# PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

10 de septiembre de 2018

# 1. Gravitación.

1. El proyecto ExoMars es una misión espacial cuya finalidad es la de buscar vida en el planeta Marte. En una primera fase, el 2016, constaba de un satélite, el ExoMars Trace Gas Orbiter, en órbita circular alrededor de Marte, a 400 km de altura, y un módulo de descenso, el Schiaparelli, que debía aterrizar en Marte. Pero cuando el módulo de descenso se encontraba a 3,7 km de altura sobre Marte, prácticamente en reposo, los sistemas automáticos interpretaron erróneamente que ya había llegado a la superficie. Detuvieron los retrocohetes y el módulo se desprendió del paracaídas. Como resultado, el Schiaparelli se precipitó en caída libre. a) Calcule el período del ExoMars Trace Gas Orbiter. b) Determine el valor de la aceleración de la gravedad e la superficie de Marte y la velocidad a la cuál la nave impactó con la superficie. (Considere que la gravedad es constante durante la caída, y el rozamiento con la atmósfera de Marte es despreciable.) Datos: Masa de Marte = $6{,}42 \times 10^{23}$ kg. Radio de Marte = $3{,}38 \times 10^{6}$ m. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$.

**Respuesta:**

a) El periodo será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(3,38\cdot 10^6 + 4\cdot 10^5)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,42\cdot 10^{23}}} = 7056,5\,\mathrm{s}$$

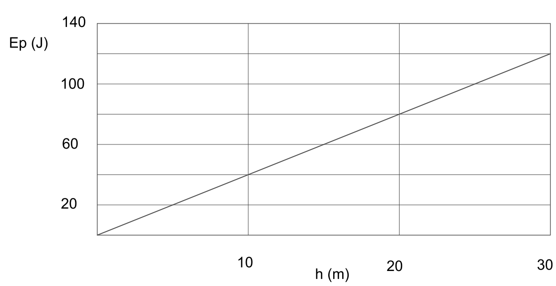
b) La aceleración de la gravedad tiene el valor:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,42\cdot 10^{23}}{(3,38\cdot 10^6)^2} = 3,75\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

La velocidad al impactar con la superficie de Marte es:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 3,75\cdot 3700} = 166,6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

2. La gráfica siguiente muestra la variación de la energía potencial en función de la altura para un cuerpo de 2,00 kg de masa en la superficie de un planeta con un radio de 5 000 km.




a) Calcule la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta y la masa de éste. b) Deduzca la expresión de la velocidad de escape a partir del Principio de Conservación de la Energía y calcúlela. Dato: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$..

**Respuesta:**

a) En la imagen anterior, el ángulo $\alpha$ que forma la representación gráfica con el eje de las X, donde se representan las alturas respecto a la superficie del planeta, cumple que:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{E_p}}{\mathrm{h}} = \frac{\mathrm{mgh}}{\mathrm{h}} = \mathrm{mg} = \frac{120}{30} = 4$$

De forma que g = 4/m = 4/2 = 2 m/s$^2$

b) La velocidad de escape puede deducirse de:

$$\frac{1}{2}nv_e^2 - \frac{GMm}{r_0} = 0$$

Es decir, aplicando el Principio de Conservación de la Energía. $v_e$ es la velocidad de escape, y $r_0$ el radio del planeta. Despejando, se obtiene:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$$

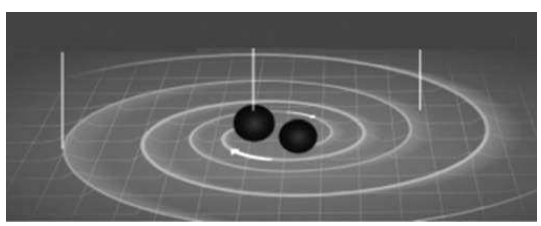
Para calcular la velocidad de escape, debemos conocer el producto GM, el cual deducimos del valor de g en la superficie del planeta:

$$g = 2 = \frac{GM}{(5\cdot 10^6)^2} \qquad GM = 5\cdot 10^{13}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg}^{-1}$$

Así pues, tendremos:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 10^{13}}{5\cdot 10^6}} = 4472\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

3. Una vez más, Einstein tenia razón. Cien años después de haber predicho la existencia de ondas gravitacionales en su Teoría General de la Relatividad, éstas han sido detectadas, y esta detección ha comportado la concesión del Premio Nobel de Física del año 2017. Las ondas gravitacionales detectadas se originaron en la colisión de dos agujeros negros. Igual que las ondas gravitacionales, los agujeros negros también fueron descritos en la Teoría General de la Relatividad. Las ideas básicas relativas a los agujeros negros pueden ser entendidas mediante las leyes de Newton. a) En el año 1783, noventa y seis años antes del nacimiento de Einstein, el astrónomo John Michell (1724-1793) publicó que un cuerpo esférico que tuviese la misma densidad del Sol y 500 veces el radio de éste, tendría una velocidad de escape desde su superficie, superior a la velocidad de la luz. Calcule la masa del cuerpo y la mencionada velocidad de escape.b) Calcule el módulo de la intensidad del campo gravitatorio que el cuerpo del apartado anterior crea en su superficie. ¿Qué fuerza (módulo, dirección y sentido) ejerce el cuerpo sobre una masa de 1 µg situada en su superficie Datos: G = 6,67·$10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$. Masa del Sol, $M_S$ = 1,99·$10^{30}$ kg. Radio del Sol, $R_S$ = 6,96·$10^8$ m.



**Respuesta:**

a) La densidad del Sol sería:

$$\mathrm{d} = \frac{1,99\cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi(6,96\cdot 10^8)^3}$$

La masa del cuerpo sería:

$$\mathrm{M_c} = \frac{4}{3}\pi(500\cdot 6,96\cdot 10^8)^3\frac{1,99\cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi(6,96\cdot 10^8)^3} = 2,49\cdot 10^{38}\,\mathrm{kg}$$

La velocidad de escape será:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,49 \cdot 10^{38}}{500 \cdot 6,96 \cdot 10^{8}}} = 3,09 \cdot 10^{8}\,m \cdot s^{-1}$$

b) La intensidad del campo gravitatorio en la superficie del cuerpo es:

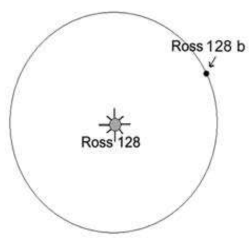
$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,49 \cdot 10^{38}}{(500 \cdot 6,96 \cdot 10^{8})^2} = 1,37 \cdot 10^{5} m \cdot s^{-2}$$

El módulo de la fuerza sobre la masa de 1 $\mu$g es:

$$F = 1,37 \cdot 10^{5} \cdot 10^{-9} = 1,37 \cdot 10^{-4}\,N$$

Dicha fuerza está dirigida radialmente hacia el centro del cuerpo.

4. Uno de los exoplanetas con más posibilidades de albergar vida es Ross 128 b. Gira alrededor de la estrella Ross 128 con un período orbital de 9,9 días, en una órbita prácticamente circular de radio 7,42 $\times$ $10^6$ km, y su masa es 1,35 veces la masa de la Tierra. a) Calcule la masa de la estrella Ross 128. b) Suponiendo que el exoplaneta Ross 128 b tenga la misma densidad que la Tierra, calcule su radio y el módulo de la intensidad del campo gravitatorio en su superficie. Datos: G = 6,67 $\times$ $10^{-11}$ N $m^2$ $kg^{-2}$. Masa de la Tierra, $M_T$ = 5,98 $\times$ $10^{24}$ kg. Radio de la Tierra, $R_T$ = 6,37 $\times$ $10^6$ m.




**Respuesta:**

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$9,9 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (7,42 \cdot 10^{9})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} M}} \qquad M = 3,30 \cdot 10^{29} kg$$

b) La densidad de la Tierra (y, supuestamente, la del planeta Ross 128 b) será:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (6,37\, 10^{6})^3} = 5523\,kg \cdot m^{-3}$$

El radio se calcula a partir de la expresión:

$$d = 5523 = \frac{m}{V} = \frac{1,35 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \qquad r = 7,04 \cdot 10^{6}\,m$$

La aceleración de la gravedad en su superficie será:

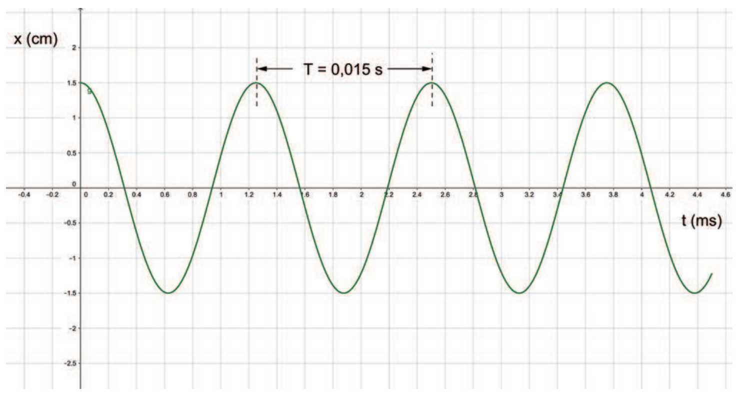
$$g = \frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,35 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(7,04 \cdot 10^{6})^2} = 10,81\,m \cdot s^{-2}$$

# 2. Vibraciones y ondas.

1. Un sistema vibrador situado en el punto x = 0 oscila tal y como se indica en este gráfico elongación-tiempo y transmite el movimiento a una cuerda, de manera que se genera una onda transversal con una longitud de onda de 20,0 cm. a) Determine el período, la amplitud y la frecuencia de la vibración y la velocidad de propagación de la onda a lo largo de la cuerda. Escriba la ecuación de la onda plana (no olvide indicar todas las unidades de las magnitudes que aparezcan). b)Demuestre, a partir de la ecuación de la onda, que la velocidad máxima a la que se mueven los puntos de la cuerda en sus respectivas oscilaciones se puede calcular mediante la expresión $v_{máx} = A\omega$ (siendo A la amplitud y ω la pulsación).

   **Respuesta:**

   a) La representación gráfica del movimiento puede verse al principio de la siguiente página. En dicha representación, se indica el periodo de oscilación.


   Del análisis de la gráfica se desprende que la amplitud de la onda es $A = 0,015$ **m**. el periodo $T = 0,00125$ **s**, la frecuencia $\nu = 1/T = 800\,\mathrm{s^{-1}}$ y la velocidad, $v = \lambda/T = 160\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.
   La ecuación de la onda quedará de las forma:

   $$y = 0,015\,\mathrm{sen}\,(1600\pi\mathrm{t} - 10\pi + \varphi_0)$$

   para hallar el valor de $\varphi_0$, tendremos en cuenta que, para t = 0 y x = 0, y = 0,015 m , por lo que:

   $$0,015 = 0,015\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \longrightarrow \varphi_0 = \pi/2\,\mathrm{rad}$$

   La ecuación de la onda queda finalmente así: $y = 0,015\,\mathrm{sen}\,(1600\pi\mathrm{t} - 10\pi + \pi/2)$

   b) la velocidad de vibración de un punto de la cuerda es:

   $$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\,[A\,sen(\omega t - kx + \varphi_0)]}{dt} = A\omega\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

   Con lo que, la velocidad máxima (cuando cos $(\omega t - kx + \varphi_0) = 1$) será: $v_{máx} = A\omega$

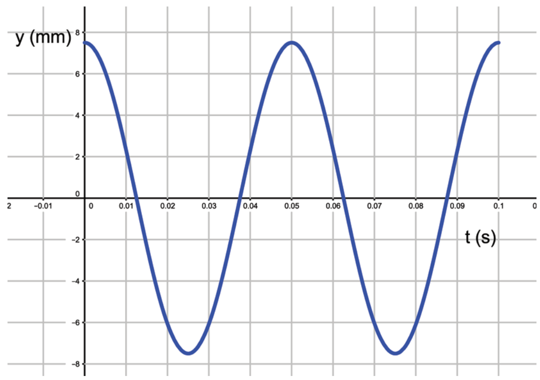
2. La aguja de una máquina de coser oscila con un desplazamiento vertical de 15 mm de un extremo a otro. En las especificaciones del fabricante, se indica que la aguja da 1200 puntadas por minuto. Suponga que la aguja describe un movimiento armónico simple. a) Escriba la ecuación del movimiento y represente la gráfica posición-tiempo durante dos períodos, suponiendo que en el instante inicial, la aguja la aguja se encuentra en la posición más alta b) Calcule la velocidad y la aceleración máximas de la aguja.

   **Respuesta:**

a) La amplitud del desplazamiento será: $A = 0,015/2 = 0,0075\,\text{m}$, y la pulsación: $\omega = 2\pi\dfrac{1200}{60} = 40\pi\,\text{s}^{-1}$. Puesto que para t = 0, la aguja se encuentra en el punto de máxima elongación, podremos poner: $A = A\,\text{sen}\varphi_0$ , con lo que $\varphi_0 = \pi/2$. la ecuación del movimiento armónico simple quedará, pues, así:

$$y = 0,0075\,\text{sen}\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

la representación gráfica será la siguiente:




b) La velocidad y la aceleración vienen dadas, respectivamente, por:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,0075 \cdot 40\pi\cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow v_{máx} = 0,94\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,0075\,(40\pi)^2\,\text{sen}\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow a_m = 118,4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3. En un estadio el público hace la ola para celebrar la buena actuación del equipo local. La ola es tan grande que dos espectadores de la misma fila separados como mínimo por 50 m se mueven de la misma forma y lo hacen cada 10 segundos. a) Si suponemos esta ola en el estadio como una onda, ¿de qué tipo de onda estaríamos hablando? Calcule la longitud de onda y la pulsación (frecuencia angular). b) Un espectador se mueve 1,0 m verticalmente cuando se levante y se sienta para hacer desplazarse la onda. Escriba la ecuación del movimiento de este espectador, considerando que describe un movimiento armónico simple y que en el instante inicial se encuentra sentado, es decir, en su posición mínima..

**Respuesta:**

a) Se trataría de una onda transversal, con una longitud de onda de 50 m, un periodo de 10 s, y una pulsación $\omega = 2\pi/T = 0,2\pi\,\text{s}^{-1}$

b) La ecuación de M.A.S. es: y = A sen $(\omega t + \varphi_0)$. La amplitud es: A = 1 m y teniendo en cuenta que, para t = 0, la elongación es y = 0, podremos poner:

$$0 = 1\,\text{sen}\,\varphi_0 \quad \varphi_0 = 0$$

$$y = 1\,\text{sen}\,0,2\pi\text{t}$$

4. Las olas del mar hacen navegar un bote a la deriva de modo que se mueve 2,00 m en vertical desde el punto más alto al más bajo cada 6,28 s. a) Escriba la ecuación del movimiento del bote suponiendo que en el instante inicial se encuentra en el punto más alto. Indique las unidades de todas las magnitudes. b) Determine la velocidad y la aceleración inicial del bote.

**Respuesta:**

a) El bote describe un movimiento armónico simple, cuya ecuación es: $y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$. Los parámetros de este M.A.S son los siguientes: A = 2/2 = 1 m; $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6,28\cdot 2} = 0,5\,s^{-1}$.Teniendo en cuenta que para t = 0, y = 1 m, tendremos, sustituyendo valores en la ecuación del M.A.S::

$$1 = 1\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \qquad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Con lo que la ecuación del movimiento será:

$$y = 1\,\mathrm{sen}\left(0,5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) La velocidad inicial y la aceleración del bote serán, respectivamente:

$$v_0 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = 0,5\cos\frac{\pi}{2} = 0\,m\cdot s^{-1} \qquad a = \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_0 = -0,5^2\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{2} = -0,25\,m\cdot s^{-2}$$

5. Un perro ladra con una potencia de 2,00 mW. a) Si este sonido se distribuye uniformemente por el espacio, ¿cuál es el nivel de intensidad sonora (en dB) a una distancia de 5,00 m? b) Si en lugar de uno, fueran dos perros ladrando simultáneamente, ¿cuál sería el nivel de intensidad sonora? Dato: Intensidad umbral de audición (0 dB), $I_0 = 1{,}00\cdot 10^{-12}$ W $m^{-2}$.

**Respuesta:**

a) La intensidad sonora a una distancia de 5 m es:

$$I = \frac{2\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 5^2} = 6,37\cdot 10^{-6}\,W\cdot m^{-2}$$

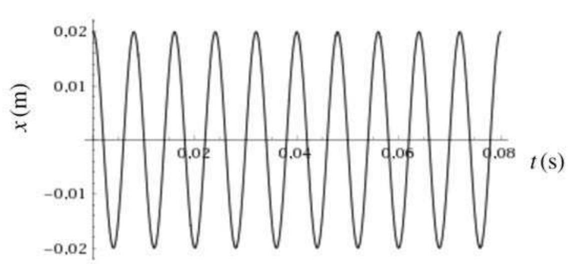
El nivel de intensidad es:

$$\beta = 10\log\frac{6,37\cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 68\,dB$$

b) El nivel de intensidad para el ladrido de dos perros es:

$$\beta = 10\log\frac{2\cdot 6,37\cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 71\,dB$$

6. La figura muestra la gráfica posición-tiempo de un objeto que describe un movimiento armónico simple (MAS).




a) Determine la amplitud y la frecuencia y escriba la ecuación del movimiento x(t), incluyendo todas las unidades. Represente la gráfica x-t de un movimiento armónico simple (MAS) que tenga la misma amplitud pero la mitad de frecuencia (las escalas de los ejes deben estar claramente indicadas). b) Las vibraciones del objeto generan una onda sonora en el medio que lo rodea. ¿Qué efectos sobre la frecuencia y la longitud de onda de esta onda sonora tendrán los siguientes cambios?: i) La onda se refleja en una superficie. ii)La onda pasa del aire al agua (donde la velocidad del sonido es mayor). iii) El foco sonoro se pone en movimiento en dirección a nosotros.

**Respuesta:**

a)La ecuación del MAS tendrá la expresión:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Donde A = 0,02 m. Teniendo en cuenta, a partir de la gráfica proporcionada, que en un tiempo de 0,08 s se produce un total de 10 oscilaciones, el periodo, la frecuencia y la pulsación serán, respectivamente:

$$T = \frac{0,08}{10} = 8 \cdot 10^{-3} \mathrm{s} \qquad \nu = \frac{1}{T} = 125\, \mathrm{s}^{-1} \qquad \omega = 2\pi\nu = 250\pi\, \mathrm{s}^{-1}$$

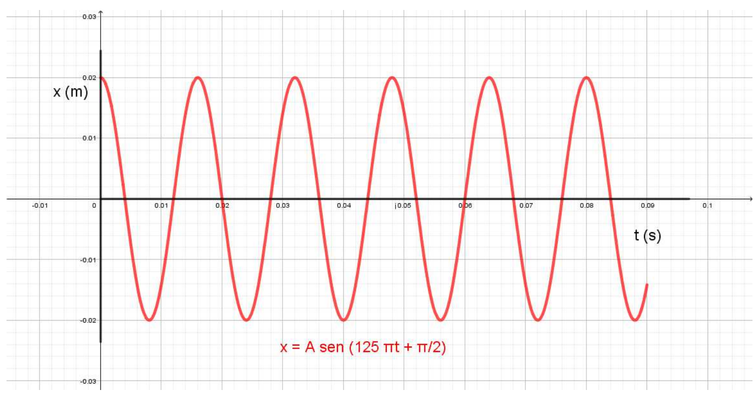
Teniendo en cuenta que para t = 0, la elongación será x = 0,02 m = A, tendremos:

$$0,02 = 0,02 \operatorname{sen} \varphi_0 \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

La ecuación del MAS quedará finalmente así:

$$x = 0,02 \operatorname{sen}\left(250\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La representación gráfica del MAS de la misma amplitud pero mitad de frecuencia será la siguiente: b)

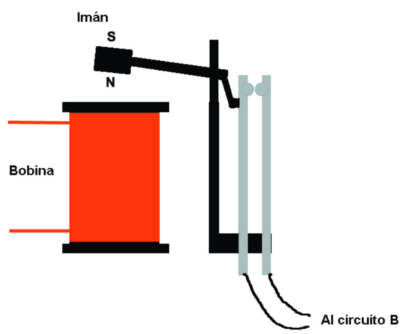



i) No se producen cambios ni en la frecuencia ni en la longitud de onda. ii) La frecuencia de la onda no varía al cambiar de medio, sin embargo, su longitud de onda se hace mayor, al ser $\lambda = v/\nu$ y aumentar la velocidad de propagación. iii) Aumenta la frecuencia y disminuye la longitud de onda por acción del efecto Doppler al desplazarse la fuente dirigiéndose hacia el observador.

## 3. Óptica.

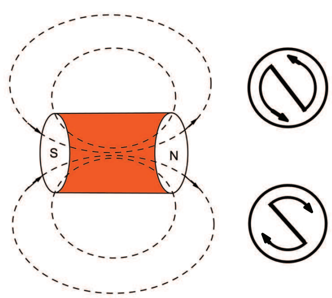
# 4. Electromagnetismo.

1. La figura muestra el esquema de un relé. Cuando circula una corriente eléctrica por la bobina, el extremo inferior del imán (norte) es atraído por la bobina y el movimiento se transmite por medio de un pivote, de manera que se cierra el circuito B. a) Especifique claramente cuál ha de ser el sentido de la corriente eléctrica en la bobina para que se active el relé (y se cierre el circuito B) y dibuje las líneas del campo magnético generado por la bobina en esta situación. b) En unas pruebas, observamos que el mecanismo no produce suficiente fuerza para cerrar el contacto. Indique qué efecto tendría sobre el dispositivo cada una de las siguientes modificaciones: 1) Aumentar la intensidad de la corriente que circula por la bobina. 2) Situar un material ferromagnético en el núcleo de la bobina. 3) Hacer pasar por la bobina una corriente alterna en lugar de una corriente continua.




**Respuesta:**

a) La representación de las líneas de campo magnético y el sentido de la corriente pueden verse en la siguiente representación gráfica: En dicha representación puede verse que, la cara norte del solenoide es




aquella en la que la corriente circule en el sentido contrario al de las agujas del reloj (lo contrario en la cara sur). Así pues, la cara enfrentada al imán debe ser la cara sur y, visto desde arriba, el sentido de la corriente debe ser el de las agujas del reloj.

b) 1: Un aumento de la intensidad produce un aumento de B y, por tanto de la fuerza. 2: Aumenta el valor de B y, por consiguiente, la fuerza. 3: El sustituir una corriente continua por una alterna no solucionaría el problema, pues lo único que haría será cambiar la polaridad de las caras en función de la frecuencia de la corriente.

2. El enlace iónico de la sal común (NaCl) se produce por la atracción electrostática entre el catión $Na^{+}$y el'anión $Cl^{-}$. a) Calcule la separación entre estos dos iones, sabiendo que la energía potencial eléctrica del sistema es de – 9,76 × $10^{-19}$ J. b) Si aplicamos un campo eléctrico uniforme de 50,0 $N \cdot C^{-1}$al ion $Na^{+}$, calcule el trabajo necesario para separar los iones hasta una distancia de 2 cm. Datos: . Carga elemental = 1,60 × $10^{-19}$ C..

**Respuesta:**

a) La separación entre los dos iones será:

$$r = \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})1,6 \cdot 10^{-19}}{-9,76 \cdot 10^{-19}} = 2,36 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

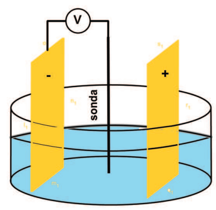
b) Teniendo en cuenta la relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\Delta V}{r} \longrightarrow 50 = \frac{\Delta V}{(0,02 - 2,36 \cdot 10^{-10})} \qquad \Delta V = 1\,\text{V}$$

El trabajo necesario será, pues:

$$W = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

3. En una cápsula de Petri llena de agua destilada hemos sumergido dos placas metálicas paralelas, conectadas a una diferencia de potencial de 12,0 V,. Las dos placas están separadas por una distancia de 6,00 cm. Con un voltímetro, exploramos la diferencia de potencial entre la placa negativa y diversos puntos de la región intermedia. a) Calcule el campo eléctrico (suponiendo que es uniforme) entre las dos placas, e indique también su dirección y sentido. Haga un dibujo en el que represente, de manera aproximada, las superficies equipotenciales que espere encontrar en la región comprendida entre las dos placas, e indique el valor del potencial en cada una de las superficies representadas. b) Con la sonda, tal como vemos en la figura:



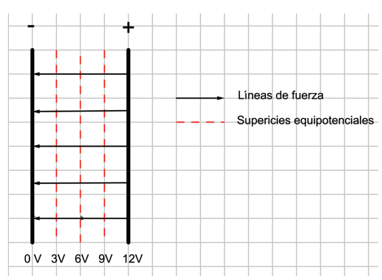

el voltímetro indica 7,0 V. Calcule el trabajo que debería realizar una fuerza externa para desplazar una carga positiva de 0,1 μC desde este punto hasta la placa positiva.

**Respuesta:**

a) El campo eléctrico será:

$$E = \frac{12}{0,06} = 200\,\text{V}$$

El campo eléctrico, supuesto constante, se representa mediante una serie de vectores paralelos (líneas de fuerza), perpendiculares a su vez a las placas cargadas. Las superficies equipotenciales son líneas rectas (entre las dos placas) perpendiculares a las líneas de fuerza del campo. La representación gráfica podría ser la siguiente:



Puesto que el campo eléctrico entre las dos placas es constante, el potencial en cada una de las líneas equipotenciales cumplirá la relación:

$$200 = \frac{12 - \mathrm{V}}{\mathrm{r}} \longrightarrow \mathrm{V} = -200\mathrm{r} + 12$$

Hemos colocado tres líneas equipotenciales, situadas a 1,5; 3, y 4,5 cm de la placas positiva. Los respectivos potenciales se muestran en la representación gráfica.

a) El trabajo vendrá expresado por::

$$\mathrm{W} = \mathrm{q}(\mathrm{V}_1 - \mathrm{V}_2) = 10^{-7}(7 - 12) = -5 \cdot 10^{-7}$$

El trabajo realizado por la fuerza externa tiene el mismo valor anterior, pero signo positivo, al ser realizado contra el campo eléctrico, es decir: $W_F = 5 \cdot 10^{-7}\mathrm{J}$

4. Una partícula α ($^4_2$He) se dirige directamente hacia el núcleo de un átomo de uranio ($^{238}_{92}$U). El radio del núcleo de uranio es, aproximadamente, de 0,008 pm (picometros). a) Compare de forma cuantitativa los valores del módulo de la intensidad de campo eléctrico debidos al núcleo de uranio en dos puntos, A y B, situados a 0,008 nm y 0,008 pm, respectivamente, del centro de este núcleo b) ¿Qué energía cinética debe tener, como mínimo, la partícula α cuando pase por el punto A para llegar hasta el punto B? (Ignore la influencia que los electrones cercanos pudieran ejercer.) Datos: . Carga elemental = 1,60 × $10^{-19}$ C. Número atómico del Uranio = 92.

**Respuesta:**

a) El cociente entre los módulos de la intensidad de campo eléctrico en los dos puntos indicados es:

$$\frac{\left|\overrightarrow{E_1}\right|}{\left|\overrightarrow{E_2}\right|} = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}/(8 \cdot 10^{-12})^2}{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}/(8 \cdot 10^{-15})^2} = 10^{-6}$$

b) Para la partícula $\alpha$ debe cumplir que: 0 - E$_c$= q (V$_A$ - V$_B$), siendo los potenciales:

$$V_A = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}}{8 \cdot 10^{-12}} = 1,656 \cdot 10^4\mathrm{V} \qquad V_B = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}}{8 \cdot 10^{-12}} = 1,656 \cdot 10^7\mathrm{V}$$

$$0 - E_c = 1,6 \cdot 10^{-19}(1,656 \cdot 10^4 - 1,656 \cdot 10^7) = -2,64 \cdot 10^{-12}\mathrm{J} \qquad E_c = 2,64 \cdot 10^{-12}\mathrm{J}$$

5. Una bobina rectangular de 2,0 cm × 1,5 cm tiene 300 espiras y gira en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme de 0,4 T. a) Escriba la ecuación de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, si la bobina gira a 60 rev/min. b) Si la bobina tiene una resistencia R = 1,0 Ω, ¿qué corriente máxima puede circular por dicha bobina?

**Respuesta:**

a) El área de la espira es S $= 0,02 \cdot 0,015 = 3 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$, mientras que que la velocidad angular es: $\omega = 60 \cdot 2\pi/60 = 2\pi$ rad/s. El ángulo $\alpha$ será, pues: $\alpha = \omega\, t$ , con lo que la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} - \frac{d(NBS\cos\alpha)}{dt} = -\frac{d(300 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} cos\,2\pi t)}{dt} = -300{\cdot}0,4{\cdot}3{\cdot}10^{-4}{\cdot}2\pi\,\mathrm{sen}\,2\pi t = 0,27\,\mathrm{sen}\,2\pi t$$

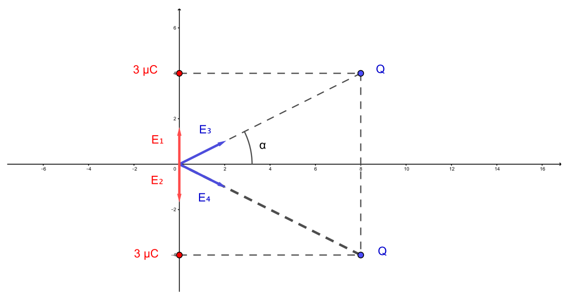
b) La intensidad máxima será:

$$I_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{R} = \frac{0,27}{1,00} = 0,27\,\mathrm{A}$$

6. Dos cargas de 3,0 µC están localizadas en x = 0 m, y = 2,0 m y en x = 0 m, y = –2,0 m. Dos cargas más, de valor Q, están localizadas en x = 4,0 m, y = 2,0 m y en x = 4,0 m, y = –2,0 m. a) Si en el origen de coordenadas, el campo eléctrico tiene un valor de es 4,0 × $10^3$ N $C^{-1}$ en la dirección de eje X en sentido positivo, calcule el valor de las cargas. b) Si el valor de las cargas fuese Q = 2,0 µC, calcule la fuerza $\overrightarrow{F}$ que experimentaría un protón situado en el origen de coordenadas. Datos: . Carga elemental = 1,60 × $10^{-19}$ C.

**Respuesta:**

a) La situación de las cargas puede verse en la siguiente representación gráfica :




En ella puede verse que la resultante del campo eléctrico creado por las dos cargas de $3\mu C$ en el origen se anula. Los campos eléctricos creados por las dos cargas Q tienen el mismo módulo, que llamaremos $E_Q$, cumpliéndose que:

$$E = 4\cdot 10^3 = 2\,E_Q cos\,\alpha = 2\,\frac{9\cdot 10^9 Q}{4^2+2^2}\cos 26,56^{\text{o}} \quad \text{pues}\,\text{tg}\,\alpha = \frac{2}{4}\ \text{y}\ \alpha = 26,56^{\text{o}}$$

Despejando, tendremos:

$$Q = \frac{4\cdot 10^3\cdot 20}{1,8\cdot 10^{10}\cdot\cos 26,56^{\text{o}}} = 4,97\cdot 10^{-6}\,\text{C}$$

Teniendo en cuenta que el vector campo se dirige hacia cada una de las cargas Q, el signo de éstas será negativo, por lo que $\text{Q} = -4,97\cdot 10^{-6}\,\text{C}$

b) Utilizando un razonamiento semejante al anterior, los vectores campo creados por cada una de las cargas Q, en este caso de 2 $\mu$C cada una, tendrá el mismo módulo ($E_{2Q}$) y la misma dirección que los del apartado anterior, pero sentido contrario. Así, podremos poner:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = 2\,q\,E_{2Q}\cos 26,56 \qquad \text{siendo }:\text{E}_{2\text{Q}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-6}}{4^2+2^2} = 900\,\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

Finalmente: $\left|\overrightarrow{F}\right| = 2\,q\,E_{2Q}\cos 26,56 = 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 900\cdot\cos 26,56^{\text{o}} = 2{,}58\cdot 10^{-16}\text{N.}$

7. La bobina de un transformador tiene 2 000 espiras, una longitud de 10 cm y un núcleo de hierro en su interior- Por la bobina circula una corriente de 2 A. a) Calcule el campo y el flujo magnético en el interior de la bobina, sabiendo que la sección del núcleo es de 10 $cm^2$. b) Estime el número de electrones que circulan por el cable en un minuto. Datos: Permeabilidad magnética del hierro, µ = 5,00 × $10^{-4}$ T m $A^{-1}$. Carga elemental = 1,60 × $10^{-19}$ C. Nota: El módulo del campo magnético creado por una bobina en el vacío es $B = \dfrac{\mu_0 NI}{l}$ .

**Respuesta:**

a) El campo magnético será:

$$B = B = \frac{\mu NI}{l} = \frac{5\cdot 10^{-4}2000\cdot 2}{0,1} = 0,1\,T$$

El flujo del campo magnético será: $\phi = NBS\,cos\,0^{\circ} = 2000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} =$ $0,2$ Wb

b) La intensidad es el cociente entre la carga y el tiempo, por lo que podremos escribir:

$$2 = \frac{\mathrm{q}}{60} = \frac{\mathrm{n} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{60} \qquad \text{de donde : } n = \frac{120}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,51 \cdot 10^{20}\text{electrones}$$

8. Un protón en reposo es acelerado en el sentido positivo del eje X hasta alcanzar una velocidad de $1{,}00 \cdot 10^5$ m s$^{-1}$. Entonces, penetra en un espectrómetro de masas donde hay un campo magnético $\overrightarrow{B} = 10^{-2}\,\overrightarrow{k}$ T. a) Calcule la fuerza (en módulo, dirección y sentido) que actúa sobre el protón. b) Calcule el campo magnético (en módulo, dirección y sentido) tal que, si entra un electrón con la misma velocidad en el espectrómetro, siga la misma trayectoria que el protón. Datos: Masa del electrón, $m_e$= $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; Carga elemental, e =$1{,}60 \cdot 10^{-19}$C; 1eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J; masa del protón, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}\,kg$ ; k = $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

**Respuesta:**

a) El módulo de la fuerza es:

$$\overrightarrow{F} = 1,6 \cdot 10^{-19}(10^5\,\overrightarrow{i} \times 10^{-2}\,\overrightarrow{k}) = -1,6 \cdot 10^{-16}\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}$$

b) El electrón seguirá la misma trayectoria del protón siempre que el radio de aquella sea el mismo para ambas partículas:

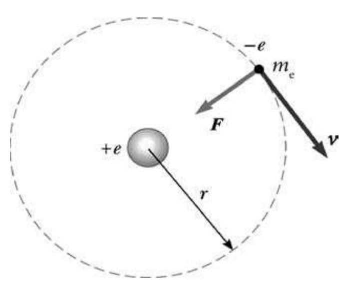
$$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{qB}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}} = 0,104\,\mathrm{m}$$

$$0,104 = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \mathrm{B}} \qquad \mathrm{B} = 5,47 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

Teniendo en cuenta que la carga del electrón tiene signo contrario a la del protón, el campo magnético aplicado deberá tener también signo contrario al del campo que se aplica sobre el protón, es decir:

$$\overrightarrow{B} = -5,47 \cdot 10^{6}\,\overrightarrow{k}\ \mathrm{T}$$

9. Según el modelo atómico de Bohr, en el átomo de hidrógeno en estado fundamental, el electrón está separado del protón por una distancia media r = $5{,}30 \cdot 10^{-11}$ m. a) ¿Cuál es el módulo de la fuerza eléctrica del protón sobre el electrón? ¿Qué aceleración le produce? b) Calcule el potencial eléctrico (en V) a la distancia r del protón y la energía potencial (en eV) de la distribución de cargas. Datos: Masa del electrón, $m_e$= $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; Carga elemental, e =$1{,}60 \cdot 10^{-19}$C; 1eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J; k = $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$




**Respuesta:**

a) El módulo de la fuerza eléctrica del protón sobre el electrón es el siguiente:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{8,99\cdot 10^{9}(1,60\cdot 10^{-19})^{2}}{(5,30\cdot 10^{-11})^{2}} = 8,19\cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}$$

la aceleración será:

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{\left|\overrightarrow{F}\right|}{\mathrm{m}} = \frac{8,19\cdot 10^{-8}}{9,11\cdot 10^{-31}} = 9\cdot 10^{22}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

b) El potencial eléctrico será:

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{Kq}}{\mathrm{r}} = \frac{8,99\cdot 10^{9}\cdot 1,60\cdot 10^{-19}}{5,30\cdot 10^{-11}} = 27,14\,\mathrm{V}$$

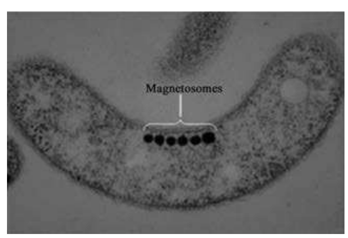
La energía potencial tendrá el valor:

$$\mathrm{U} = \frac{\mathrm{Kqq'}}{\mathrm{r}} = -\frac{8,99\cdot 10^{9}(1,60\cdot 10^{-19})^{2}}{5,30\cdot 10^{-11}} = -4,34\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

Expresada en eV:

$$\mathrm{U} = \frac{-4,34\cdot 10^{-18}}{1,6\cdot 10^{-19}} = -27,12\,\mathrm{eV}$$

10. a) La bacteria Aquaspirillum magnetotacticum contiene partículas muy pequeñas, los magnetosomas, que son sensibles a los campos magnéticos. Utilizan el campo magnético terrestre para orientarse en los océanos y nadar hacia el polo Norte geográfico. Se ha cuantificado que una intensidad de campo magnético inferior al 5 % del campo magnético terrestre no produce efectos sobre estas bacterias. El campo magnético terrestre tiene una intensidad de $5{,}00\cdot 10^{-5}$ T. Si circula una corriente eléctrica de 100 A por una línea submarina, ¿a partir de qué distancia de ésta el campo magnético dejará de producir efecto sobre las bacterias. Considere la línea submarina como un hilo infinito e ignore los efectos del agua de mar.




b) En la figura se muestran dos hilos conductores rectilíneos e infinitamente largos, que están situados en los puntos 1 y 2. Están separados por una distancia de10,0 m, son perpendiculares al plano del papel, y por ambos circula la misma intensidad de corriente de 100 A dirigida hacia dentro del papel.


Represente en un esquema el campo magnético generado por el conductor que pasa por 2 en la posición 1 . Represente también la fuerza sobre el conductor que pasa por 1 causada por el conductor que pasa por 2, y calcule el módulo de la fuerza que soportan 2,00 m del conductor que pasa por 1. Nota: El módulo del campo magnético a una distancia r de un hilo infinito por el que circula una intensidad I es:

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{r}}$$

Siendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$T m $A^{-1}$.

**Respuesta:**

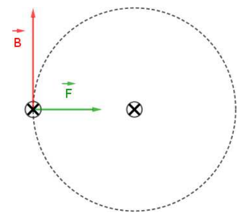
a) La intensidad de campo magnético que deja de producir efecto sobre la bacteria es:

$$B = 0,05 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 2,5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

Esta intensidad de campo se creará a partir de una distancia *d* de la línea submarina, tal que:

$$2,5 \cdot 10^{-6} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{2\pi \mathrm{d}} \qquad \mathrm{d} = 8\,\mathrm{m}$$

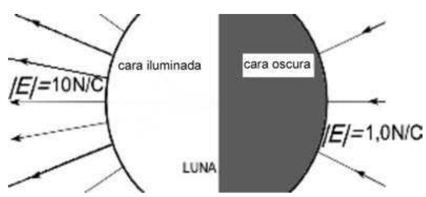
b) El esquema puede ser el siguiente:




La fuerza soportada por 2 m del conductor 1, debido al campo magnético ejercido por el conductor 2 es:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \cdot l}{2\pi \mathrm{d}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 2}{2\pi \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}$$

11. Próximo a la Luna hay un campo eléctrico que, en la cara iluminada, está dirigido hacia el exterior de la Luna y, en la cara oscura, hacia el centro. A pesar de que en la Luna no hay atmósfera, estos campos eléctricos pueden mantener partículas de polvo en suspensión. En la superficie de la cara iluminada, el módulo del campo es de 10 N $C^{-1}$, mientras que en la superficie de la cara oscura es de 1,0 N $C^{-1}$. a) Calcule la relación (carga eléctrica/masa) que debe tener una partícula de polvo situada en la cara iluminada de la Luna para que se encuentre en situación de equilibrio de fuerzas. Explicite el signo que debe tener la carga eléctrica. b) Considere una partícula con una carga q = +10 nC y una masa m = 0,020 mg situada en la cara oscura de la Luna. Calcule la fuerza total que actúa sobre la partícula y el tiempo que tardará en recorrer 10 metros partiendo del reposo. Dato: g (Luna) = 1,62 m $s^{-2}$.




**Respuesta:**

a) Para que la partículade polvo se encuentre en equilibrio, deberá cumplirse que: mg = qE. La carga de la partícula debe ser positiva, ya que su peso tiende a atraerla hacia la superficie de la Luna, por lo que la fuerza debida al campo eléctrico debe tener sentido contrario. Así pues, tendremos:

$$\mathrm{mg} = \mathrm{qE} \qquad \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{E}} = \frac{1,62}{10} = 0,162\,\mathrm{C} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$$

b) En este caso, ambas fuerzas tienden a llevar la partícula hacia la superficie de la Luna. El módulo de la fuerza resultante será:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \mathrm{mg} + \mathrm{qE} = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,62 + 10^{-8} \cdot 1 = 4,24 \cdot 10^{-8}\mathrm{N}$$

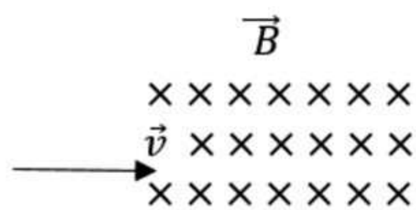
La aceleración tendrá el valor:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4,24 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}} = 2,12\,m \cdot s^{-2}$$

El tiempo necesario para recorrer 10 m partiendo del reposo, se calcula a partir de:

$$10 = \frac{1}{2} 2,12 \cdot t^2 \qquad t = 3,07\,s$$

12. Una partícula con una carga $q = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C y una masa $m = 1{,}70 \times 10^{-27}$ kg entra con una velocidad $\overrightarrow{v} = v\,\overrightarrow{i}$ en una región del espacio en la que hay un campo magnético uniforme $\overrightarrow{B} = -0,50\,T\,\overrightarrow{k}$ . El radio de la trayectoria circular que describe es r = 0,30 m. a) Dibuje la fuerza que ejerce el campo sobre la partícula en el instante inicial y calcule la velocidad v. b) Calcule el período del movimiento y la velocidad angular. Calcule la energía cinética de la partícula en el momento en que entra en el campo magnético y también después de dar una vuelta completa.




**Respuesta:**

a) A partir de la expresión:

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad v = \frac{rqB}{m} = \frac{0,30 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,50}{1,70 \cdot 10^{-27}} = 1,41 \cdot 10^{7} m \cdot s^{-1}$$

Con l que la velocidad será: $\overrightarrow{v} = 1,41 \cdot 10^7\,\overrightarrow{i}$.
La fuerza ejercida sobre la carga será:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = -1,60 \cdot 10^{-19}[1,41 \cdot 10^7\,\overrightarrow{i} \times (-0,50\,\overrightarrow{k})] = 1,128 \cdot 10^{12}\overrightarrow{j}\,N$$

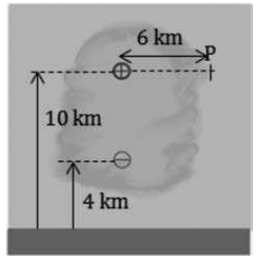
b) El periodo del movimiento será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,30}{1,41 \cdot 10^7} = 1,34 \cdot 10^{-7} s$$

Y la velocidad angular:

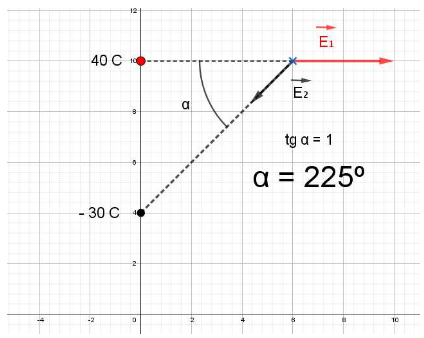
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1,41 \cdot 10^7}{0,30} = 4,7 \cdot 10^7\,rad \cdot s^{-1}$$

13. Un modelo simplificado de distribución de cargas eléctricas en el interior de una nube puede aproximarse a dos cargas puntuales situadas a diferentes alturas. La figura muestra esta distribución aproximada, que consta de una carga de + 40 C situada a 10 km de altura y una carga de – 30 C situada a 4 km de altura. a) Calcule el vector campo eléctrico que crea la nube en el punto P que se indica en la figura. b) Calcule la energía potencial electrostática almacenada en la nube.
Dato: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\,N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$




**Respuesta:**

a) El campo eléctrico creado en el punto P se puede representar de la siguiente forma:




El campo resultante en el punto P tendrá el valor:

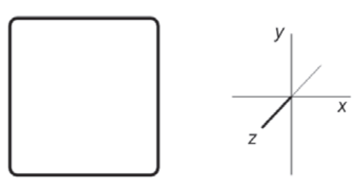
$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 40}{6000^2}\overrightarrow{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 30}{6000^2 + 6000^2}(\cos 225\,\overrightarrow{i} + \text{sen}\, 225\,\overrightarrow{j})$$

$$\overrightarrow{E} = 7348,3\,\overrightarrow{i} - 2651,7\,\overrightarrow{j}$$

b) La energía otencial electrostática almacenada en la nube será:

$$\text{U} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 40\,(-30)}{6000} = -1,8 \cdot 10^9 \text{J}$$

14. Se dispone de una espira cuadrada de 5 cm de lado. Un campo magnético en dirección perpendicular al plano de la espira varía en función del tiempo según la ecuación $B_z(t) = B_{0z} \cos(\omega t)$, donde $B_{0z} = 5{,}0 \times 10^{-6}$ T y $\omega = 6{,}0 \times 10^8$rad s$^{-1}$. a) Escriba la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo y calcule su valor máximo. Indique explícitamente todas las unidades que intervienen en la ecuación. b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira.




**Respuesta:**

a) El flujo del campo magnético a través de este espira es, cuya superficie es: S $0{,}05^2 = 2{,}5{\cdot}10^{-3}\mathrm{m}^2$ valdrá:

$$\varphi = \left|\overrightarrow{B}\right|\left|\overrightarrow{S}\right|\cos 0^{\text{o}} = (5\cdot 10^{-6}\cos 6\cdot 10^8\mathrm{t})\,2,5\cdot 10^{-3}\cdot 1 = 1,25\cdot 10^{-8}\cos 6\cdot 10^8\mathrm{t\,wb}$$

El valor máximo se alcanzará cuando $\cos 6\cdot 10^8\mathrm{t} = 1$, con lo que el valor máximo del flujo será: $\varphi = \left|\overrightarrow{B}\right|\left|\overrightarrow{S}\right|\cos 0^{\text{o}} = (5\cdot 10^{-6}\cos 6\cdot 10^8\mathrm{t})\,2,5\cdot 10^{-3}\cdot 1 = 1,25\cdot 10^{-8}\ \mathrm{wb}$

b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}} = -\frac{\mathrm{d}(2,5\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-6}\cos 6\cdot 10^8\mathrm{t})}{\mathrm{dt}} = 7,5\,\mathrm{sen}\,6{\cdot}10^8\mathrm{t\ V}$$

# 5. Física moderna.

1. La presencia del isótopo hierro-60 ($^{60}Fe$) en algunas rocas lunares y algunos sedimentos oceánicos indica, según algunos astrofísicos, que una supernova estalló en las proximidades del Sistema Solar en una época relativamente reciente (a escala cósmica), e hizo llegar este isótopo a la Tierra. El $^{60}Fe$ tiene un período de semidesintegración de 2,6 millones de años. a) Si hubiera habido $^{60}Fe$ cuando la Tierra se formó, hace 4 400 millones de años, ¿que porcentaje de este $^{60}Fe$ primordial quedaría en la actualidad? Si el $^{60}Fe$ se originó en la explosión de una supernova hace 13 millones de años, ¿qué porcentaje de este $^{60}Fe$, debería quedar actualmente? b) El $^{60}Fe$ se transforma por medio de una desintegración $\beta^-$en un isótopo de cobalto (Co) de vida breve, el cual experimenta una nueva desintegración $\beta^-$ y produce un isótopo estable de níquel (Ni). Escriba las ecuaciones nucleares de las dos desintegraciones, incluyendo los antineutrinos. Dato: Número atómico del hierro (Fe): 26.

   **Respuesta:**

   a) La constante de desintegración tiene el valor:

   $$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{2,6 \cdot 10^6} = 2,66 \cdot 10^{-7}\text{años}^{-1}$$

   Transcurrido un tiempo de 4400 millones de años, el ‘porcentaje restante de núcleos será:

   $$\frac{N}{N_0} = e^{-(2,66 \cdot 10^{-7} \cdot 4,4 \cdot 10^9)} = 0$$

   Si por el contrario, el $^{60}Fe$ procediera de la supernova, tendríamos:

   $$\frac{N}{N_0} = e^{-(2,66 \cdot 10^{-7} \cdot 1,3 \cdot 10^7)} = 0,0315 \longrightarrow 3,15\,\%$$

   b) La reacciones nucleares serían:

   $$^{60}_{26}Fe \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{60}_{27}Co + \overline{\nu}$$
   $$^{60}_{27}Co \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{60}_{28}Ni + \overline{\nu}$$

2. El período de semidesintegración de un núcleo radioactivo es de 600 s.Disponernos de una muestra que tiene, inicialmente, $10^{10}$ de estos núcleos. a) Calcule la constante de desintegración y el número de núcleos que quedan después de una hora. b) Calcule la actividad de la muestra dos horas después del instante inicial.

   **Respuesta:**

   a) La constante de desintegración es:

   $$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{600} = 1,155 \cdot 10^{-3}\text{s}^{-1}$$

   El número de núcleos al cabo de una hora será:

   $$N = 10^{10} e^{-(1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 3600)} = 1,56 \cdot 10^8\text{núcleos}$$

   b) Al cabo se dos horas, el número de núcleos tendrá el valor:

   $$N = 10^{10} e^{-(1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 7200)} = 2,45 \cdot 10^6$$

   Siendo la actividad:

   $$A = \lambda N = 1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 2,45 \cdot 10^6 = 2825\,\text{desintegraciones} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Dos muestras radiactivas tienen, en un momento dado, 1,00 × $10^{-1}$ mol cada una. Las muestras son de dos isótopos diferentes del elemento radón (Rn): en concreto, de radón 222 ($^{222}$Rn) y de radón 224 ($^{224}$Rn). Los dos isótopos son radiactivos y tienen, respectivamente, periodos de semidesintegración de 3,82 días y de 1,80 horas. El primero presenta una desintegración de tipo $\alpha$ y el núcleo hijo es un isótopo del polonio (Po), mientras que el segundo presenta una desintegración de tipo $\beta^-$ y el núcleo hijo es un isótopo del francio (Fr). a) Escriba las ecuaciones nucleares de las dos desintegraciones radiactivas con todas las partículas que intervienen y sus respectivos números atómicos y másicos. Calcule cuántos átomos de $^{224}$Rn no se han desintegrado todavía cuando queden 9,00 × $10^{-2}$ mol de la muestra del $^{222}$Rn por desintegrarse. b) La energía que se desprende por cada desintegración de un núcleo de $^{222}$Rn es de 5,590 MeV. Calcule el defecto de masa de esta reacción nuclear. Datos: Número de Avogadro, $N_A$ = 6,022 × $10^{23}$ mol$^{-1}$. Velocidad de la luz, c = 3,00 × $10^8$ m s$^{-1}$. 1 eV = 1,60 × $10^{-19}$ J. Número atómico del radón = 86.

**Respuesta:**

a) Expresaremos las constantes de desintegración en las mismas unidades, en este caso, en h$^{-1}$. Así, tendremos:

$$\lambda_1 = \frac{0,693}{3,82 \cdot 24} = 7,56 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h}^{-1} \qquad \lambda_2 = \frac{0,693}{1,80} = 0,385\,\mathrm{h}^{-1}$$

Las reacciones nucleares de ambas desintegraciones son las siguientes:

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow ^{4}_{2}\alpha + ^{218}_{84}Po$$

$$^{224}_{86}Rn \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{224}_{87}Fr$$

Cuando queden 9,00·$10^{-2}$ moles de la muestra de $^{222}$Rn. habrá transcurrido un tiempo:

$$0,09 = 0,1 \cdot e^{-7,56 \cdot 10^{-3} t} \qquad t = 13,93\,\mathrm{h}$$

El número de moles de $^{224}$Rn no desintegrados tras este tiempo será:

$$n = 0,1 \cdot e^{-0,385 \cdot 13,93} = 4,7 \cdot 10^{-4}\,\text{moles} \quad \text{que corresponde a :} \quad 4,7 \cdot 10^{-4} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,83 \cdot 10^{20}\,\text{átomos}$$

b) El defecto de masa se calcula a partir de:

$$E = \Delta m \cdot c^2 \quad \Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{5,590 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{9 \cdot 10^{16}} = 9,94 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}$$

4. El iodo 131 ($^{131}$I), descubierto por Glenn T. Seaborg y John Livingood en 1938, es un importante radioisótopo que se utiliza en la radioterapia posterior a la tiroidectomia en los casos de cáncer de tiroides. Tiene un periodo de semidesintegración de 8,02 días y se transforma en xenón (Xe) mediante una emisión primaria $\beta^-$, seguida de una emisión $\gamma$ de 364 keV. a) Escriba las reacciones nucleares correspondientes a los procesos mencionados y calcule el porcentaje que quedará de una determinada cantidad inicial de $^{131}$I después de 24,06 días. b) Calcule la longitud de onda de los fotones $\gamma$. Datos: Constante de Planck, h = 6,62 × $10^{-34}$ J s. Masa del electrón = 9,11 × $10^{-31}$ kg. Velocidad de la luz, c = 3,00 × $10^8$ m s$^{-1}$. 1 eV = 1,60 × $10^{-19}$ J. Número atómico del iodo = 53.

**Respuesta:**

a) Las reacciones nucleares son las siguientes:

$$^{131}_{53}I \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{131}_{54}Xe^*$$

$$^{131}_{54}Xe^* \rightarrow \gamma + ^{131}_{54}Xe$$

Teniendo en cuenta que 24,06 días es igual a tres veces el periodo de semidesintegración, el número de núcleos restantes será::

$$N = N_0 e^{-(0,693/T)\,3T} = 0,125\,N_0$$

Con lo que el porcentaje restante será:

$$\% = \frac{0,125\,N_0}{N_0}\,100 = 12,5$$

b) La longitud de onda del fotón $\gamma$ se deducirá de:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,62{\times}10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3,64\cdot 1,6\cdot 10^{-14}} = 3,41\cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$$

5. El polonio, $^{210}$Po, es un emisor natural de partículas α. a) Escriba la reacción de desintegración del $^{210}$Po sabiendo que cuando se desintegra, genera un isótopo del plomo (Pb). b) Sabiendo que el período de semidesintegración del $^{210}$Po es de 138 días, ¿qué cantidad de $^{210}$Po queda en una muestra de 10,0 g después de 69 días desde el inicio de la actividad. Datos: Número atómico del polonio, Z(Po) = 84.

**Respuesta:**

a) La reacción de desintegración del $^{210}_{84}Po$ es la siguiente:

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$$

b) A partir del periodo de semidesintegración, podemos obtener la constante $\lambda$:

$$138 = \frac{0,693}{\lambda} \qquad \lambda = 5,02\cdot 10^{-3}\,\text{días}^{-1}$$

La masa al cabo de 69 días es:

$$\mathrm{m} = 10,0\cdot \mathrm{e}^{-5,02\cdot 10^{-3}\cdot 69} = 7,07\,\mathrm{g}$$

6. Sobre un metal alcalino incide luz de longitud de onda λ = 3,00·10$^2$ nm. Si los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética máxima de 2,00 eV, calcule: a) La energía (en eV) de un fotón de la luz incidente. b) El trabajo de extracción (en eV) correspondiente a este metal. Datos: 1 eV = 1,60·10$^{-19}$ J. Constante de Planck, h = 6,63·10$^{-34}$ J s. Velocidad de la luz, c = 3,00·10$^8$ m s$^{-1}$.

**Respuesta:**

a) La energía de un fotón de luz incidente es:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3,00\cdot 10^{-7}} = 6,63\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

La energía del fotón, expresada en eV será:

$$\mathrm{E} = \frac{6,63\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 4,14\,\mathrm{eV}$$

b) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6,63\cdot 10^{-19} = \mathrm{W_{ext}} + 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19} \qquad \mathrm{W_{ext}} = 3,43\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

$$\mathrm{W_{ext}} = \frac{3,43\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 2,14\,\mathrm{eV}$$

7. El carbono 14 ($^{14}$C) es un isótopo radiactivo que se produce en las altas capas de la troposfera y de la estratosfera. La datación de restos orgánicos se basa en la desintegración de este isótopo, que pasa a los organismos a través de la cadena alimentaria. La desintegración de una muestra de $^{14}$C produce partículas $\beta^-$. a) Complete la reacción de formación del $^{14}$C: $^{14}_{7}$N+? $\rightarrow$ $^{14}_{6}$C $+^{1}_{1}$ H. Complete también la reacción de desintegración de este isótopo: $^{14}_{6}$C $\rightarrow$ ... b) ¿Qué porcentaje quedará del $^{14}$C que tenía originalmente una momia de 4000 años de antigüedad si se sabe que el período de semidesintegración del $^{14}$C es de 5 730 años?

**Respuesta:**

a) La reacción de formación del $^{14}$C es:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} +^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} +^{1}_{1}\mathrm{H}$$

Mientras que la desintegración de este isótopo es:

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow^{0}_{-1}\beta +^{14}_{7}\mathrm{N}$$

b) Aplicando la ley dela desintegración radiactiva:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N}_0} = \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}$$

Siendo: $\lambda = \dfrac{0,693}{\mathrm{T}} = \dfrac{0,693}{5730} = 1,209 \cdot 10^{-4}\text{años}^{-1}$ . Sustituyendo este valor, tendremos:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N}_0} = \mathrm{e}^{-1,209\cdot 10^{-4}4000} = 0,616$$

El porcentaje de $^{14}$C estante será:

$$\% = (1 - 0,616)\,100 = 38,4$$

8. Un material alcalino que puede emitir electrones por efecto fotoeléctrico presenta una función de trabajo de 1,30 eV. Sobre la superficie de este material incide luz amarilla con una longitud de onda de 500 nm. a) ¿Qué frecuencia y qué energía tienen los fotones de la luz amarilla? b) ¿Qué energía cinética, en eV, tendrán los electrones extraídos por esta luz amarilla? Datos: Constante de Planck, h = 6,63 $\times$ $10^{-34}$ J s. Masa del electrón, $m_e$ = 9,11 $\times$ $10^{-31}$ kg. 1 eV = 1,60 $\times$ $10^{-19}$ J. Velocidad de la luz, c = 3,00 $\times$ $10^8$ m s$^{-1}$.

**Respuesta:**

a) La frecuencia y la energía de la luz amarilla serán, respecticamente::

$$\nu = \frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{5,00 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14}\mathrm{s}^{-1} \qquad \mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = 6,63{\times}10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3,98 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

b) La función de trabajo, expresada en J será: $\mathrm{W}_{ext} = 1,30 \cdot 1,60{\times}10^{-19}$= 2,08$\cdot10^{-19}$ J. Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

$$\mathrm{h}\nu = \mathrm{h}\nu_0 + \mathrm{E_c} \qquad 3,98 \cdot 10^{-19} = 2,08 \cdot 10^{-19} + \mathrm{E_c}$$

Obteniéndose $\mathrm{E}_c$ =1,9$\cdot10^{-19}$ J