PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

21 de septiembre de 2017

1. Gravitación.

1. El proyecto ExoMars es una misión espacial cuya finalidad es la de buscar vida en el planeta Marte. En una primera fase, el 2016, constaba de un satélite, el ExoMars Trace Gas Orbiter, en órbita circular alrededor de Marte, a 400 km de altura, y un módulo de descenso, el Schiaparelli, que debía aterrizar en Marte. Pero cuando el módulo de descenso se encontraba a 3,7 km de altura sobre Marte, prácticamente en reposo, los sistemas automáticos interpretaron erróneamente que ya había llegado a la superficie. Detuvieron los retrocohetes y el módulo se desprendió del paracaídas. Como resultado, el Schiaparelli se precipitó en caída libre. a) Calcule el período del ExoMars Trace Gas Orbiter. b) Determine el valor de la aceleración de la gravedad e la superficie de Marte y la velocidad a la cuál la nave impactó con la superficie. (Considere que la gravedad es constante durante la caída, y el rozamiento con la atmósfera de Marte es despreciable.) Datos: Masa de Marte = 6,42 × 10^{23} kg. Radio de Marte = 3,38 × 10^6 m. G = 6,67 × 10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

   Respuesta:

   a) El periodo será:

   $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(3,38\cdot 10^6 + 4\cdot 10^5)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,42\cdot 10^{23}}} = 7056,5\,\mathrm{s}$$

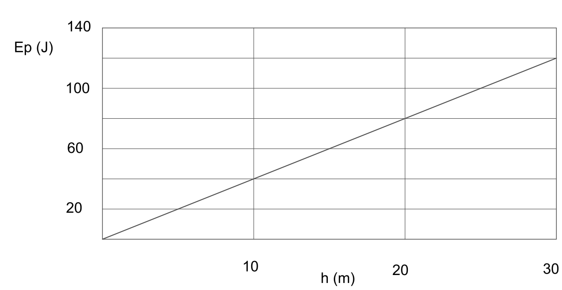
   b) La aceleración de la gravedad tiene el valor:

   $$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,42\cdot 10^{23}}{(3,38\cdot 10^6)^2} = 3,75\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

   La velocidad al impactar con la superficie de Marte es:

   $$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 3,75\cdot 3700} = 166,6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

2. La gráfica siguiente muestra la variación de la energía potencial en función de la altura para un cuerpo de 2,00 kg de masa en la superfície de un planeta con un radio de 5 000 km.



   a) Calcule la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta y la masa de éste. b) Deduzca la expresión de la velocidad de escape a partir del Principio de Conservación de la Energía y calcúlela. Dato: G = 6,67 × 10^{-11} N m^2 kg^{-2}..

   Respuesta:

   a) En la imagen anterior, el ángulo α que forma la representación gráfica con el eje de las X, donde se representan las alturas respecto a la superficie del planeta, cumple que:

   $$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{E_p}}{\mathrm{h}} = \frac{\mathrm{mgh}}{\mathrm{h}} = \mathrm{mg} = \frac{120}{30} = 4$$

De forma que g = 4/m = 4/2 = 2 m/s^2

b) La velocidad de escape puede deducirse de:

$$\frac{1}{2}nv_e^2 - \frac{GMm}{r_0} = 0$$

Es decir, aplicando el Principio de Conservación de la Energía. v_e es la velocidad de escape, y r_0 el radio del planeta. Despejando, se obtiene:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$$

Para calcular la velocidad de escape, debemos conocer el producto GM, el cual deducimos del valor de g en la superficie del planeta:

$$g = 2 = \frac{GM}{(5\cdot 10^6)^2} \qquad GM = 5\cdot 10^{13}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg}^{-1}$$

Así pues, tendremos:

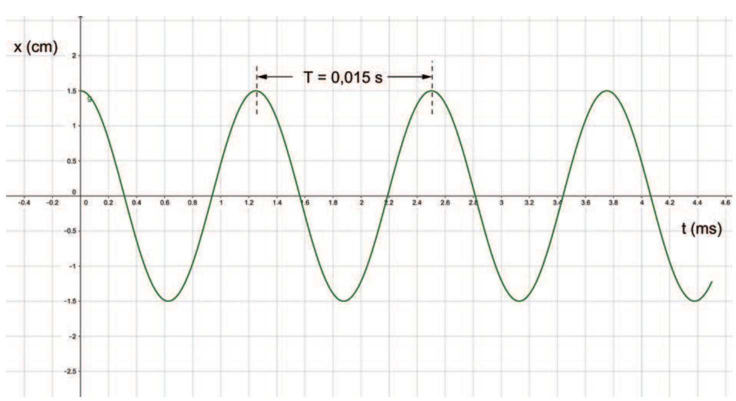
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 10^{13}}{5\cdot 10^6}} = 4472\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Un sistema vibrador situado en el punto x = 0 oscila tal y como se indica en este gráfico elongación-tiempo y transmite el movimiento a una cuerda, de manera que se genera una onda transversal con una longitud de onda de 20,0 cm. a) Determine el período, la amplitud y la frecuencia de la vibración y la velocidad de propagación de la onda a lo largo de la cuerda. Escriba la ecuación de la onda plana (no olvide indicar todas las unidades de las magnitudes que aparezcan). b)Demuestre, a partir de la ecuación de la onda, que la velocidad máxima a la que se mueven los puntos de la cuerda en sus respectivas oscilaciones se puede calcular mediante la expresión $v_{máx} = A\omega$ (siendo A la amplitud y ω la pulsación).

Respuesta:

a) La representación gráfica del movimiento puede verse al principio de la siguiente página. En dicha representación, se indica el periodo de oscilación.



Del análisis de la gráfica se desprende que la amplitud de la onda es $A = 0,015$ **m**. el periodo $T =$

$0,00125$ **s**, la frecuencia $\nu = 1/T = 800\,\mathrm{s}^{-1}$ y la velocidad, $v = \lambda/T = 160\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.
La ecuación de la onda quedará de las forma:

$$y = 0,015\,\mathrm{sen}\,(1600\pi\mathrm{t} - 10\pi + \varphi_0)$$

para hallar el valor de φ_0, tendremos en cuenta que, para t = 0 y x = 0, y = 0,015 m , por lo que:

$$0,015 = 0,015\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \longrightarrow \varphi_0 = \pi/2\,\mathrm{rad}$$

La ecuación de la onda queda finalmente así: $y = 0,015\,\mathrm{sen}\,(1600\pi\mathrm{t} - 10\pi + \pi/2)$

b) la velocidad de vibración de un punto de la cuerda es:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\,[A\,sen(\omega t - kx + \varphi_0)]}{dt} = A\omega\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Con lo que, la velocidad máxima (cuando cos $(\omega t - kx + \varphi_0) = 1$) será: $v_{máx} = A\omega$

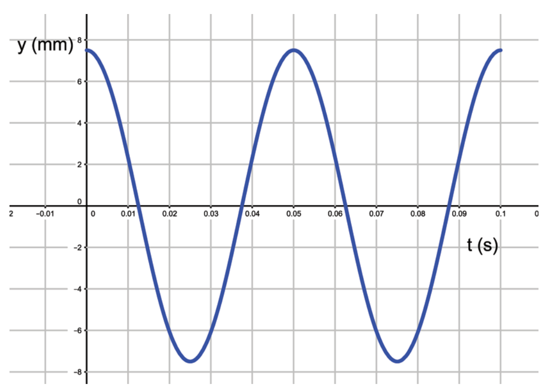
2. La aguja de una máquina de coser oscila con un desplazamiento vertical de 15 mm de un extremo a otro. En las especificaciones del fabricante, se indica que la aguja da 1200 puntadas por minuto. Suponga que la aguja describe un movimiento armónico simple. a) Escriba la ecuación del movimiento y represente la gráfica posición-tiempo durante dos períodos, suponiendo que en el instante inicial, la aguja la aguja se encuentra en la posición más alta b) Calcule la velocidad y la aceleración máximas de la aguja.

Respuesta:

a) La amplitud del desplazamiento será: $A = 0,015/2 = 0,0075\,\mathrm{m}$, y la pulsación: $\omega = 2\pi\dfrac{1200}{60} = 40\pi\,\mathrm{s}^{-1}$. Puesto que para t = 0, la aguja se encuentra en el punto de máxima elongación, podremos poner: $A = A\,\mathrm{sen}\varphi_0$, con lo que $\varphi_0 = \pi/2$. la ecuación del movimiento armónico simple quedará, pues, así:

$$y = 0,0075\,\mathrm{sen}\,\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

la representación gráfica será la siguiente:



b) La velocidad y la aceleración vienen dadas, respectivamente, por:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,0075 \cdot 40\pi\cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow v_{máx} = 0,94\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,0075\,(40\pi)^2\,\mathrm{sen}\,\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow a_m = 118,4\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

3. En un estadio el público hace la ola para celebrar la buena actuación del equipo local. La ola es tan grande que dos espectadores de la misma fila separados como mínimo por 50 m se mueven de la misma forma y lo hacen cada 10 segundos. a) Si suponemos esta ola en el estadio como una onda, ¿de qué tipo de onda estaríamos hablando? Calcule la longitud de onda y la pulsación (frecuencia angular). b) Un espectador se mueve 1,0 m verticalmente cuando se levante y se sienta para hacer desplazarse la onda. Escriba la ecuación del movimiento de este espectador, considerando que describe un movimiento armónico simple y que en el instante inicial se encuentra sentado, es decir, en su posición mínima..

Respuesta:

a) Se trataría de una onda transversal, con una longitud de onda de 50 m, un periodo de 10 s, y una pulsación $\omega = 2\pi/T = 0,2\pi\,\mathrm{s}^{-1}$

b) La ecuación de M.A.S. es: y = A sen $(\omega t + \varphi_0)$. La amplitud es: A = 1 m y teniendo en cuenta que, para t = 0, la elongación es y = 0, podremos poner:

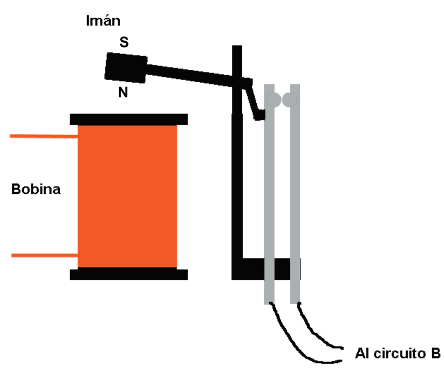
$$0 = 1\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \quad \varphi_0 = 0$$

$$y = 1\,\mathrm{sen}\,0,2\pi\mathrm{t}$$

3. Óptica.

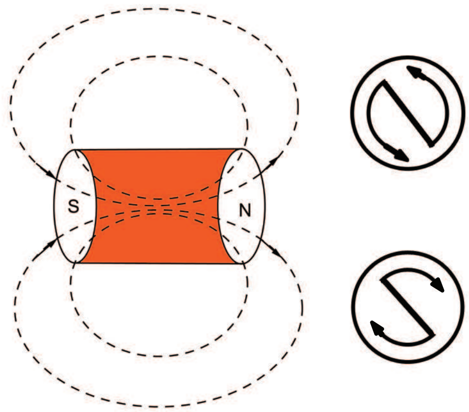
4. Electromagnetismo.

1. La figura muestra el esquema de un relé. Cuando circula una corriente eléctrica por la bobina, el extremo inferior del imán (norte) es atraído por la bobina y el movimiento se transmite por medio de un pivote, de manera que se cierra el circuito B. a) Especifique claramente cuál ha de ser el sentido de la corriente eléctrica en la bobina para que se active el relé (y se cierre el circuito B) y dibuje las líneas del campo magnético generado por la bobina en esta situación. b) En unas pruebas, observamos que el mecanismo no produce suficiente fuerza para cerrar el contacto. Indique qué efecto tendría sobre el dispositivo cada una de las siguientes modificaciones: 1) Aumentar la intensidad de la corriente que circula por la bobina. 2) Situar un material ferromagnético en el núcleo de la bobina. 3) Hacer pasar por la bobina una corriente alterna en lugar de una corriente continua.



Respuesta:

a) La representación de las líneas de campo magnético y el sentido de la corriente pueden verse en la siguiente representación gráfica:



En dicha representación puede verse que, la cara norte del solenoide es aquella en la que la corriente circule en el sentido contrario al de las agujas del reloj (lo contrario en la cara sur). Así pues, la cara enfrentada al imán debe ser la cara sur y, visto desde arriba, el sentido de la corriente debe ser el de las agujas del reloj.

b) 1: Un aumento de la intensidad produce un aumento de B y, por tanto de la fuerza. 2: Aumenta el valor de B y, por consiguiente, la fuerza. 3: El sustituir una corriente continua por una alterna no solucionaría el problema, pues lo único que haría será cambiar la polaridad de las caras en función de la frecuencia de la corriente.

2. El enlace iónico de la sal común (NaCl) se produce por la atracción electrostática entre el catión Na^+y el'anión Cl^-. a) Calcule la separación entre estos dos iones, sabiendo que la energía potencial eléctrica del sistema es de − 9,76 × 10^{-19} J. b) Si aplicamos un campo eléctrico uniforme de 50,0 $N \cdot C^{-1}$ al ion Na^+, calcule el trabajo necesario para separar los iones hasta una distancia de 2 cm. Datos: . Carga elemental = 1,60 × 10^{-19} C..

Respuesta:

a) La separación entre los dos iones será:

$$r = \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})1,6 \cdot 10^{-19}}{-9,76 \cdot 10^{-19}} = 2,36 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

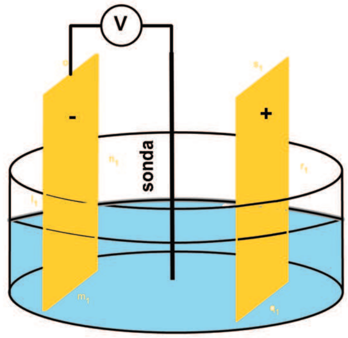
b) Teniendo en cuenta la relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\Delta V}{r} \longrightarrow 50 = \frac{\Delta V}{(0,02 - 2,36 \cdot 10^{-10})} \qquad \Delta V = 1\,\text{V}$$

El trabajo necesario será, pues:

$$W = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

3. En una cápsula de Petri llena de agua destilada hemos sumergido dos placas metálicas paralelas, conectadas a una diferencia de potencial de 12,0 V,. Las dos placas están separadas por una distancia de 6,00 cm. Con un voltímetro, exploramos la diferencia de potencial entre la placa negativa y diversos puntos de la región intermedia. a) Calcule el campo eléctrico (suponiendo que es uniforme) entre las dos placas, e indique también su dirección y sentido. Haga un dibujo en el que represente, de manera aproximada, las superficies equipotenciales que espere encontrar en la región comprendida entre las dos placas, e indique el valor del potencial en cada una de las superficies representadas. b) Con la sonda, tal como vemos en la figura:



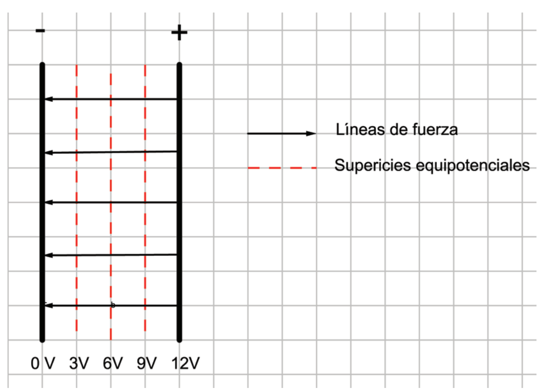
el voltímetro indica 7,0 V. Calcule el trabajo que debería realizar una fuerza externa para desplazar una carga positiva de 0,1 µC desde este punto hasta la placa positiva.

Respuesta:

a) El campo eléctrico será:

$$E = \frac{12}{0,06} = 200\,\mathrm{V}$$

El campo eléctrico, supuesto constante, se representa mediante una serie de vectores paralelos (líneas de fuerza), perpendiculares a su vez a las placas cargadas. Las superficies equipotenciales son líneas rectas (entre las dos placas) perpendiculares a las líneas de fuerza del campo. La representación gráfica podría ser la siguiente:



Puesto que el campo eléctrico entre las dos placas es constante, el potencial en cada una de las líneas equipotenciales cumplirá la relación:

$$200 = \frac{12 - V}{r} \longrightarrow V = -200r + 12$$

Hemos colocado tres líneas equipotenciales, situadas a 1,5; 3, y 4,5 cm de la placas positiva. Los respectivos potenciales se muestran en la representación gráfica.

a) El trabajo vendrá expresado por::

$$W = q(V_1 - V_2) = 10^{-7}(7 - 12) = -5 \cdot 10^{-7}$$

El trabajo realizado por la fuerza externa tiene el mismo valor anterior, pero signo positivo, al ser realizado contra el campo eléctrico, es decir: $W_F = 5 \cdot 10^{-7}\mathrm{J}$

4. Una partícula α ($^4_2$He) se dirige directamente hacia el núcleo de un átomo de uranio ($^{238}_{92}$U). El radio del núcleo de uranio es, aproximadamente, de 0,008 pm (picometros). a) Compare de forma cuantitativa los valores del módulo de la intensidad de campo eléctrico debidos al núcleo de uranio en dos puntos, A y B, situados a 0,008 nm y 0,008 pm, respectivamente, del centro de este núcleo b) ¿Qué energía cinética debe tener, como mínimo, la partícula α cuando pase por el punto A para llegar hasta el punto B? (Ignore la influencia que los electrones cercanos pudieran ejercer.) Datos: . Carga elemental = 1,60 × 10^{-19} C. Número atómico del Uranio = 92.

Respuesta:

a) El cociente entre los módulos de la intensidad de campo eléctrico en los dos puntos indicados es:

$$\frac{\left|\overrightarrow{E_1}\right|}{\left|\overrightarrow{E_2}\right|} = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}/(8 \cdot 10^{-12})^2}{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}/(8 \cdot 10^{-15})^2} = 10^{-6}$$

b) Para la partícula α debe cumplir que: 0 - E_c= q (V_A - V_B), siendo los potenciales:

$$V_A = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}}{8 \cdot 10^{-12}} = 1,656 \cdot 10^4 \text{V} \qquad V_B = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}}{8 \cdot 10^{-12}} = 1,656 \cdot 10^7 \text{V}$$

$$0 - E_c = 1,6 \cdot 10^{-19}(1,656 \cdot 10^4 - 1,656 \cdot 10^7) = -2,64 \cdot 10^{-12}\text{J} \qquad E_c = 2,64 \cdot 10^{-12}\text{J}$$

5. Una bobina rectangular de 2,0 cm × 1,5 cm tiene 300 espiras y gira en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme de 0,4 T. a) Escriba la ecuación de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, si la bobina gira a 60 rev/min. b) Si la bobina tiene una resistencia R = 1,0 Ω, ¿qué corriente máxima puede circular por dicha bobina?

Respuesta:

a) El área de la espira es $S = 0,02 \cdot 0,015 = 3 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2$, mientras que que la velocidad angular es: $\omega = 60 \cdot 2\pi/60 = 2\pi$ rad/s. El ángulo α será, pues: $\alpha = \omega\, t$, con lo que la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} - \frac{d(NBS\cos\alpha)}{dt} = -\frac{d(300 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} cos\, 2\pi t)}{dt} = -300{\cdot}0,4{\cdot}3{\cdot}10^{-4}{\cdot}2\pi\,\text{sen}\,2\pi t = 0,27\,\text{sen}\,2\pi t$$

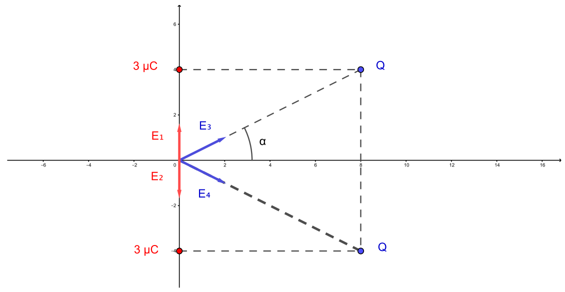
b) La intensidad máxima será:

$$I_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{R} = \frac{0,27}{1,00} = 0,27\,\text{A}$$

6. Dos cargas de 3,0 µC están localizadas en x = 0 m, y = 2,0 m y en x = 0 m, y = –2,0 m. Dos cargas más, de valor Q, están localizadas en x = 4,0 m, y = 2,0 m y en x = 4,0 m, y = –2,0 m. a) Si en el origen de coordenadas, el campo eléctrico tiene un valor de es 4,0 × 10^3 N C^{-1} en la dirección de eje X en sentido positivo, calcule el valor de las cargas. b) Si el valor de las cargas fuese Q = 2,0 µC, calcule la fuerza $\overrightarrow{F}$ que experimentaría un protón situado en el origen de coordenadas. Datos: . Carga elemental = 1,60 × 10^{-19} C.

Respuesta:

a) La situación de las cargas puede verse en la siguiente representación gráfica :



En ella puede verse que la resultante del campo eléctrico creado por las dos cargas de $3\mu C$ en el origen se anula. Los campos eléctricos creados por las dos cargas Q tienen el mismo módulo, que llamaremos E_Q, cumpliéndose que:

$$E = 4 \cdot 10^3 = 2\, E_Q cos\, \alpha = 2\, \frac{9 \cdot 10^9 Q}{4^2 + 2^2} \cos 26,56^{\text{o}} \quad \text{pues tg}\, \alpha = \frac{2}{4} \text{ y } \alpha = 26,56^{\text{o}}$$

Despejando, tendremos:

$$Q = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 20}{1,8 \cdot 10^{10} \cdot \cos 26,56^{\text{o}}} = 4,97 \cdot 10^{-6}\, \text{C}$$

Teniendo en cuenta que el vector campo se dirige hacia cada una de las cargas Q, el signo de éstas será negativo, por lo que $\text{Q} = -4,97 \cdot 10^{-6}\, \text{C}$

b) Utilizando un razonamiento semejante al anterior, los vectores campo creados por cada una de las cargas Q, en este caso de 2 μC cada una, tendrá el mismo módulo (E_{2Q}) y la misma dirección que los del apartado anterior, pero sentido contrario. Así, podremos poner:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = 2\, q\, E_{2Q} \cos 26,56 \qquad \text{siendo : } \text{E}_{2\text{Q}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4^2 + 2^2} = 900\, \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Finalmente: $\left|\overrightarrow{F}\right| = 2\, q\, E_{2Q} \cos 26,56 = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 900 \cdot \cos 26,56^{\text{o}} = 2{,}58{\cdot}10^{-16}\text{N.}$

7. La bobina de un transformador tiene 2 000 espiras, una longitud de 10 cm y un núcleo de hierro en su interior- Por la bobina circula una corriente de 2 A. a) Calcule el campo y el flujo magnético en el interior de la bobina, sabiendo que la sección del núcleo es de 10 cm^2. b) Estime el número de electrones que circulan por el cable en un minuto. Datos: Permeabilidad magnética del hierro, $\mu = 5{,}00 \times 10^{-4}$ T m A^{-1}. Carga elemental $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ C. Nota: El módulo del campo magnético creado por una bobina en el vacío es $B = \dfrac{\mu_0 N I}{l}$.

Respuesta:

a) El campo magnético será:

$$B = B = \frac{\mu N I}{l} = \frac{5 \cdot 10^{-4} 2000 \cdot 2}{0,1} = 0,1\, T$$

El flujo del campo magnético será: $\phi = NBS\, cos\, 0^{\text{o}} = 2000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,2$ Wb

b) La intensidad es el cociente entre la carga y el tiempo, por lo que podremos escribir:

$$2 = \frac{q}{60} = \frac{n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{60} \qquad \text{de donde : } n = \frac{120}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,51 \cdot 10^{20} \text{electrones}$$

5. Física moderna.

1. La presencia del isótopo hierro-60 (^{60}Fe) en algunas rocas lunares y algunos sedimentos oceánicos indica, según algunos astrofísicos, que una supernova estalló en las proximidades del Sistema Solar en una época relativamente reciente (a escala cósmica), e hizo llegar este isótopo a la Tierra. El ^{60}Fe tiene un período de semidesintegración de 2,6 millones de años. a) Si hubiera habido ^{60}Fe cuando la Tierra se formó, hace 4 400 millones de años, ¿que porcentaje de este ^{60}Fe primordial quedaría en la actualidad? Si el ^{60}Fe se originó en la explosión de una supernova hace 13 millones de años, ¿qué porcentaje de este ^{60}Fe, debería quedar actualmente? b) El ^{60}Fe se transforma por medio de una desintegración β^-en un isótopo de cobalto (Co) de vida breve, el cual experimenta una nueva desintegración β^- y produce un isótopo estable de níquel (Ni). Escriba las ecuaciones nucleares de las dos desintegraciones, incluyendo los antineutrinos. Dato: Número atómico del hierro (Fe): 26.

   Respuesta:

   a) La constante de desintegración tiene el valor:

   $$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{2,6 \cdot 10^6} = 2,66 \cdot 10^{-7}\text{años}^{-1}$$

   Transcurrido un tiempo de 4400 millones de años, el ‘porcentaje restante de núcleos será:

   $$\frac{N}{N_0} = e^{-(2,66 \cdot 10^{-7} \cdot 4,4 \cdot 10^9)} = 0$$

   Si por el contrario, el ^{60}Fe procediera de la supernova, tendríamos:

   $$\frac{N}{N_0} = e^{-(2,66 \cdot 10^{-7} \cdot 1,3 \cdot 10^7)} = 0,0315 \longrightarrow 3,15\,\%$$

   b) La reacciones nucleares serían:

   $$^{60}_{26}Fe \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{60}_{27}Co + \overline{\nu}$$
   $$^{60}_{27}Co \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{60}_{28}Ni + \overline{\nu}$$

2. El período de semidesintegración de un núcleo radioactivo es de 600 s.Disponernos de una muestra que tiene, inicialmente, 10^{10} de estos núcleos. a) Calcule la constante de desintegración y el número de núcleos que quedan después de una hora. b) Calcule la actividad de la muestra dos horas después del instante inicial.

   Respuesta:

   a) La constante de desintegración es:

   $$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{600} = 1,155 \cdot 10^{-3}\text{s}^{-1}$$

   El número de núcleos al cabo de una hora será:

   $$N = 10^{10} e^{-(1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 3600)} = 1,56 \cdot 10^8\text{núcleos}$$

   b) Al cabo se dos horas, el número de núcleos tendrá el valor:

   $$N = 10^{10} e^{-(1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 7200)} = 2,45 \cdot 10^6$$

   Siendo la actividad:

   $$A = \lambda N = 1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 2,45 \cdot 10^6 = 2825\,\text{desintegraciones} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Dos muestras radiactivas tienen, en un momento dado, 1,00 × 10^{-1} mol cada una. Las muestras son de dos isótopos diferentes del elemento radón (Rn): en concreto, de radón 222 (^{222}Rn) y de radón 224 (^{224}Rn). Los dos isótopos son radiactivos y tienen, respectivamente, periodos de semidesintegración de 3,82 días y de 1,80 horas. El primero presenta una desintegración de tipo α y el núcleo hijo es un isótopo del polonio (Po), mientras que el segundo presenta una desintegración de tipo β^- y el núcleo hijo es un isótopo del francio (Fr). a) Escriba las ecuaciones nucleares de las dos desintegraciones radiactivas con todas las partículas que intervienen y sus respectivos números atómicos y másicos. Calcule cuántos átomos de ^{224}Rn no se han desintegrado todavía cuando queden 9,00 × 10^{-2} mol de la muestra del ^{222}Rn por desintegrarse. b) La energía que se desprende por cada desintegración de un núcleo de ^{222}Rn es de 5,590 MeV. Calcule el defecto de masa de esta reacción nuclear. Datos: Número de Avogadro, N_A = 6,022 × 10^{23} mol^{-1}. Velocidad de la luz, c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}. 1 eV = 1,60 × 10^{-19} J. Número atómico del radón = 86.

Respuesta:

a) Expresaremos las constantes de desintegración en las mismas unidades, en este caso, en h^{-1}. Así, tendremos:

$$\lambda_1 = \frac{0,693}{3,82 \cdot 24} = 7,56 \cdot 10^{-3}\,\text{h}^{-1} \qquad \lambda_2 = \frac{0,693}{1,80} = 0,385\,\text{h}^{-1}$$

Las reacciones nucleares de ambas desintegraciones son las siguientes:

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow ^4_2 \alpha + ^{218}_{84} Po$$

$$^{224}_{86}Rn \rightarrow ^0_{-1} \beta + ^{224}_{87} Fr$$

Cuando queden 9,00·10^{-2} moles de la muestra de ^{222}Rn. habrá transcurrido un tiempo:

$$0,09 = 0,1 \cdot e^{-7,56 \cdot 10^{-3} t} \qquad t = 13,93\,\text{h}$$

El número de moles de ^{224}Rn no desintegrados tras este tiempo será:

$$n = 0,1 \cdot e^{-0,385 \cdot 13,93} = 4,7 \cdot 10^{-4}\,\text{moles} \quad \text{que corresponde a :} \quad 4,7 \cdot 10^{-4} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,83 \cdot 10^{20}\,\text{átomos}$$

b) El defecto de masa se calcula a partir de:

$$E = \Delta m \cdot c^2 \quad \Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{5,590 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{9 \cdot 10^{16}} = 9,94 \cdot 10^{-30}\,\text{kg}$$

4. El iodo 131 (^{131}I), descubierto por Glenn T. Seaborg y John Livingood en 1938, es un importante radioisótopo que se utiliza en la radioterapia posterior a la tiroidectomia en los casos de cáncer de tiroides. Tiene un periodo de semidesintegración de 8,02 días y se transforma en xenón (Xe) mediante una emisión primaria β^-, seguida de una emisión γ de 364 keV. a) Escriba las reacciones nucleares correspondientes a los procesos mencionados y calcule el porcentaje que quedará de una determinada cantidad inicial de ^{131}I después de 24,06 días. b) Calcule la longitud de onda de los fotones γ. Datos: Constante de Planck, h = 6,62 × 10^{-34} J s. Masa del electrón = 9,11 × 10^{-31} kg. Velocidad de la luz, c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}. 1 eV = 1,60 × 10^{-19} J. Número atómico del iodo = 53.

Respuesta:

a) Las reacciones nucleares son las siguientes:

$$^{131}_{53}I \rightarrow ^0_{-1} \beta + ^{131}_{54} Xe^*$$

$$^{131}_{54}Xe^* \rightarrow \gamma + ^{131}_{54} Xe$$

Teniendo en cuenta que 24,06 días es igual a tres veces el periodo de semidesintegración, el número de núcleos restantes será::

$$N = N_0 e^{-(0,693/T)\,3T} = 0,125\,N_0$$

Con lo que el porcentaje restante será:

$$\% = \frac{0,125\, N_0}{N_0}\, 100 = 12,5$$

b) La longitud de onda del fotón γ se deducirá de:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,62{\times}10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3,64 \cdot 1,6 \cdot 10^{-14}} = 3,41 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$$