   c) La velocidad y la aceleración de un punto son, respectivamente:

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega\,\cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right) = 0,05 \cdot 32\pi\,\cos\left(32\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\,\mathrm{sen}\left(\omega t - kx + \varphi_0\right) = 0,05\,(32\pi)^2\,\mathrm{sen}\left(32\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$$

   para x = 0 y t = 0, tendremos:

$$v = 0,05 \cdot 32\pi\,\cos\frac{\pi}{6} = 4,35\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \qquad a = -0,05 \cdot (32\pi)^2\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{6} = -252,7\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

2. En un medio elástico se propagan simultáneamente dos ondas transversales dadas por las ecuaciones y_1 e y_2 siguientes (las amplitudes de ambas son longitudes, y todos los parámetros se expresan en unidades SI):

$$y_1 = 0,12\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi x}{2} + 32\pi t\right) \qquad y_2 = 0,12\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi x}{2} + 32\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(\mathrm{Ayuda:}\;\; \mathrm{sen\,a + sen\,b} = 2\cos\left(\frac{\mathrm{a-b}}{2}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\mathrm{a+b}}{2}\right)$$

   a) Calcular la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación y el sentido de propagación. b) Calcular la ecuación de onda resultante de la interferencia de las dos ondas dadas. c) Determinar la velocidad de vibración transversal y la aceleración del punto x = 0 en el instante t = 0.

   Respuesta:

   a) Teniendo en cuenta que $\omega = 32\pi = 2\pi\nu$, se deduce que $\nu = 16\ \mathrm{s}^{-1}$. Por otra parte, sabiendo que $\frac{\pi}{2} = k = \frac{\omega}{v}$, obtenemos que v = 64 m$\cdot$ s^{-1}. La onda se propaga de derecha a izquierda a lo largo del eje X.

b) La ecuación de la onda resultante será:

$$y = y_1 + y_2 = 0,12\left[\text{sen}\left(\frac{\pi x}{2} + 32\pi t\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi x}{2} + 32\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$y = 0,24\left[\cos\frac{\pi}{4}\,\text{sen}\left(\frac{\pi x}{2} + 32\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\right] = 0,17\,\text{sen}\left(\frac{\pi x}{2} + 32\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

c) La velocidad y la aceleración para x = 0 y t = 0, serán, respectivamente:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,17 \cdot 32\pi\cos\frac{\pi}{4} = 12,1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \qquad a = \frac{dv}{dt} = -0,17\,(32\pi)^2\text{sen}\,\frac{\pi}{4} = 1215\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3. Un silbato de ultrasonidos emite a una frecuencia de 40000 Hz. La velocidad de propagación en el aire es 340 m/s y la longitud de onda en el agua es 4,40 veces más larga que en el aire. ¿Cuál es la velocidad de propagación y la longitud de onda en el agua?

Respuesta: La frecuencia del sonido es independiente del medio, por lo que podremos escribir:

$$40000 = \frac{340}{\lambda_{\text{aire}}} = \frac{v_{\text{agua}}}{4,40\cdot\lambda_{\text{aire}}} \qquad \text{Obteniéndose}: v_{\text{agua}} = 1496\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La longitud de onda en el agua se deduce de:

$$40000 = \frac{1496}{\lambda_{\text{agua}}} \qquad \lambda_{\text{agua}} = 3,74\cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

4. Una onda electromagnética se propaga en el vacío en el sentido negativo del eje X. Su longitud de onda es $5{,}32\cdot10^{-7}$ m, y el valor máximo del campo eléctrico es 275 V/m. Se pide: a) Determinar su frecuencia y número de ondas. Escribir la ecuación de la onda en unidades S.I. b) Si esta onda se propagase en un medio de índice de refracción n = 2, ¿cuál sería la ecuación de onda en ese medio? (Suponemos que la amplitud del campo eléctrico de la onda es la misma que en el vacío). c) La onda de campo eléctrico máximo 275 V/m tiene una intensidad de 100 W m^{-2} . ¿Cuál será la intensidad de otra onda de igual frecuencia cuyo campo eléctrico máximo sea 1100 V/m? Dato: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\cdot10^8$ m/s.

Respuesta:

a) La frecuencia de la onda es:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^8}{5,32\cdot10^{-7}} = 5{,}59\cdot 10^{14}\,\text{s}^{-1} \qquad \omega = 1,118\pi\cdot 10^{15}\,\text{s}^{-1}$$

El número de ondas tiene el valor:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{5,32\cdot10^{-7}} = 1,88\cdot 10^6\,\text{m}^{-1} \qquad k = 3,76\pi\cdot 10^6\,\text{m}^{-1}$$

b) La velocidad de propagación sería: $v = c/n = 3\cdot 10^8/2 = 1,5\cdot 10^8\text{m}\cdot\,\text{s}^{-1}$con lo que la longitud de onda se reduciría a la mitad, y el número de ondas aumentaría al doble. La ecuación de la onda sería, entonces:

$$y = 275\,\text{sen}\,(1,118\cdot 10^{15}\pi t + 7,52\cdot 10^6\pi x)$$

c) Puesto que la intensidad de la onda electromagnética esta relacionada directamente con el cuadrado del campo eléctrico máximo, podremos escribir:

$$\frac{I_1}{E_1^2} = \frac{I_2}{E_2^2} \qquad I_2 = 100\,\frac{1100^2}{275^2} = 1600\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$$

5. El nivel de intensidad sonora de la sirena de una fábrica registrado en un punto de las instalaciones es de 88 dB. ¿Qué nivel de intensidad sonora se registrará en ese mismo lugar si hubiese cuatro sirenas iguales funcionando simultáneamente, todas ellas a la misma distancia? Referencia nivel intensidad 10^{-12} W m^{-2}.

   Respuesta:

   Para calcular la intensidad de la sirena:

$$88 = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 6,31 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

   Si hay cuatro sirenas iguales, el nivel de intensidad será:

$$\beta = 10 \log \frac{4 \cdot 6,31 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} = 94\,\mathrm{dB}$$

6. Una onda armónica que se propaga a lo largo de una cuerda tensa está descrita por la ecuación $\mathrm{y} = 9 \,\mathrm{sen}\,(0,4\pi \mathrm{x} - 20\pi \mathrm{t} - \pi/6)$, donde y está en cm y x, t en unidades S.I. Calcular la velocidad de propagación de la onda y la diferencia de fase entre dos puntos separados por 7,5 m.

   Respuesta:

   De la ecuación de la onda podemos deducir:

$$\mathrm{k} = 0,4\pi = \frac{\omega}{\mathrm{v}} = \frac{20\pi}{\mathrm{v}} \qquad \mathrm{v} = \frac{20\pi}{0,4\pi} = 50\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

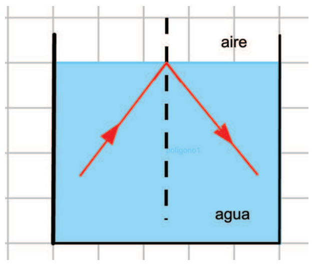
$$\mathrm{k} = 0,4\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \lambda = 5\,\mathrm{m}$$

   Conocida la longitud de onda, podemos establecer la siguiente relación:

$$\frac{5\,\mathrm{m}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = \frac{7,5\,\mathrm{m}}{\Delta\varphi\,\mathrm{rad}} \qquad \Delta\varphi = 3\pi\,\mathrm{rad}$$

3. Óptica.

1. Un rayo láser procedente de la parte inferior izquierda de la figura alcanza la superficie del agua que llena parcialmente la cubeta, y se observa que se refleja sin que haya ningún rayo refractado que atraviese la superficie pasando al aire que hay encima. (a) Explicar por qué se produce este fenómeno. (b) ¿Tiene algo que ver en este fenómeno el ángulo i con el que incide el rayo de luz por debajo de la superficie? Índice de refracción del agua: 4/3; índice de refracción del aire: 1.



Respuesta: Este fenómeno se conoce como reflexión interna total, y tiene lugar cuando un rayo pasa de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción. Según la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Para un cierto ángulo (ángulo límite), se cumplirá que:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{L}}}{\operatorname{sen}90^{\circ}} = \frac{n_2}{n_1}$$

De forma que el rayo refractado sale rasante a la superficie de separación. Para ángulos superiores a α_L, no se producirá refracción y sí reflexión. Para el caso del agua y del aire, tendremos:

$$\frac{sen\, i}{sen\, 90^{\circ}} = \frac{1}{4/3} \longrightarrow i = 48,59^{\circ}$$

2. Se estudia el fenómeno de la refracción en una lámina de vidrio haciendo incidir un rayo de luz con distintos ángulos sobre la superficie. En la tabla al margen aparecen los ángulos de incidencia y los ángulos de refracción. Calcular el índice de refracción y la velocidad de la luz en este material. Velocidad luz en aire = velocidad en el vacío c = $3{\cdot}10^8$ m/s.

Ángulo de incidencia (º)	Ángulo de refracción (º)
27	16
36	21
48	27
57	31

Respuesta:

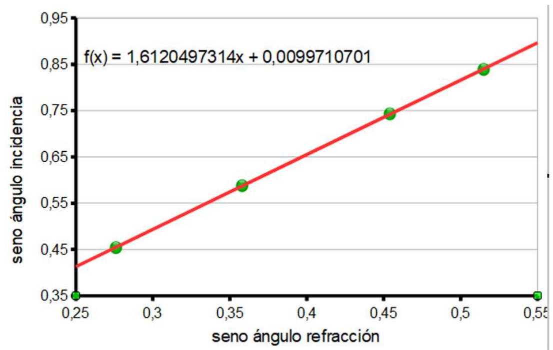
teniendo en cuenta la ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{i}}}{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{r}}} = \frac{\mathrm{n}}{1} \qquad \operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{i}} = \mathrm{n}\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{r}}$$

Completando la tabla anterior con los valores del seno de los ángulos de incidencia y de refracción, tendremos:

sen α_i	sen α_r
0,454	0,276
0,588	0,358
0,743	0,454
0,839	0,515

Representando gráficamente el seno del ángulo de incidencia frente al seno del ángulo de refracción, tendremos la siguiente gráfica:

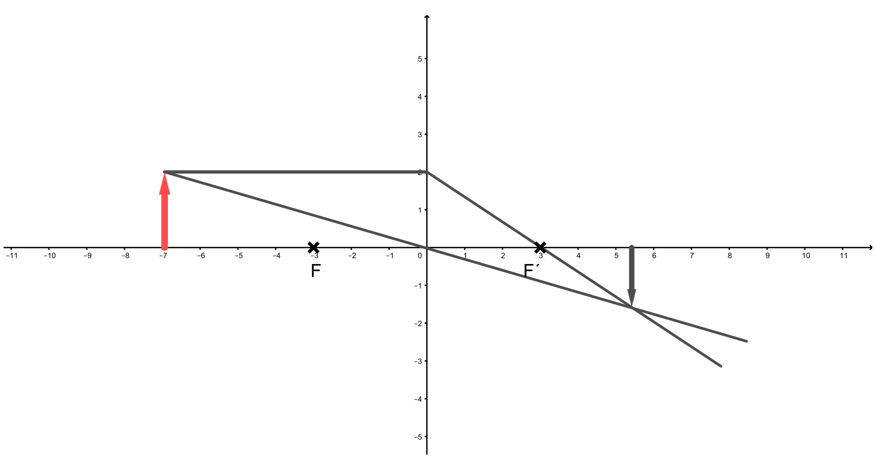


La pendiente de la recta, que aparece en la imagen es, tomada con dos decimales; 1,61 Esta pendiente es igual al índice de refracción del vidrio, pues el índice de refracción del aire vale 1, por tanto, n = 1,61 La velocidad de la luz en el vidrio será: v = $3{\cdot}10^8/1{,}61 = 1{,}86{\cdot}10^8$ m$\cdot$ s^{-1}

3. Los focos objeto e imagen de una lente L delgada y convergente son F y F', respectivamente. Un objeto y está situado a la izquierda del foco objeto F . Mediante trazado de rayos, indicar razonadamente donde se forma la imagen de este objeto. ¿De qué tipo de imagen se trata?

   Respuesta:

   El diagrama de rayos es el siguiente:



Al encontrarse el objeto a una distancia de la lente mayor que el doble de la distancia focal, la imagen formada será menor, real e invertida. Se formará a una distancia del foco imagen menor que el doble de la distancia focal imagen

4. Se lanzan tres rayos de luz desde un medio de índice de refracción 1,33 hacia otro medio de índice de refracción igual a 1 (aire). Los ángulos de estos tres rayos con la normal a la superficie de separación son: rayo A, $\theta_A = 38^{\circ}$, rayo B $\theta_B = 49^{\circ}$ y rayo C $\theta_C = 60^{\circ}$. ¿Cuál o cuáles de estos rayos se transmitirán del primer al segundo medio y cuál o cuáles no? Justificar.

Respuesta:

El ángulo límite para la interfase medio-aire se calcula de la siguiente forma:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{i}}}{\operatorname{sen}90^{\circ}} = \frac{1}{1,33} \qquad \alpha_{\mathrm{i}} = 48,75^{\circ}$$

Por tanto, sólo el rayo A se transmite del primer al segundo medio, al ser inferior el ángulo de incidencia al ángulo límite.

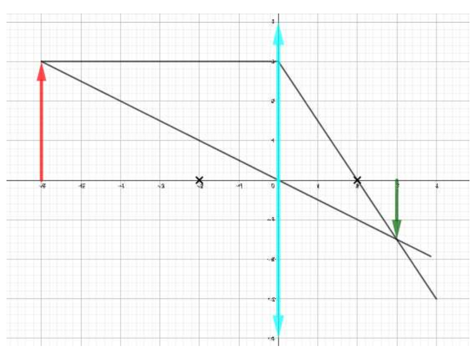
5. Un objeto de 25 mm de altura está situado a 60 cm a la izquierda de una lente convergente, y se observa que se forma una imagen real del objeto a 30 cm a la derecha de la lente. Suponemos que la luz se propaga de izquierda a derecha. Se pide: a) Calcular la distancia focal de la lente y su potencia en dioptrías. b) Hacer un esquema de rayos donde se muestre la formación de dicha imagen. ¿Cuál es su orientación y cuál es su tamaño? c) Si en lugar de observar este objeto con una lente convergente se utilizara una lente divergente de la misma distancia focal, con el objeto situado en el mismo lugar y a la misma distancia de la lente, calcular dónde estaría situada la imagen, y cuál sería su orientación y tamaño. Hacer un esquema de rayos.

Respuesta:

a) Para calcular la distancia focal, aplicamos la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,6} - \frac{1}{0,3} = -\frac{1}{\mathrm{f'}} \qquad \mathrm{f'} = 0,2\,\mathrm{m} \qquad \text{y} \qquad \mathrm{P} = \frac{1}{0,2} = 5\,\mathrm{dp}$$

b) El diagrama de rayos sería el siguiente:



Como puede verse, la imagen es menor. real e invertida. Para calcular el tamaño de la imagen, utilizamos la expresión que nos da el aumento lateral:

$$\mathrm{y'} = \mathrm{y}\,\frac{\mathrm{s'}}{\mathrm{s}} = 25\,\frac{0,3}{-0,6} = -12,5\,\mathrm{mm}$$

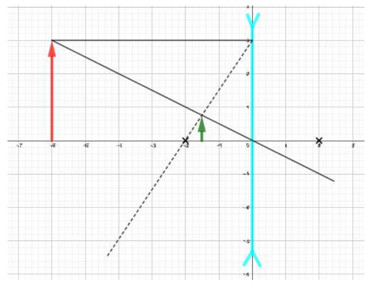
c) Si la lente fuera divergente, la distancia imagen tendría el siguiente valor:

$$\frac{1}{-0,6} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = -\frac{1}{-0,2} \qquad \mathrm{s'} = -0,15\,\mathrm{m}$$

El tamaño de la imagen sería, aplicando nuevamente la expresión del aumento lateral:

$$\mathrm{y'} = \mathrm{y}\,\frac{\mathrm{s'}}{\mathrm{s}} = 25\,\frac{-0,15}{-0,6} = 6,25\,\mathrm{mm}$$

El diagrama de rayos sería el siguiente:

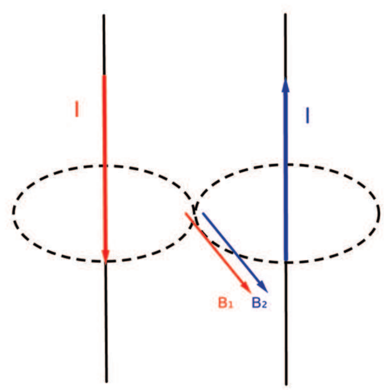


4. Electromagnetismo.

1. Dos conductores rectilíneos paralelos muy largos transportan corrientes iguales en sentidos contrarios. La distancia entre ellos es d = 1 m, y el campo magnético en el punto medio de la distancia que los separa es igual a $8{\cdot}10^{-7}$ T. Se pide: a) Explicar razonadamente, ilustrando gráficamente la situación mediante un esquema adecuado, cuál es el sentido del campo magnético en el punto medio entre los dos conductores. b) Calcular el valor de la corriente que circula por cada conductor. c) Calcular la fuerza ejercida entre los dos conductores por unidad de longitud y explicar razonadamente si dicha fuerza es atractiva o repulsiva. Dato: Permeabilidad del vacío $\mu_0 0 = 4\pi{\cdot}10^{-7}$ N·A^{-2}

   Respuesta:

   a) El campo magnético entre los dos conductores puede ser representado así:



   En aplicación de la regla de la mano derecha, los campos magnéticos creados, tanto por el conductor de la derecha como por el de la izquierda, tienen la misma dirección y sentido. Sus módulos son también los mismos, al ser iguales las intensidades de corriente y las distancias.

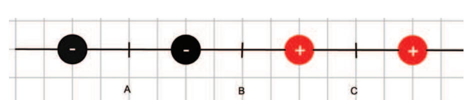
   b) El campo magnético total será:

$$B = 2\,\frac{\mu_0 I}{2\pi a} = 2\,\frac{4\pi\cdot 10^{-7} I}{2\pi\cdot 0,5} = 8\cdot 10^{-7} \longrightarrow I = 1\text{ A}$$

   c) La fuerza por unidad de longitud para cada uno de los conductores es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} = \frac{4\pi{\cdot}10^{-7}}{2\pi} = 2\cdot 10^{-7}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$

2. Dos cargas negativas –q y dos cargas positivas +q están alineadas manteniendo posiciones fijas (véase esquema adjunto). Las distancias entre cargas adyacentes son iguales. Explicar razonadamente en cuál de los tres puntos señalados A, B o C será mayor el potencial eléctrico. Cada uno de los puntos A, B, C está situado a igual distancia de sus dos cargas vecinas.



   Respuesta:

Los potenciales respectivos en los puntos A, B y C, serán:

$$V_A = -\frac{kq}{d} - \frac{kq}{d} + \frac{kq}{3d} + \frac{kq}{5d} = -2kq + \frac{8kq}{15}$$

$$V_B = -\frac{kq}{3d} - \frac{kq}{d} + \frac{kq}{d} + \frac{kq}{3d} = 0$$

$$V_C = -\frac{kq}{5d} - \frac{kq}{3d} + \frac{kq}{d} + \frac{kq}{d} = 2kq - \frac{8kq}{15}$$

Por tanto, el potencial eléctrico será mayor en el punto **C**.

3. En el laboratorio de física tenemos dos pequeñas esferas cargadas, cuyos radios respectivos son 2 cm y 8 cm, que tienen igual carga $q_0 = +2$ mC. Las esferas están colocadas en posiciones fijas, siendo la distancia de centro a centro entre ellas igual a 5 m. La constante de la ley de Coulomb es $k = 9{\cdot}10^9$ N m^2 C^{-2}. a) Las dos esferas se conectan usando un hilo conductor muy fino. Calcular la carga y el potencial de cada esfera después de conectarlas. b) Calcular el campo eléctrico en el punto medio del segmento que las separa después de conectarlas. c) Calcular la fuerza repulsiva entre ellas después de conectarlas.

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta que la cantidad de carga se conserva y que, al ser comunicadas ambas esferas, el potencial será el mismo para cada una de ellas:

$$V_1 = \frac{k(2-x)}{0,02} = \frac{k(2+x)}{0,08} = V_2$$

Resolviendo la ecuación, obtenemos: $x = 1,2 \cdot 10^{-3}$ C , por lo que la carga de cada esfera y su respectivo potencial es:

$$q_1 = 2 \cdot 10^3 - 1,2 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-4}\mathrm{C} \qquad \mathrm{V}_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{0,02} = 3,6 \cdot 10^8\mathrm{V}$$

$$q_2 = 2 \cdot 10^3 + 1,2 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-3}\mathrm{C} \qquad \mathrm{V}_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}}{0,08} = 3,6 \cdot 10^8\mathrm{V}$$

b) En el punto medio del segmento que une ambas cargas, el campo eléctrico será:

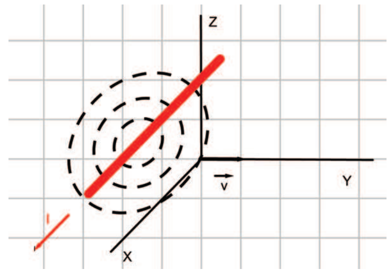
$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{2,5^2}\vec{i} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}}{2,5^2}\vec{i} = -3,46 \cdot 10^6\,\vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

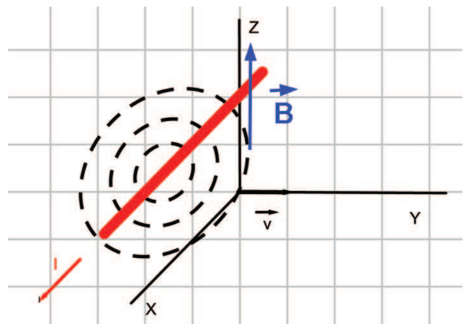
c) La fuerza entre ambas esferas será:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{5^2} = 921,6\,\mathrm{N}$$

4. Un conductor rectilíneo muy largo transporta la corriente I tal y como se indica en la figura, donde también se representan las líneas del campo magnético que genera. Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones: (a) Dibujar sobre el esquema la dirección y sentido del campo magnético. (b) Suponiendo que una partícula cargada negativamente cuya velocidad es pasa por el origen de coordenadas O mostrado en la figura, ¿cuál es la dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre ella en ese instante?

Respuesta:





a) Las circunferencias concéntricas se encuentran en un plano perpendicular al del conductor (se encontrarán, por tanto, en el plano YZ). Teniendo en cuenta la regla de la mano derecha, el campo magnético se puede representar de la siguiente forma: Es decir, el vector campo magnético es paralelo al eje Z.

b) Aplicando la regla de la mano izquierda, la fuerza sobre la partícula se dirigirá en el sentido negativo del eje X, puesto que la carga tiene signo negativo.

5. Una espira circular de radio 20 cm está colocada dentro de un campo magnético variable con el tiempo B $= 10^{-2}$ sen $(100\pi$ t $+\pi/2$), donde B se expresa en tesla y t en segundos. El plano de la espira es perpendicular a las líneas del campo magnético. Se pide: a) Calcular el flujo magnético a través de la espira en el instante t = 0. ¿Cuánto tiempo tarda en repetirse el mismo valor de flujo? b) Calcular la fuerza electromotriz inducida para t = 0.005 s y para t = 0.010 s. c) La espira es conductora. ¿Qué sentido tendrá la corriente inducida para t = 0.005 s? Explicar.

Respuesta:

a) El flujo para t = 0 será:

$$\phi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = 10^{-2} \cdot \pi \cdot 0,2^2 \mathrm{sen}\,\frac{\pi}{2} = 1,26 \cdot 10^{-3} \mathrm{wb}$$

Puesto que la frecuencia es: $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{100\pi}{2\pi} = \dfrac{1}{\mathrm{T}}$ por lo que el tiempo transcurrido será t = T = 1/50 = 0,02 s

b)La fuerza electromotriz inducida será:

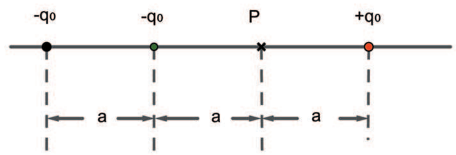
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{dt}} = -\frac{\mathrm{d}\left(10^{-2} \cdot \pi \cdot 0,2^2 \mathrm{sen}\left(100\pi \mathrm{t} + \frac{\pi}{2}\right)\right.}{\mathrm{dt}} = -0,39\,\mathrm{sen}\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Para t = 0,005 y t = 0,010 s, la f.e.m. inducida será, respectivamente:

$$\varepsilon_{0,005} = 0\,\mathrm{V} \qquad \varepsilon_{0,005} = 0,39\,\mathrm{V}$$

c) La intensidad es: $\mathrm{I} = \dfrac{\varepsilon}{\mathrm{R}} = 0\,\mathrm{A}$, pues la fuerza electromotriz para ese tiempo es nula.

6. Tres cargas están colocadas en fila, siendo negativa la situada a la izquierda y positiva la de la derecha. Ambas son de igual valor q_0. La tercera carga es q y está situada entre las otras dos (véase esquema). Sabiendo que el potencial eléctrico en el punto P es igual a cero: a) Determinar el signo de la carga q y su valor en función de q_0. b) Explicar qué sentido tiene el campo eléctrico en el punto P.



Respuesta:

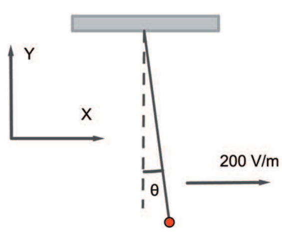
a) El potencial en el punto P será:

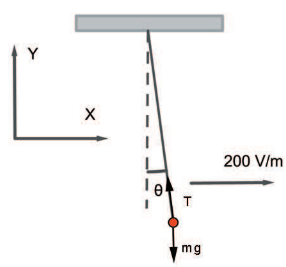
$$V = 0 = -\frac{kq_0}{2a} + \frac{kq}{a} + \frac{kq_0}{a} \qquad q = \frac{q_0}{2} \quad \text{el signo es positivo}$$

b) En el punto P,el campo eléctrico será:

$$\vec{E} = \left(-\frac{kq_0}{4a^2} + \frac{kq_0}{2a^2} + \frac{kq_0}{a^2}\right)\vec{i} = \frac{5kq_0}{4a^2}\vec{i}$$

7. En el laboratorio de física tenemos una pequeña bola de 50 g de masa que está cargada eléctricamente con una carga q y se encuentra suspendida del techo mediante un hilo aislante. En este laboratorio se dispone de un sistema que permite establecer un campo eléctrico en la dirección que se prefiera, horizontal o vertical. a) Cuando establecemos un campo eléctrico de 200 V/m en la dirección del eje X positivo, el ángulo del hilo con la vertical es 9.1º (véase figura). Hallar la carga q de la bola y su signo. b) Cuando se anula el campo en la dirección horizontal y en su lugar se establece un campo eléctrico en la dirección vertical, la tensión del hilo es igual a la mitad del peso de la bola. Calcular el valor de este campo vertical y su sentido. c) ¿Qué campo hay que establecer, y en qué sentido, para que la tensión del hilo sea igual a cero? Tómese la aceleración de la gravedad g = 10 m·s^{-2}





Respuesta:

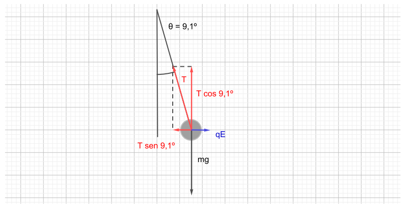
a) Para calcular el valor de la carga podemos escribir las siguiente igualdades a partir de la imagen:

$$T \operatorname{sen} 9{,}1^{\text{o}} = qE$$

$$T \cos 9,1^{\text{o}} = mg$$

Dividiendo ambas igualdades miembro a miembro, tendremos:

$$\operatorname{tg} 9,1^{\text{o}} = \frac{qE}{mg} = \frac{q \cdot 200}{0,05 \cdot 9,8} \qquad q = +3,92 \cdot 10^{-4}\text{C}$$



b) Cuando se aplica un campo vertical, la resultante de las fuerzas será:

$$\mathrm{T + qE_2 - mg = 0} \qquad \frac{\mathrm{mg}}{2} + \mathrm{qE_2 = mg} \qquad \mathrm{E_2} = \frac{0,05 \cdot 9,8}{2 \cdot 3,92 \cdot 10^{-4}} = 625\,\mathrm{N \cdot C}$$

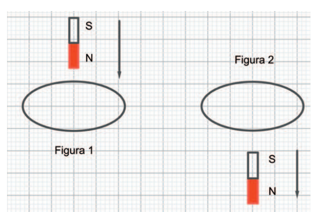
El campo irá dirigido en el sentido positivo del eje Y.

c) para que la tensión del hilo sea nula, deberá cumplirse:

$$\mathrm{qE_3 - mg = 0} \qquad \mathrm{E_3} = \frac{0,05 \cdot 9,8}{3,92 \cdot 10^{-4}} = 1250\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

El sentido del campo eléctrico será el mismo que el indicado en el apartado b).

8. Un imán se acerca a una espira enfrentando con ella su polo norte tal y como indica la figura 1 ¿Cuál será el sentido de la corriente inducida en la espira? Consideremos después la situación mostrada en 2: el imán ya ha atravesado la espira y se aleja de ella como indica la figura 2 ¿Cuál será ahora el sentido de la corriente inducida? ¿Se mantendrá igual que en el caso anterior o habrá cambiado? Explicar razonadamente.



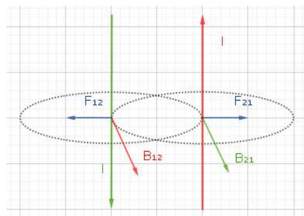
Respuesta:

a) En la figura 1, la corriente inducida tendrá el sentido contrario al de las agujas del reloj. En la figura 2, el sentido de la corriente inducida será el mismo que en la figura 1. La explicación se basa en la Ley de Lenz, según la cual, la corriente inducida en una espira tiende a oponerse a la causa que la produce. Al acercar la cara Norte del imán, la cara que se enfrenta a dicho imán, deberá ser también Norte, para producir una repulsión sobre el imán. Cuando el imán se aleja, puesto que su cara Sur está enfrentada a la espira, por la Ley de Lenz, sobre ésta aparecerá una corriente que tenderá a oponerse a que el imán se aleje, es decir, la cara enfrentada al imán será una cara Norte.

9. En un laboratorio de Física se han instalado dos cables rectilíneos paralelos muy largos separados por una distancia de 80 cm, que conducen corrientes de igual intensidad. Se observa que los dos cables se repelen entre sí con una fuerza de 10^{-4} N por metro de longitud. La permeabilidad del vacío es $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N A^{-2}. a) Explicar razonadamente si las corrientes que transportan estos cables circulan o no en el mismo sentido. Se valorará la ilustración de la explicación con un diagrama adecuado. b) Calcular la corriente que circula por cada cable conductor. c) Calcular el campo magnético en un punto situado a medio camino entre ambos conductores. Indicar su dirección y sentido.

Respuesta:

a) En la siguiente representación gráfica puede apreciarse la fuerza que el campo magnético creado por cada conductor ejerce sobre el otro. Asimismo, pueden verse cada uno de los vectores campo magnético, cuyas respectivas direcciones y sentidos vienen dados por la regla de la mano derecha. tendiendo a esta representación gráfica, las corrientes circularán en sentidos contrarios.



b) La fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{l}} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1 \mathrm{I}_2}{2\pi \mathrm{d}}$$

De donde se puede deducir:

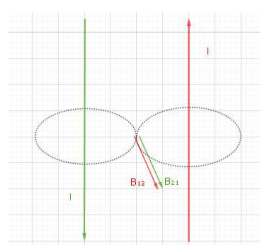
$$10^{-4} = \frac{4\pi{\cdot}10^{-7}\mathrm{I}^2}{2\pi \cdot 0,8} \qquad \mathrm{I} = 20\,\mathrm{A}$$

c) El campo magnético creado por cada uno de los conductores en un punto situado entre ambos y equidistante de ellos, tendrá el valor:

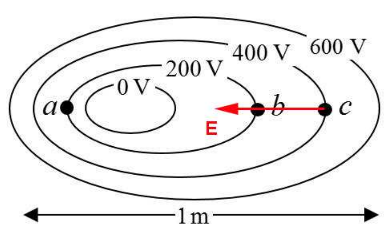
$$\left|\overrightarrow{B_1}\right| = \left|\overrightarrow{B_2}\right| = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{d}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0,4} = 10^{-5}\mathrm{T}$$

Con lo que el campo resultante, suponiendo los conductores situados en en plano XY será:

$$\overrightarrow{B} = 2 \cdot 10^{-5}\,\overrightarrow{k}\ \mathrm{T}$$



10. A la vista del mapa de líneas equipotenciales de la figura, explicar razonadamente a cuál de los puntos a, b, c corresponde el mayor valor del campo eléctrico (no se pide ningún cálculo cuantitativo, solo cualitativo). Indicar cuál será su sentido en aquel punto donde el valor del campo sea mayor.



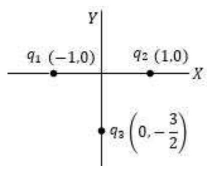
Respuesta:

Conocida la relación:

$$\overrightarrow{E} = -\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}$$

Podemos afirmar que, cuanto mayor sea el valor del potencial, mayor será la intensidad del campo eléctrico, por lo que el mayor valor de éste corresponderá al punto c. El sentido del campo eléctrico en el punto de mayor potencial es el indicado en la imagen.

11. Tres cargas puntuales están dispuestas en forma de T alrededor del origen de coordenadas. Las posiciones de las tres se indican en la figura (distancias en metros)



Los valores de las cargas 1 y 2 son, respectivamente $q_1 = +10\ \mu C$ y $q_2 = -12\ \mu C$. a) Si el potencial eléctrico en el origen de coordenadas es igual a cero, calcular el valor y signo de q_3. b) Calcular el campo eléctrico en el origen de coordenadas (módulo, dirección y sentido). c) Calcular el trabajo para trasladar una carga de prueba de $+0.01\ \mu C$ desde el punto (0,0) hasta el punto $\left(0, +\frac{1}{2}\right)$.Constante ley de Coulomb $\mathrm{k} = 9 \cdot 10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-2}$ Equivalencia 1 $\mu C = 10^{-6}$C

Respuesta:

a) El potencial en el origen de coordenadas será:

$$\mathrm{V} = 0 = \frac{9 \cdot 10^9 10^{-5}}{1} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}{1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot q}{3/2}$$

Obteniéndose q = $+\ 3{\cdot}10^{-6}$ C

b) Los campos creados por las cargas de 10^{-5} C y -1,2·10^{-5} C tendrán la misma dirección y sentido, que será el positivo del eje X. El campo creado por la carga q se dirigirá hacia la parte positiva del eje Y, por lo cual:

$$\overrightarrow{E_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5}}{1}\overrightarrow{i} \quad \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}{1}\overrightarrow{i} \quad \overrightarrow{E_3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{(3/2)^2}\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{E} = 1,98 \cdot 10^5\ \overrightarrow{i} + 1,2 \cdot 10^4\ \overrightarrow{j}$$

c) En el origen de coordenadas, el potencial valdrá: $\mathrm{V}_0 = 0$ V, mientras que en el punto $\left(0, +\frac{1}{2}\right)$ será:

$$\mathrm{V}_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{1 + 1/4}} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{1 + 1/4}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2} = -2600\,\mathrm{V}$$

Así pues, el trabajo necesario será:

$$\mathrm{W} = 10^{-8}[0 - (-2600)] = 2,6 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{J}$$

12. El campo magnético de la Tierra cerca de la superficie tiene un valor aproximado de 5·10^{-5} T. ¿Cuánto tiempo tardará en completar una órbita un protón que entra en el campo magnético con trayectoria

perpendicular a las líneas de campo? Datos del protón: carga = $1.602{\cdot}10^{-19}$ C; masa = $1.67{\cdot}10^{-27}$ kg.

Respuesta:

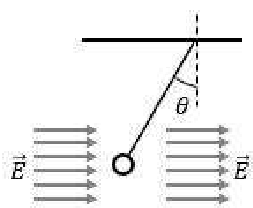
El tiempo transcurrido en describir una órbita será:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Teniendo en cuenta que el radio de la órbita viene dado por la expresión:

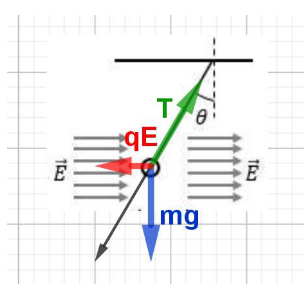
$$r = \frac{mv}{qB} \quad 2\pi r = \frac{2\pi mv}{qB} \quad y: \quad \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 1{,}67{\cdot}10^{-27}}{1{,}602{\cdot}10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 1,31 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

13. Una pequeña bola de masa m = 20 g se ha situado colgando de un hilo dentro de un campo eléctrico uniforme E = 2450 V/m, horizontal y dirigido de izquierda a derecha (véase esquema). La bola se mantiene en la posición indicada, y tiene una carga eléctrica neta que debemos determinar. El ángulo que forma con la vertical el hilo que la sostiene es de 26.1º. a) Observando la disposición de la figura, explicar razonadamente cuál es el signo de la carga. Se valorará un esquema de fuerzas adecuado. b) Calcular el valor de la carga y la tensión del hilo que la sostiene. Aceleración de la gravedad g = 9.8 $m{\cdot}s^{-2}$. c) ¿Qué valor debería tener el campo eléctrico para que el ángulo del hilo con la vertical fuese 45º ? En este caso, ¿cuál sería la tensión del hilo?



Respuesta:

a) La carga debe tener signo negativo, pues la fuerza que ejerce el campo sobre ella tiene sentido contrario al de campo.El esquema de fuerzas puede ser el siguiente: b) De la anterior representación



gráfica, se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$T \operatorname{sen}\theta = qE \quad (*)$$

$$T \cos\theta = mg$$

Dividiendo miembro a miembro y sustituyendo valores, tendremos:

$$\operatorname{tg} 26,1^{\circ} = \frac{q \cdot 2450}{0,02 \cdot 9,8} \qquad q = 3,92 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$$

despejando la tensión en (*), tendremos:

$$T = \frac{3,92 \cdot 10^{-5} \cdot 2450}{\text{sen}\,26,1^{\text{o}}} = 0,22\,\text{N}$$

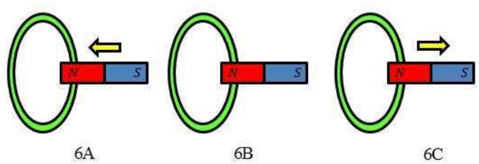
c) Si el ángulo formado por el hilo con la vertical es de 45º, tendremos:

$$\text{tg}\,45^{\text{o}} = \frac{3,92 \cdot 10^{-5} \cdot \text{E}}{0,02 \cdot 9,8} \qquad \text{E} = 5000\,\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$$

la nueva tensión tendrá el valor:

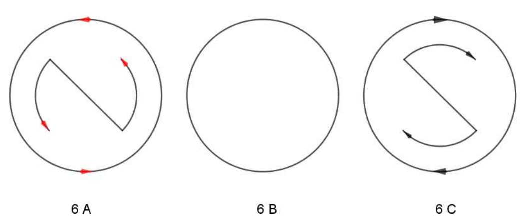
$$T = \frac{0,02 \cdot 9,8}{\cos 45^{\text{o}}} = 0,28\,\text{N}$$

14. Un imán está encarado por su polo norte a una espira conductora. Veamos las tres situaciones representadas en las figuras 6A, 6B y 6C. En la figura 6A el imán está en movimiento, acercándose a la espira. En la figura 6B el imán está situado muy cerca del plano de la espira, pero se encuentra en reposo. En la figura 6C el imán también está en movimiento, pero se aleja de la espira. Justificar razonadamente cuál será el sentido de la corriente inducida en cada caso.

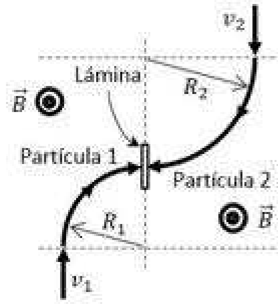


Respuesta:

La fuerza electromotriz inducida tenderá, en aplicación de la ley de Lenz, a oponerse a la causa que la produce. En la situación 6 A, la corriente inducida creará un campo tal que la cara de la espira enfrentada al polo norte del imán sea también una cara norte, ya que el flujo del campo magnético aumenta con el tiempo. En la situación 6 B, no hay variación del flujo del campo magnético, con lo que no se inducirá corriente en la espira. Por último, la disminución con el tiempo del flujo del campo magnético a través de la espira provocará sobre ésta una corriente inducida de forma que el imán sea atraído por la cara de la espira enfrentada a su polo norte. Por tanto dicha cara debe ser una cara sur. El sentido de la corriente inducida en cada una de las situaciones puede verse en la siguiente imagen:

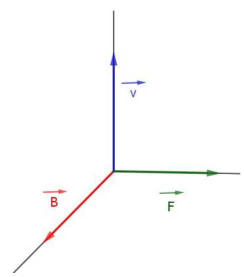


15. Dos partículas cargadas se lanzan contra las caras opuestas de una delgada lámina siguiendo trayectorias curvadas por un campo magnético uniforme de módulo 0.16 T. a) Sabemos que el campo magnético es perpendicular al plano del papel y de sentido saliente. Explicar razonadamente cual es el signo de las cargas. b) La partícula 1 tiene una masa $m_1 = 10^{-12}$ kg, una velocidad $v_1 = 480$ m·s^{-1} y el radio de su trayectoria es $R_1 = 12$ mm. Calcular su carga. c) La partícula 2 tiene la misma masa y carga que la partícula 1, pero el radio de su trayectoria es $R_2 = 20$ mm. Calcular su velocidad y el tiempo transcurrido desde que entra al campo magnético hasta que choca contra la lámina.



Respuesta:

a) Teniendo en cuenta que la fuerza que ejerce un campo magnético sobre una carga es: $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$, podremos observar que la fuerza se encuentra en un plano perpendicular al que contiene a los vectores campo magnético y velocidad. A partir de la siguiente representación gráfica: Podemos deducir que la



carga de la partícula 1 tiene signo positivo, puesto que la fuerza está dirigida hacia el centro de su trayectoria. Por la misma razón, la partícula 2 tendrá una carga positiva.

b) Para la carga 1:

$$0,012 = \frac{10^{-12} \cdot 480}{q_1 \cdot 0,16} \qquad q_1 = 2,5 \cdot 10^{-7} \mathrm{C}$$

c) Para la partícula 2:

$$0,02 = \frac{10^{-12} v}{2,5 \cdot 10^{-7} \cdot 0,16} \qquad v = 800 \, \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

La partícula 2 ha recorrido la cuarta parte de una circunferencia de radio 20 mm. teniendo en cuenta que el periodo de rotación es:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,02}{800} = 1,57 \cdot 10^{-4} \, \mathrm{s}$$

El tiempo transcurrido hasta que choca con la lámina es:

$$t = \frac{T}{4} = 3,93 \cdot 10^{-5} \, \mathrm{s}$$

5. Física moderna.

1. La frecuencia de un rayo gamma de alta energía es 10^{21} Hz. ¿Cuál es su longitud de onda en el vacío? ¿Cuántas veces sobrepasa su energía a la de un fotón de luz ultravioleta de 331.5 nm? Constante de Planck h = 6.63·10^{-34} J·s; velocidad de la luz = 3·10^8 m/s; 1 nm = 10-9 m

   Respuesta:

   La longitud de onda es:

   $$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8}{10^{21}} = 3\cdot 10^{-13}\text{m}$$

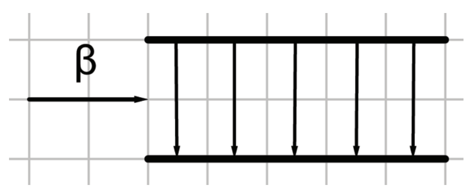
   La energía de este fotón es: $E_1 = h\nu = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot 10^{21} = 6,63\cdot 10^{-13}$J. La energía del fotón de luz ultravioleta es:

   $$E_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{3,315\cdot 10^{-7}} = 6\cdot 10^{-19}\text{J}$$

   La relación entre E_1 y E_2 será:

   $$\frac{E_1}{E_2} = \frac{6,63\cdot 10^{-13}}{6\cdot 10^{-19}} = 1,05\cdot 10^6$$

2. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas sobre las partículas β. (a) Un núcleo radiactivo de número atómico 53 y número másico 131 se desintegra emitiendo una partículaβ. ¿Cuáles serán los números atómico y másico del núcleo resultante? (b) Si la partícula β emitida se hace entrar en un campo eléctrico orientado en la forma que se indica en la figura, ¿se desviará hacia arriba o hacia abajo? Explicar.

   Respuesta:

   a) Una partícula β es un electrón, por lo que la reacción nuclear sería la siguiente:

   $${}^{131}_{53}X \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{131}_{54}Y$$

   La sumas, tanto de números atómicos como de números másicos en ambos miembros deben ser las mismas

   b) La partícula β se desplazará en sentido contrario al campo eléctrico, debido a su carga negativa. Por tanto, se desplazará hacia arriba.

3. Acerca de la masa y la energía. (a) Explicar brevemente el significado de la ecuación de Einstein E = mc^2. (b) Si una partícula y su antipartícula chocan, se aniquilan entre si convirtiendo toda su masa en energía, que es liberada en el proceso. Calcular la energía liberada en el choque de un electrón e- y un positrón e+, expresando el resultado en eV. Masa electrón = masa positrón = 9.1·10-31 kg; velocidad de la luz = 3·108 m/s; 1 eV = 1,602·10-19 J

   Respuesta:

   a) Según la ecuación de Einstein, cualquier partícula de masa m posee una energía E , estando relacionadas ambas por la expresión $E = mc^2$, siendo c la velocidad de la luz. Una aplicación de esta ecuación la encontramos en la energía desprendida en las reacciones de fisión nuclear, en las que una pérdida de una pequeña cantidad de masa se traduce en el desprendimiento de una gran cantidad de energía

b) Al aniquilarse entre sí un electrón y un positrón, la pérdida de masa será:

$$\Delta m = 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = 1,82 \cdot 10^{-30}\text{kg}$$

La energía desprendida, expresada en eV tendrá el valor:

$$E = \frac{\Delta mc^2}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{1,82 \cdot 10^{-30} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,024 \cdot 10^6\text{eV}$$

4. ¿A qué se refiere el concepto dualidad onda-corpúsculo? Explicarlo brevemente y comparar la longitud de onda de De Broglie de una partícula de 0.1 gramos que se mueve a 6400 m/s con la longitud de onda de un electrón que viaja a la misma velocidad. Constante de Planck h = $6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s; masa electrón me = $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg

   Respuesta:

   a) Según la hipótesis de De Broglie, toda partícula lleva asociada una característica ondulatoria, como es la longitud de onda. De la misma forma, una onda lleva asociada una característica asociada a la partícula, como es la cantidad de movimiento. De este forma, puede ponerse que:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

   Siendo λ la longitud de movimiento, h la constante de Planck y p la cantidad de movimiento. De este modo, podemos hablar de un doble comportamiento, tanto de la partícula como de la onda (Dualidad onda-corpúsculo).

   b) La longitud de onda de De Broglie de una partícula de 0.1 gramos que se mueve a 6400 m/s es:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{10^{-4} \cdot 6400} = 1,04 \cdot 10^{-33}\text{m}$$

   Mientras que la longitud de onda de De Broglie de un electrón que se mueve con la misma velocidad que la partícula es:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6400} = 1,14 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

5. Las estrellas de tipo solar obtienen su energía durante la mayor parte de su vida fusionando núcleos de hidrógeno para formar helio (cuatro núcleos de hidrógeno originan un núcleo de helio). Explicar brevemente cual es la razón de que estas reacciones de fusión produzcan energía.

   Respuesta:

   La causa es la pérdida de masa, Δm, que se produce al fusionarse dos núcleos. Esta pérdida de masa (defecto de masa) se transforma en energía mediante la expresión: $E = \Delta mc^2$

6. Una superficie metálica se ilumina con luz de frecuencia $f_1 = 8 \cdot 10^{14}$ Hz y se observa que emite electrones. Después se ilumina la misma superficie con otra fuente de luz de frecuencia $f_2 = 5 \cdot 10^{14}$ Hz que es 20 veces más intensa que la primera, pero en este segundo caso no se registra la emisión de ningún electrón. Dar una explicación razonada para esta observación. ¿Cómo se llama el fenómeno físico que describe?

   Respuesta:

   La emisión fotoeléctrica no depende de la intensidad de la radiación incidente, sino de su frecuencia, por lo que para una frecuencia f_1 se produce emisión, mientras que para una frecuencia inferior, $f:_2$, no se produce. Esto se debe a que la frecuencia umbral para la superficie metálica es inferior a f_1 y superior a f_2. La ecuación del efecto fotoeléctrico, que relaciona la frecuencia d la radiación incidente con la frecuencia umbral de la superficie metálica es:

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

7. Un isótopo radiactivo reduce su actividad a la mitad en un tiempo de 6 h. a) ¿Cuál es su constante de desintegración radiactiva? b) Si una muestra de este isótopo consta de N_0 núcleos, ¿cuánto tiempo tiene que transcurrir para que solo quede una décima parte? Expresar el resultado en horas.

   Respuesta:

   a) La constante de desintegración radiactiva es:

   $$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{6} = 0,116\,h^{-1}$$

   b) El tiempo transcurrido se calcula de la siguiente forma:

   $$0,1\,N_0 = N_0 e^{-0,116\cdot t} \qquad t = 19,85\,h$$

8. Dos isótopos radiactivos 1 y 2 tienen periodos de semidesintegración T_1 y T_2, donde T_2= 2 T_1. Si tenemos inicialmente una muestra de 10^{12} núcleos de cada uno de ellos (este es el número de núcleos cuando t = 0), copiar en el cuadernillo de examen y completar razonadamente la siguiente tabla:

Tiempo transcurrido	0	T_1	T_2	2 T_2	5 T_2
Número de núcleos 1 que quedan	10^{12}	$5\cdot 10^{11}$	$2,5\cdot 10^{11}$	$6,25\cdot 10^{10}$	$9,78\cdot 10^{8}$
Número de núcleos 2 que quedan	10^{12}	$7,07\cdot 10^{11}$	$5\cdot 10^{11}$	$2,5\cdot 10^{11}$	$3,13\cdot 10^{10}$

   Teniendo en cuenta que para el isótopo 1,la ley de desintegración podrá escribirse como: $N = N_0 e^{-\frac{0,693}{T_1}t}$, mientras que para el isótopo 2, la expresión será: $N = N_0 e^{-\frac{0,693}{2T_1}t}$, la tabla queda completada con los valores en rojo.

9. Cuando las estrellas envejecen y agotan su provisión de hidrógeno, empiezan a fusionar el helio acumulado en el núcleo para formar oxígeno. La reacción que tiene lugar produce un núcleo de oxígeno por unión de 4 núcleos de helio. Calcular en electronvoltios la energía desprendida en una de estas reacciones. Masas núcleos: helio = $6.6465\cdot 10^{-27}$ kg; oxígeno = $2.6567\cdot 10^{-26}$ kg; c = $3\cdot 10^8$ m/s; 1 eV = $1.602\cdot 10^{-19}$ J.

   Respuesta:

   La masa perdida en este proceso es:

   $$\Delta m = 2,6567\cdot 10^{-26} - 4\cdot 6{,}6465\cdot 10^{-27} = -1,9\cdot 10^{-29}\,kg$$

   La energía desprendida, expresada en eV será:

   $$E = \frac{mc^2}{e} = \frac{1,9\cdot 10^{-29}\,(3\cdot 10^8)^2}{1,602\cdot 10^{-19}} = 1,067\cdot 10^{7}\,eV$$

Nº másico	Elemento	Nº atómico
	Talio	81
	Plomo	82
212	Bismuto	83
	Polonio	84
	Astato	85

10. Algunos núcleos radiactivos pueden desintegrarse bien emitiendo una partícula α,o bien emitiendo una partícula β . Uno de ellos es el isótopo bismuto-212. En la tabla se recogen por orden de número atómico algunos de los elementos que preceden y siguen al bismuto en el sistema periódico. (a) Si un núcleo de bismuto-212 se desintegra emitiendo una partícula α , ¿en qué elemento se convierte y cuál es su número másico? (b) Si un núcleo de bismuto-212 emite una partícula β , ¿en qué elemento se convierte y cuál es su número másico?

Respuesta:

a) La reacción es la siguiente:

$$^{212}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{208}_{81}\mathrm{Tl}$$

En este caso, la reacción será:

$$^{212}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{212}_{84}\mathrm{Po}$$

11. La energía cinética de un neutrón es 200 keV. Calcular su longitud de onda. Constante de Planck h = 6.62·10^{-34} J·S. Masa neutrón = 1,6749·10^{-27} kg. Equivalencia: 1 keV = 1.602·10^{-16} J.

Respuesta:

a) La energía cinética será:

$$\frac{1}{2}\,1,6749{\cdot}10^{-27}\mathrm{v}^2 = 200 \cdot 1,602 \cdot 10^{-16} \qquad \mathrm{v} = 6,19 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{p}} = \frac{6{,}62{\cdot}10^{-34}}{1,6749{\cdot}10^{-27} \cdot 6,19 \cdot 10^{6}} = 6,38 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{m}$$

12. Se observa que el número de núcleos $\mathrm{N_0}$ inicialmente presentes en una muestra de isótopo radiactivo queda reducida a $\mathrm{N_0}/16$ al cabo de 24 horas. ¿Cuál es el periodo de semidesintegración y cuál es la constante de desintegración radiactiva de este isótopo?

Respuesta:

Como $1/16 = (1/2)^4$,. habrá transcurrido un tiempo igual a cuatro veces el periodo de semidesintegración, por lo que:

$$24 = 4\,\mathrm{T} \quad \mathrm{T} = 6\,\mathrm{h}$$

La constante de desintegración radiactiva será:

$$\lambda = \frac{0,693}{6} = 0,1155\,\mathrm{h}^{-1}$$

13. La frecuencia umbral del sodio es f_{Na} = 5.60·10^{14} s y la del potasio es f_K= 5.32·10^{14} s^{-1} . ¿Experimentarán estos dos metales efecto fotoeléctrico cuando se iluminen con luz verde de longitud de onda λ = 5.50·10^{-7} m? (Velocidad de la luz c = 3·10^8 m· s^{-1}).

Respuesta:

La luz verde posee una frecuencia:

$$\nu_{\mathrm{v}} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{5,50 \cdot 10^{-7}} = 5,45 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Al cumplirse que $\nu_{\mathrm{Na}} > \nu_{\mathrm{v}} > \nu_{\mathrm{K}}$, se producirá emisión fotoeléctrica sólo en el potasio.