PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

11 de julio de 2018

1. Gravitación.

1. Calcula razonadamente la velocidad de escape desde la superficie de un planeta cuyo radio es 2 veces el de la Tierra y su masa es 8 veces la de la Tierra. Dato: velocidad de escape desde la superficie de la Tierra, 11,2 km·s^{-1}

   Respuesta:

   La velocidad de escape para la Tierra tiene la expresión:

   $$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = 11200\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   Mientras que para el otro planeta es:

   $$v_p = \sqrt{\frac{2G\ \cdot 8M}{2r}}$$

   Dividiendo miembro a miembro:

   $$\frac{11200}{v_p} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{r}}}{\sqrt{\frac{2G\ \cdot 8M}{2r}}} = \sqrt{\frac{1}{8}} \longrightarrow v_p = \frac{11200}{\sqrt{\frac{1}{8}}} = 31768\,m\cdot s^{-1}$$

2. Un esquiador puede utilizar dos rutas diferentes para descender entre un punto inicial y otro final. La ruta 1 es rectilínea y la 2 es sinuosa y presenta cambios de pendiente. ¿Es distinto el trabajo debido a la fuerza gravitatoria sobre el esquiador según el camino elegido? Justifica la respuesta

   Respuesta:

   El trabajo debido a la fuerza gravitatoria es el mismo, debido a que ésta es una fuerza conservativa y el trabajo no depende del camino seguido, sino de las posiciones inicial y final. Esta afirmación no sería válida en caso de existir otras fuerzas no conservativas (por ejemplo, rozamiento).

3. Deduce la expresión de la velocidad de un planeta en órbita circular alrededor del Sol, en función de la masa del Sol y del radio de la órbita. Suponiendo que Marte sigue una órbita circular, con un radio de $2{,}3\cdot 10^8$km , a una velocidad $= 8{,}7\cdot 10^4$ km/h, calcula de forma razonada la masa del Sol. Dato: constante de gravitación universal, $= 6{,}67 \cdot 10^{-11} N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$

   Respuesta:

   a) La velocidad de una órbita se puede deducir del Segundo Principio de la Dinámica:

   $$F = \frac{GM_S m}{r^2} = ma = \frac{mv^2}{r}\ \text{de donde :}\quad v = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}$$

   Aplicando la expresión anterior, tendremos:

   $$2,42\cdot 10^4 = \sqrt{\frac{6,67\cdot 10^{-11}M_S}{2,3\cdot 10^{11}}}$$

   De donde, despejando, obtenemos: $M_S = 2\cdot 10^{30}$ kg

4. Determina razonadamente la relación g_M/g_T , donde g_M es la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte y g_T la de la Tierra, sabiendo que la masa de Marte es 0,11 veces la de la Tierra y que su radio es 0,53 veces el terrestre. Un cuerpo que en la Tierra pesa 2,6 N, ¿cuánto pesará en Marte?

   Respuesta:

El cociente entre los valores de g en la superficie de Marte y de la Tierra es:

$$\frac{g_M}{g_T}=\frac{\dfrac{G\cdot 0,11\,M_T}{(0,53\cdot r_T)^2}}{\dfrac{G\cdot M_T}{r_T^2}}=\frac{0,11}{0,53^2}=0,39$$

El peso en Marte será, pues:

$$p_M=2,6\cdot 0,39\simeq 1\,\mathrm{N}$$

5. Deduce razonadamente la expresión que permite calcular el radio de una órbita circular descrita por un planeta alrededor de una estrella de masa M, conociendo la velocidad orbital del planeta. Supongamos dos planetas cuyas velocidades orbitales alrededor de la misma estrella son v_1 y v_2, siendo $v_1 > v_2$. ¿Qué planeta tiene el radio orbital mayor? Razona la respuesta.

Respuesta:

Para calcular la velocidad orbital de un planeta, igualamos la fuerza de atracción gravitatoria al producto de la masa por la aceleración centrípeta del planeta:

$$\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}^2}=\frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}}\qquad \text{de donde se obtiene :}\quad \mathrm{v}=\sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}}$$

Y a partir de esta expresión:

$$\mathrm{r}=\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{v}^2}$$

Como consecuencia de lo anterior, aquel planeta que tenga mayor velocidad orbital tendrá menor radio de órbita.

6. Tau Ceti es una estrella que, como nuestro Sol, tiene un sistema planetario. La masa de ese sistema solar es 0,7 veces la masa del nuestro. Considerando ambos sistemas como dos masas puntuales separadas una distancia d, calcula el punto donde se anula el campo gravitatorio originado exclusivamente por dichas masas. Calcula primero la posición del punto en función de d y realiza después el cálculo numérico en km sabiendo que $d=12$ años-luz. Dato: velocidad de la luz en el vacío, 3 10^8m/s.

Respuesta:

Sabiendo que la masa del sistema solar de Tau Ceti es 0,7 veces la de nuestro sistema solar, existirá un punto situado a una distancia x del sistema de Tau Ceti (y, por tanto, a una distancia $d-x$ de nuestro sistema solar, para la cual se cumpla la igualdad:

$$\frac{\mathrm{G}\cdot 0,7\,\mathrm{M}}{\mathrm{x}^2}=\frac{\mathrm{GM}}{(\mathrm{d}-\mathrm{x})^2}\qquad \sqrt{\left(\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{d}-\mathrm{x}}\right)^2}=\sqrt{0,7}$$

Resolviendo esta ecuación: $\mathrm{x}=0{,}455\ \mathrm{d}$. Sustituyendo los valores que nos da el enunciado:

$$\mathrm{x}=0,455\cdot 365\cdot 86400\cdot 3\cdot 10^8=4,30\cdot 10^{15}\,\mathrm{m}$$

7. Un planeta, de masa M 0,86 M_T y radio un 4 % mayor que el de la Tierra, orbita alrededor de la estrella TRAPPIST-1. Calcula: a) El peso de un astronauta en la superficie del planeta si su peso en la superficie terrestre es de 800 N. b) La expresión de la velocidad de escape del planeta. Realiza el cálculo numérico sabiendo que la velocidad de escape de la Tierra es de 11,2 km$\cdot$ s^{-1}

Respuesta:

a) El peso del astronauta en la superficie terrestre y en la del planeta tienen los valores respectivos:

$$800 = \frac{GM_t m}{r_t^2} \qquad P = \frac{G \cdot 0,86 \cdot M_t m}{(1,04\, r_t)^2}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{P}{800} = \frac{0,86}{1,04^2} \qquad P = 636,1\,\mathrm{N}$$

b) Las velocidades de escape del planeta y de la Tierra son, respetivamente es:

$$v = \sqrt{\frac{2G \cdot 0,86 \cdot M_t}{1,04 r_t}} \qquad 11200 = \sqrt{\frac{2GM_t}{r_t}}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{v}{11200} = \sqrt{\frac{0,86}{1,04}} \qquad v = 10185\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

8. Deduce razonadamente la expresión que relaciona el periodo de una órbita circular con su radio. El radio de la órbita terrestre es de $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m y el de la órbita de Urano es de $2{,}9 \cdot 10^{12}$ m . Calcula el periodo orbital de Urano, suponiendo que la órbita de los planetas alrededor del Sol es circular.

Respuesta:

La velocidad orbital se obtiene al igualar la fuerza de atracción gravitatoria al producto de la masa por la aceleración centrípeta del cuerpo que describe la órbita:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

A partir de la expresión de la velocidad orbital, igualamos ésta al cociente entre la longitud de la órbita, supuesta como una circunferencia, y el tiempo que el cuerpo tarda en describirla (periodo):

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Despejando:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

El cociente entre los periodos de Urano y la Tierra alrededor del Sol es:

$$\frac{T_U}{1} = \sqrt{\frac{(2,9 \cdot 10^{12})^3}{(1,5 \cdot 10^{11})^3}} \qquad T_U = 85\,\text{años terrestres}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Explica la diferencia existente entre la velocidad de propagación de una onda y la velocidad de oscilación de un punto de dicha onda.

Respuesta:

La velocidad de propagación de una onda es el cociente entre la longitud de onda de aquella y su periodo, $v = \lambda/T$ y es constante para una determinada onda. La velocidad de vibración es la derivada de la elongación con respecto al tiempo. Si la ecuación de la onda es $y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0)$, la velocidad de oscilación será:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Expresión que, como vemos, dependerá de los valores de posición, x y tiempo,t.

2. Una onda sonora de frecuencia f se propaga por un medio (1) con velocidad v_1. En un cierto punto, la onda pasa a otro medio (2) en el que la velocidad de propagación es $v_2 = v_1/2$. Determina razonadamente los valores de la frecuencia, el periodo y la longitud de onda en el medio (2) en función de los que tiene la onda en el medio (1).

Respuesta:

La frecuencia de la onda no depende del medio en que se propaga. El periodo, al ser el inverso de la frecuencia, tampoco varía con el medio. En cuanto a la longitud de onda, si tenemos en cuenta que $\lambda = v \cdot T$, donde T es el periodo, veremos que, a una variación de la velocidad de propagación le corresponderá la misma variación en la longitud de onda. Así pues, cuando la velocidad de propagación en el segundo medio sea la mitad que la del primero, la longitud de onda en el segundo medio será también la mitad de la correspondiente al primero.

3. Una onda armónica $\mathrm{y(x,t) = A\,sen\,(\omega t + kx + \varphi)}$ que se propaga con una velocidad de 1 m/s en el sentido negativo del eje X tiene una amplitud de $(1/\pi)$ m y un periodo de 0,1 s . La velocidad del punto $\mathrm{x} = 0$ para $\mathrm{t} = 0$ es 20 m/s. a) Determina razonadamente la longitud de onda, la frecuencia y la fase en unidades del SI. b) Escribe la función de onda $y(x,t)$ utilizando los resultados anteriores y calcula su valor en el punto $\mathrm{x} = 0{,}1$ m para $\mathrm{t} = 0{,}2$ s.

Respuesta:

a) Los valores de longitud de onda y frecuencia son, respectivamente:

$$\lambda = v \cdot T = 1 \cdot 0,1 = 0,1\,\mathrm{m} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,1} = 10\,\mathrm{s}^{-1}$$

La velocidad de oscilación de un punto es:

$$\frac{dy}{dt} = \mathrm{y(x,t) = A\,\omega\cos(\omega t + kx + \varphi)}$$

Si para $\mathrm{x} = 0$ y $\mathrm{t} = 0$, la velocidad es 20 m/s, tendremos que:

$$20 = \frac{1}{\pi}2\pi \cdot 10\cos\varphi \; \varphi = 0\,\mathrm{rad}$$

b) Sabiendo que $\omega = 2\pi\nu = 20\pi$ y que k $=2\pi/\lambda = 20\pi$, la ecuación de la onda es:

$$\mathrm{y(x,t)} = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{sen}\,(20\pi\mathrm{t} + 20\pi\mathrm{x})$$

Para $\mathrm{x} = 0{,}1$ m y $\mathrm{t} = 0{,}2$ s, tendremos:

$$\mathrm{y(x,t)} = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{sen}\,(20\pi \cdot 0,2 + 20\pi \cdot 0,1) = 0\,m$$

4. Una onda sonora de frecuencia f se propaga por un medio (1) con una longitud de onda λ_1. En un cierto punto, la onda pasa a otro medio (2) en el que la longitud de onda es $\lambda_2 = 2\lambda_1$. Determina razonadamente el periodo, el número de onda y la velocidad de propagación en el medio (2) en función de los que tiene la onda en el medio (1).

Respuesta:

Al pasar de un medio a otro, la frecuencia de la onda no varía, por lo que el periodo será el mismo en ambos medios.
Los números de onda en el medio (1) y (2) serán, respectivamente:

$$\overline{\nu_1} = \frac{1}{\lambda_1} \quad \overline{\nu_2} = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{2\lambda_1} = \frac{\overline{\nu_1}}{2}$$

Para calcular la velocidad de propagación, sabemos que:

$$\mathrm{v}_1 = \frac{\lambda_1}{\mathrm{T}_1} \quad \mathrm{v}_2 = \frac{\lambda_2}{\mathrm{T}_2} = \frac{2\lambda_1}{\mathrm{T}_1} = 2\,\mathrm{v}_1$$

5. La función que representa una onda sísmica es: $y(x,t) = 3\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - 4\pi x\right)$, donde x e y están expresadas en metros y t en segundos. Calcula razonadamente: a) La amplitud, el periodo, la frecuencia y la longitud de onda. b) La velocidad de propagación de la onda y la velocidad de vibración de un punto situado a 1 m del foco emisor, para t = 8 s.

Respuesta: a) Los valores pedidos son los siguientes:

$$\mathrm{A} = 3\,\mathrm{m} \qquad \omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} = \frac{\pi}{4} \rightarrow \mathrm{T} = 8\,\mathrm{s} \quad \text{y} \quad \nu = 1/8\,\mathrm{s}^{-1} \qquad \mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \rightarrow \lambda = 0,5\,\mathrm{m}$$

b) La velocidad de propagación de la onda es:

$$\mathrm{k} = \frac{\omega}{\mathrm{v}} \qquad 4\pi = \frac{\pi/4}{\mathrm{v}} \qquad \mathrm{v} = \frac{1}{16}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

La velocidad de vibración será:

$$\mathrm{v_t} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = \frac{3\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}\mathrm{t} - 4\pi\mathrm{x}\right)$$

Sustituyendo x por 1 m y t por 8 s en la anterior expresión, tendremos:

$$\mathrm{v_t} = \frac{3\pi}{4}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

6. Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación y(x,t) = 0,5 cos [5π(2t - x)], en unidades del SI. Calcula: a) La elongación, y del punto de la cuerda situado en $\mathrm{x}_1 = 40\,\mathrm{cm}$ en el instante $\mathrm{t}_1 = 1\,\mathrm{s}$. ¿Qué distancia mínima hay entre dos puntos de la cuerda con la misma elongación y velocidad en un mismo instante? b) La velocidad transversal en los dos puntos x_1 y $\mathrm{x}_2 = \mathrm{x}_1 + \frac{\lambda}{4}$, en el instante t_1

Respuesta:

a) Sustituyendo los valores dados en la ecuación de la onda, tendremos:

$$\mathrm{y}(0{,}4\,,\,1) = 0,5\cos(10\pi - 2\pi) = 0,5\,\mathrm{m}$$

La distancia será la de una longitud de onda, es decir: $\lambda = \frac{2\pi}{\mathrm{k}} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4\,\mathrm{m}$

b) La velocidad transversal será:

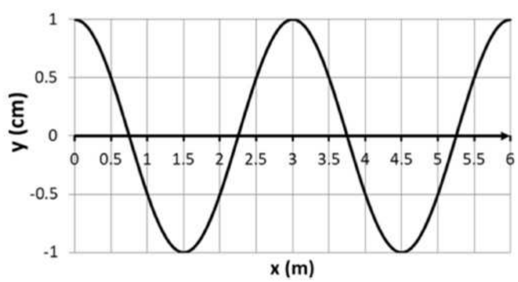
$$v_t = \frac{dy}{dt} = -0,5 \cdot 10\pi \operatorname{sen}(10\pi t - 5\pi x)$$

Sustituyendo los valores indicados:

$$v_{t1} = -5\pi \operatorname{sen}(10\pi - 5\pi \cdot 0,4) = 0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$v_{t2} = -5\pi \operatorname{sen}(10\pi - 5\pi \cdot 0,5) = -5\pi\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

7. La gráfica representa la propagación de una onda armónica de presión, en cierto instante temporal. La frecuencia de la onda es de 100 Hz . Determina razonadamente la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda en el medio.



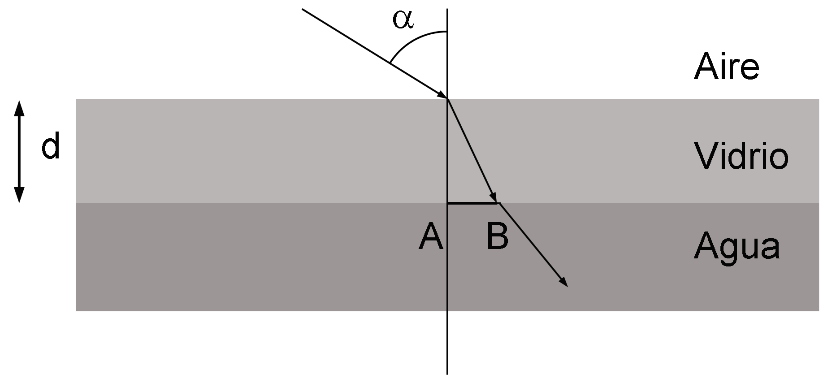
Respuesta:

La longitud de onda es de 3 m, puesto que esta es la distancia entre dos puntos consecutivos en el mismo estado de vibración. Para calcular la velocidad de propagación, utilizamos la expresión:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu = 3 \cdot 100 = 300\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

3. Óptica.

1. Una placa de vidrio se sitúa horizontalmente sobre la superficie del agua contenida en un depósito, de forma que la parte superior de la placa está en contacto con el aire, tal como muestra la figura. Un rayo de luz incide desde el aire a la cara superior del vidrio formando un ángulo 60° con la vertical. a) Calcula el ángulo de refracción del rayo de luz al pasar del vidrio al agua. b) Deduce la expresión de la distancia (AB) de desviación del rayo de luz tras atravesar el vidrio, y calcula su valor numérico. La placa de vidrio tiene un espesor 20 . Datos: índice de refracción del agua 1,3; índice de refracción del aire: 1; índice de refracción del vidrio: 1,5.



Respuesta:

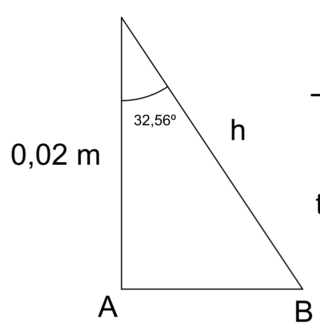
a) Aplicando la Ley de Snell a la interfase aire-vidrio, tendremos:

$$\frac{\text{sen}\,60^{\text{o}}}{\text{sen}\,\alpha_{\text{rv}}} = \frac{1,5}{1} \quad \text{obteniéndose} \quad \text{sen}\alpha_{rv} = 0,577 \text{ y } \alpha_{rv} = 35,26^{\text{o}}$$

Aplicando nuevamente esta ley, en esta ocasión a la interfase vidrio-agua:

$$\frac{0,577}{\text{sen}\,\alpha_{\text{ra}}} = \frac{1,33}{1,5} \quad \text{obteniéndose} \quad \text{sen}\alpha_{ra} = 0,632 \; y \; \alpha_{ra} = 39,18^{\text{o}}$$

b) En el triángulo rectángulo que puede verse en la siguiente imagen, puede deducirse que:



$$\frac{\text{h sen } 35{,}26^{\text{o}}}{\text{h cos } 35{,}26^{\text{o}}} = \frac{\text{AB}}{0{,}02}$$

$$\text{tg } 35{,}26^{\text{o}} = \frac{\text{AB}}{0{,}02}$$

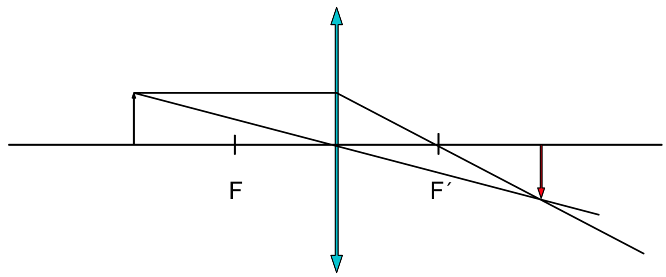
AB = 0,02·0,7 = 0,014 m

2. Se sitúa un objeto de 5 cm de tamaño a una distancia de 20 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de distancia focal 10 cm. a) Indica las características de la imagen a partir del trazado de

rayos. b) Calcula el tamaño y la posición de la imagen y la potencia de la lente.

Respuesta:

a) Como puede verse en la siguiente representación gráfica, la imagen es **igual, real** e **invertida**.



b) La potencia de la lente será:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,1} = 10\,\text{dioptr\textit{í}as}$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \longrightarrow \frac{1}{-0,20} - \frac{1}{s'} = -10 \qquad s' = 0,20\,\text{m}$$

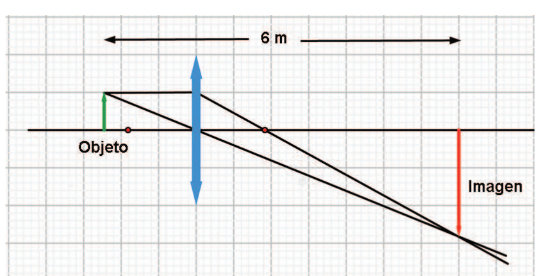
El tamaño de la imagen se hallará así:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \longrightarrow y' = 0,05\left(\frac{0,20}{-0,20}\right) = -0,05\,\text{m}$$

3. Se utiliza una lente delgada para proyectar sobre una pantalla la imagen de un objeto. Esta lente se sitúa entre el objeto y la pantalla. La distancia entre el objeto y la imagen es de 6 m y se pretende que ésta sea real, invertida y 3 veces mayor que el objeto. a) Realiza un trazado de rayos donde se señale la posición de los tres elementos y el tamaño, tanto del objeto como de la imagen. ¿Qué tipo de lente debe usarse? b) Calcula la distancia focal y la posición de la lente respecto a la pantalla.

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



Para que la imagen pueda verse en una pantalla, debe ser real, lo cual se consigue únicamente utilizando una lente convergente.

b) De la anterior representación se deduce que -s + s′ = 6 m. Aplicando, además, la ecuación del aumento lateral, tendremos:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -3 \longrightarrow s' = -3s$$

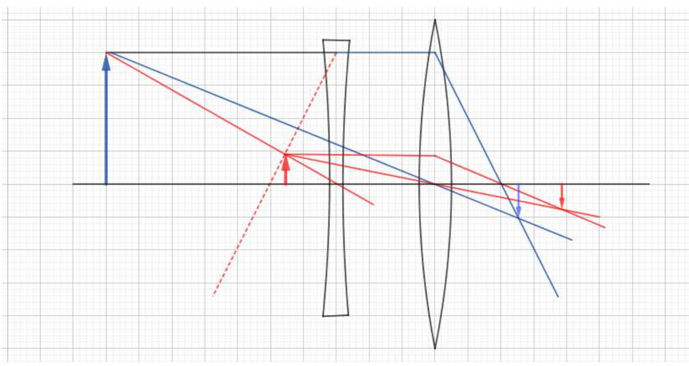
Combinando ambas igualdades, tendremos: -s - 3s = 6, por lo que s = 1,5 m y s′ = 4,5 m. En cuanto a la distancia focal:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \qquad f' = 1,125\,\mathrm{m}$$

4. Utiliza un esquema de trazado de rayos para describir el problema de visión de una persona que sufre de miopía y explica razonadamente el fenómeno. ¿Con qué tipo de lente debe corregirse y por qué?

Respuesta:

La miopía consiste en un defecto de la visión por el cual la imagen de un objeto lejano es enfocada delante de la retina, lo que hace que el objeto se vea borroso. Para explicar el fenómeno y la forma de corregirlo, veamos el siguiente diagrama de rayos:



El ojo, sin la utilización de una lente, formaría una imagen (a la derecha, en color azul) situada delante de la retina. Al utilizar una lente divergente delante del ojo, se formará una imagen intermedia del objeto (representada a la izquierda, en color rojo), de menor tamaño que éste y más cercana al ojo. Esta imagen intermedia dará lugar, al refractarse en el cristalino, a una imagen final (representada en rojo en la parte derecha del diagrama de rayos), que se formará sobre la retina, con lo que la imagen se observará con nitidez. La potencia de la lente divergente utilizada dependerá del grado de miopía que presente la persona.

5. La lente convergente de un proyector de diapositivas tiene una potencia de 10 D, y se encuentra a una distancia de 10,2 cm de la diapositiva que se proyecta. a) Calcula razonadamente la distancia a la que habrá que poner la pantalla para tener una imagen nítida b) Calcula el tamaño de la imagen y realiza un trazado de rayos para justificar la respuesta.

Respuesta:

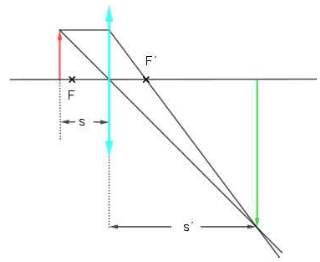
a) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = -\mathrm{P} \qquad \frac{1}{-0,102} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = -10 \qquad \mathrm{s'} = 5,1\,\mathrm{m}$$

b) Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\mathrm{y'} = \mathrm{y}\,\frac{\mathrm{s'}}{\mathrm{s}} = \mathrm{y}\,\frac{5,1}{-0,102} = -50\,\mathrm{y}$$

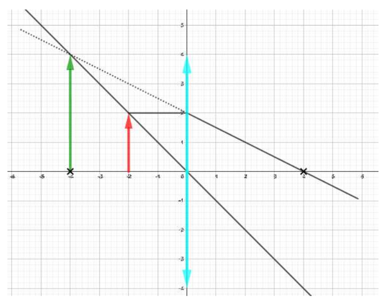
La representación gráfica (no a escala) es la siguiente:



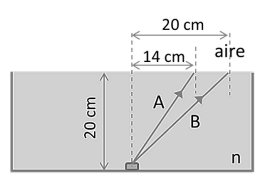
6. Se tiene una lente convergente en aire. Razona mediante un trazado de rayos dónde habrá que situar un objeto respecto a la lente para que la imagen sea derecha y mayor que el objeto.

Respuesta:

El objeto deberá colocarse entre el foco y la lente, como puede verse en el siguiente diagrama de rayos.



7. En el fondo de una cubeta, llena de un cierto líquido, se sitúa un pequeño foco luminoso (ver figura adjunta). Se observa que el rayo A se refracta y sale con un ángulo de refracción de 58º, pero el rayo B no se refracta. Determina el índice de refracción, n, del líquido y explica razonadamente el motivo por el cual el rayo B no se refracta. Dato: índice de refracción del aire,$n_a = 1,00$



Respuesta:

Para el rayo A, se cumplirá para el ángulo de incidencia:

$$\mathrm{tg}\,\alpha_A = \frac{14}{20} \qquad \alpha_A = 35^{\text{o}}$$

Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\mathrm{sen}\,35^{\text{o}}}{\mathrm{sen}\,58^{\text{o}}} = \frac{1,00}{\mathrm{n}} \qquad \mathrm{n} = 1,48$$

El ángulo límite entre los dos medios se calcula así:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\alpha_L}{\mathrm{sen}\,90^{\text{o}}} = \frac{1,00}{1,48} \qquad \alpha_L = 42,5^{\text{o}}$$

El ángulo de incidencia para el rayo B será:

$$\operatorname{tg}\alpha_{\mathrm{B}} = \frac{20}{20} \qquad \alpha_{\mathrm{L}} = 45^{\mathrm{o}}$$

Al ser mayor el ángulo de incidencia del rayo B que el ángulo límite, no se producirá refracción.

4. Electromagnetismo.

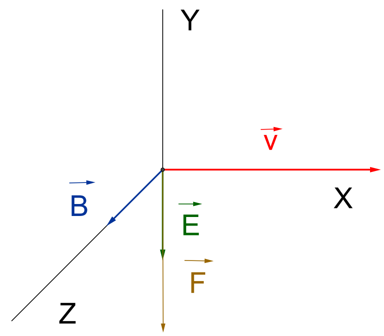
1. Una partícula de carga 3 μC que se mueve con velocidad 2 $10^3 \overrightarrow{i}$ m/s entra en una región del espacio en la que hay un campo eléctrico uniforme $\overrightarrow{E} = -3\overrightarrow{j}$ N/C y también un campo magnético uniforme $\overrightarrow{B} = 4\overrightarrow{k}$ mT. Calcula el vector fuerza total que actúa sobre esa partícula y representa todos los vectores involucrados (haz coincidir el plano XY con el plano del papel).

   Respuesta:

   La fuerza total que actúa sobre la carga es:

   $\overrightarrow{F} = q\,(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) = 3 \cdot 10^{-6}(-3\overrightarrow{j} + 2 \cdot 10^3\overrightarrow{i} \times 4 \cdot 10^{-3}\overrightarrow{k}) = 3 \cdot 10^6(-3\overrightarrow{j} - 8\overrightarrow{j}) = -3,3 \cdot 10^{-5}\overrightarrow{j}$ N

   La representación gráfica (no realizada a escala) es la siguiente:



2. Un electrón se mueve dentro de un campo eléctrico uniforme $\overrightarrow{E} = -E\overrightarrow{i}$ N/C. El electrón parte del reposo desde el punto A, de coordenadas (0, 1) m , y llega al punto B con una velocidad de 10^6 / después de recorrer 1 . a) Indica la trayectoria que seguirá el electrón y las coordenadas del punto B. b) Calcula razonadamente el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre la carga desde A a B y el valor del campo eléctrico. Datos: carga elemental, e = 1,6 10^{-19} C ; masa del electrón, m_e = 9,1 10^{-31} kg

   Respuesta:

   a) Al estar dirigido el campo eléctrico en el sentido negativo del eje X, la fuerza sobre el electrón, $q\overrightarrow{E}$, se dirigirá en sentido positivo de dicho eje, siendo el movimiento rectilíneo. Así pues, las coordenadas de B serán (1,1) m

   b) El trabajo realizado sobre el electrón será:

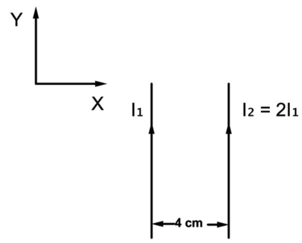
$$W = q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \qquad 1,6 \cdot 10^{-19}\Delta V = \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}(10^6)^2 = 4,55 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

   Obteniéndose:

$$\Delta V = 2,84\,\mathrm{V} \quad \text{y} \quad E = \frac{\Delta V}{r} = \frac{2,84}{1} = 2,84\,\mathrm{N/C}$$

3. La figura muestra dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos entre sí, separados por una distancia d = 4 cm . Por ellos circulan corrientes continuas de intensidades I_1e I_2= $2I_1$. En un punto equidistante a ambos conductores y en su mismo plano, estas corrientes generan un campo magnético, $\overrightarrow{B}$= $3{\cdot}10^{-5}\overrightarrow{k}$ T . a) Calcula la corriente I_1 . b) Si una carga q = 2 μC pasa por dicho punto con una velocidad $\overrightarrow{v}$= $5{\cdot}10^6\overrightarrow{j}$, calcula la fuerza $\overrightarrow{F}$ (módulo, dirección y sentido) sobre ella. Representa los

vectores $\vec{v}$ $\vec{B}$ y $\vec{F}$. Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Tm/A.



Respuesta:

a) El módulo del campo resultante será:

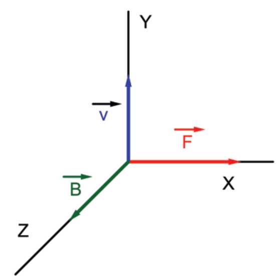
$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2I_1}{2\pi \cdot 0,02} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2I_1}{2\pi \cdot 0,02} = 3 \cdot 10^{-5}$$

De donde obtenemos $I_1 = 3$ A.

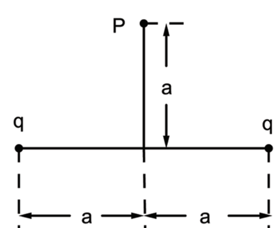
b) La fuerza sobre la carga será:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 2 \cdot 10^{-6}(5 \cdot 10^6 \vec{j} \times 3 \cdot 10^{-5} \vec{k}) = 3 \cdot 10^{-4}\ \vec{i}\ \text{N}$$

La representación gráfica de los vectores será la siguiente:



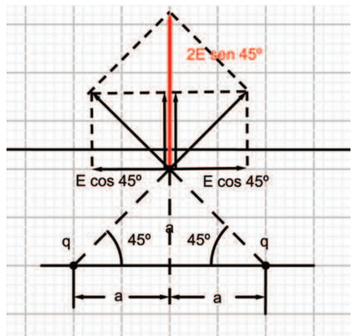
4. Se sitúan sobre el eje X dos cargas positivas q, puntuales e idénticas, separadas una distancia 2a, tal y como se muestra en la figura.



Calcula la expresión del vector campo eléctrico total en el punto P situado en el eje Y, a una distancia a del origen. Dibuja los vectores campo generados por cada carga y el total en el punto P.

Respuesta:

a) Una representación del campo eléctrico en P es la que puede verse en la siguiente imagen:



El campo eléctrico creado por cada una de las cargas q en el punto P tiene la expresión:

$$\overrightarrow{E_1} = \frac{kq}{2a^2}\cos 45^{\text{o}}\,\overrightarrow{i} + \frac{kq}{2a^2}\,\text{sen}\,45^{\text{o}}\,\overrightarrow{j} \quad \overrightarrow{E_2} = -\frac{kq}{2a^2}\cos 45^{\text{o}}\,\overrightarrow{i} + \frac{kq}{2a^2}\,\text{sen}\,45^{\text{o}}\,\overrightarrow{j}$$

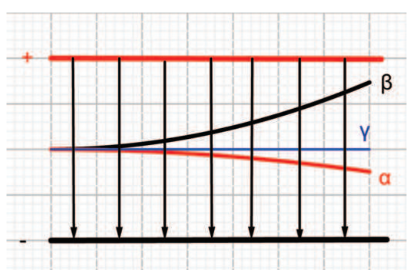
El campo resultante tendrá la expresión:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 2\,\frac{\text{kq}}{2\text{a}^2}\,\text{sen}\,45^{\text{o}}\,\overrightarrow{j}$$

5. Las partículas emitidas por las sustancias radiactivas pueden ser identificadas observando su desviación al atravesar un campo eléctrico. Razona gráficamente la dirección y sentido de la desviación sufrida, en relación con la dirección y sentido del campo eléctrico, para la emisión radiactiva de los tipos α, β^-y γ, indicando las partículas que las constituyen.

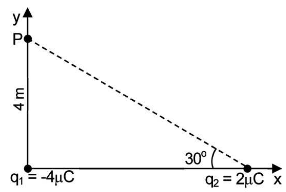
Respuesta:

La respuesta a esta enunciado puede verse en la siguiente imagen:



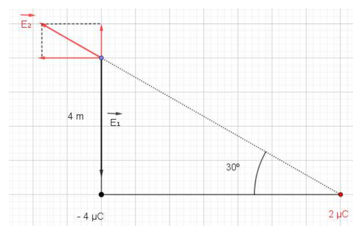
Al estar la radiación α formada por partículas de carga positiva (núcleos de He), la desviación se producirá hacia abajo, en el plano del papel, lo que representamos con una curva de color rojo. La radiación β, formada por electrones y, por tanto, con carga negativa, se desvía hacia arriba en el plano del papel (curva de color negro). Por último, la radiación γ no experimenta desviación, al no poseer carga eléctrica.

6. Atendiendo a la distribución de cargas representada en la figura, calcula: a) El vector campo eléctrico debido a cada una de las cargas y el total en el punto P . Dibuja todos los vectores.. b) El trabajo mínimo necesario para trasladar una carga $q_3 = 1\,nC$ desde el infinito hasta el punto P . Considera que el potencial eléctrico en el infinito es nulo. Dato: constante de Coulomb, k_e =9 10^9 N m^2C^{-2}



Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



De la anterior representación gráfica se desprende lo siguiente:

$$\overrightarrow{E_1} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4^2}\,\overrightarrow{j} \qquad \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{8^2}\left(-\overrightarrow{i}\cos 30^{\text{o}} + \overrightarrow{j}\,\text{sen}\,30^{\text{o}}\right)$$

Finalmente, tendremos:

$$\overrightarrow{E} = -2,43 \cdot 10^2\,\overrightarrow{i} - 2,24 \cdot 10^4\,\overrightarrow{j}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$$

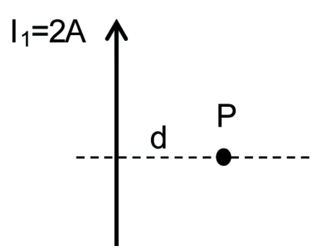
b) En el punto P, el potencial valdrá:

$$\text{V}_\text{P} = \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-6})}{4} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{8} = -6750\,\text{V}$$

El trabajo será, por tanto:

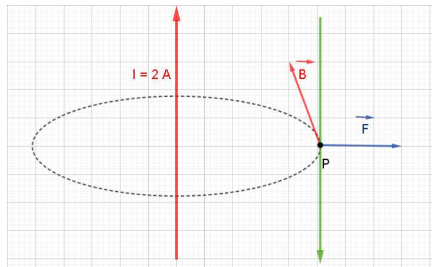
$$\text{W} = \text{q}(\text{V}_\infty - \text{V}_\text{P} = 10^{-9}\,[0 - (-6750)] = 6,75 \cdot 10^{-6}\,\text{J}$$

7. La figura representa un conductor rectilíneo de longitud muy grande recorrido por una corriente continua $I_1 = 2$ A. Calcula y dibuja el vector campo magnético en un punto P situado a una distancia d = 1 m a la derecha del conductor. En el punto P se sitúa otro conductor rectilíneo paralelo al anterior y recorrido por una corriente I_2 en sentido opuesto. Representa el vector fuerza que actúa sobre el segundo conductor. Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{N/A}^2$



Respuesta:

La representación gráfica es la siguiente:



El campo magnético creado en el punto P tiene el valor:

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{d}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 1} = 4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T}$$

8. Por dos conductores rectilíneos, paralelos e indefinidos circulan corrientes continuas de intensidades I_1 e I_2, siendo $\mathrm{I}_2 = 2\mathrm{I}_1$ (ver figura adjunta). Calcula la fuerza que actúa sobre una carga que pasa por el punto P con una velocidad $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{i}$ m/s Dato: permeabilidad magnética del vacío,$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\mathrm{T} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{A}^{-1}$

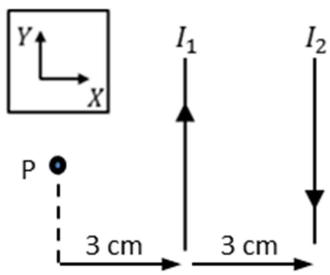


Figura 1:

Respuesta:

En aplicación de la regla de la mano derecha, la fuerza ejercida por el campo magnético creado por cada una de las corrientes tendrá la misma dirección que la otra, pero sentido contrario. El módulo del campo magnético creado en el punto P será:

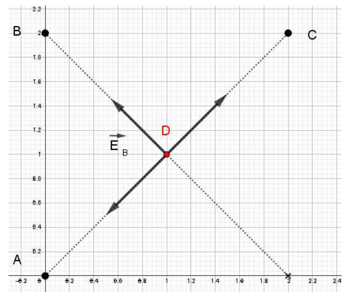
$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_1 - \mathrm{B}_2 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1}{2\pi \cdot 0,03} - \frac{\mu_0 2\mathrm{I}_1}{2\pi \cdot 0,06} = 0$$

Por consiguiente, la fuerza sobre la carga será nula, al serlo el campo magnético resultante sobre ella.

9. En los puntos A(0,0) m, B(0,2) m , y C(2,2) m, se sitúan tres cargas eléctricas iguales, de valor -3μC. a) Dibuja, en el punto D(1,1), los vectores campo eléctrico generados por cada una de las cargas y calcula el vector campo eléctrico resultante. b) Calcula el trabajo realizado en el desplazamiento de una carga eléctrica puntual de 1 μC , entre los puntos D(1,1) y E(2,0) , razonando si la carga puede realizar espontáneamente dicho desplazamiento. Dato: constante de Coulomb, $\mathrm{K} = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos ver que el campo resultante en el punto D se reduce al creado por la carga situada en el punto B. Su valor será:

$$\vec{E} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2}\,(-\cos 45^{\circ}\,\vec{i} + \cos 45\,\vec{j}\,) = 9546\,(-\vec{i} + \vec{j}\,)\,\mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

b) Los potenciales en el punto D y en el punto E serán, respectivamente:

$$\mathrm{V_D} = 3\,\frac{9\cdot 10^9\cdot(-3\cdot 10^{-6})}{\sqrt{2}} = -57276\,\mathrm{V}$$

$$\mathrm{V_E} = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot(-3\cdot 10^{-6})}{2} + \frac{9\cdot 10^9\cdot(-3\cdot 10^{-6})}{\sqrt{8}} = -36546\,\mathrm{V}$$

El trabajo realizado será:

$$\mathrm{W} = 10^{-6}[-57276 - (-36546)] = -0,021\,\mathrm{J}$$

valor que indica que la carga no puede realizar espontáneamente dicho desplazamiento.

5. Física moderna.

1. Calcula la energía total en kilovatios-hora (kW·h) que se obtiene como resultado de la fisión de 2 g de ^{235}U, suponiendo que todos los núcleos se fisionan y que en cada reacción se liberan 200 MeV. Datos: número de Avogadro, $N_A = 6 \cdot 10^{23}$; carga elemental, e = 1,6 10^{-19}C

   Respuesta:

   El número de moles de ^{235}U será:

   Respuesta:

   a)

$$n = \frac{2}{235} = 8,51 \cdot 10^{-3}$$

   El número de núcleos tendrá el valor:

$$N = n \cdot N_A = 8,51 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 5,106 \cdot 10^{21}\text{núcleos}$$

   La energía liberada, expresada en eV será:

$$E = 5,106 \cdot 10^{21} \cdot 2 \cdot 10^{8} = 1,02 \cdot 10^{30}\text{eV}$$

   Por último, sabiendo que:

$$1kW \cdot h = 1000\,\frac{J}{s}\,,3600\,s\,\frac{1\,eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 2,25 \cdot 10^{25} eV$$

   La energía, expresada en kW·h tendrá el valor:

$$E = \frac{1,02 \cdot 10^{30}}{2,25 \cdot 10^{25}} = 4,53 \cdot 10^{4}\text{kW} \cdot \text{h}$$

2. El cátodo de una célula fotoeléctrica tiene una longitud de onda umbral de 750 nm . Sobre su superficie incide un haz de luz de longitud de onda 250 nm . Calcula: a) La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos desde el cátodo. b) La diferencia de potencial que hay que aplicar para anular la corriente producida en la fotocélula. Datos: constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J· s ; masa del electrón, m_e = 9,1 10^{-31} kg ; velocidad de la luz en el vacío, c = 3 10^{8}; carga elemental, e = 1,6 10^{-19} C.

   Respuesta:

   a) La ecuación del efecto fotoeléctrico puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv^2$$

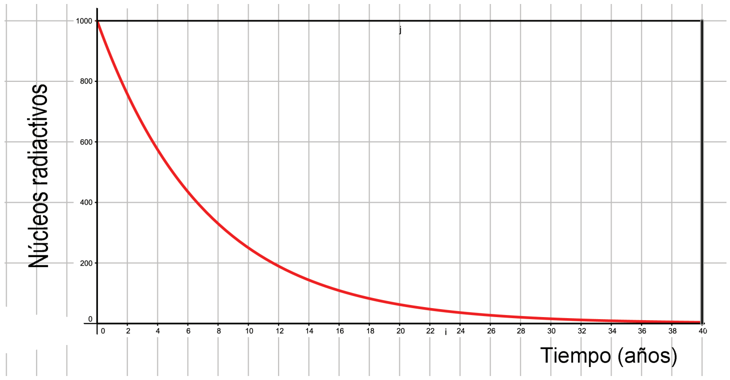
   Sustituyendo valores:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2,5 \cdot 10^{-7}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{7,5 \cdot 10^{-7}} + \frac{1}{2}\,9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

   Con lo que se obtiene: $v = 1,09 \cdot 10^{6}\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

   b) La energía cinética se puede igualar al producto de la carga del electrón por la diferencia de potencial que debe aplicarse para frenarlo (potencial de frenado), es decir:

$$\frac{1}{2}\,9,1 \cdot 10^{-31}(1,09 \cdot 10^{6})^2 = 1,6 \cdot 10^{-19}\Delta V \longrightarrow \Delta V = 3,38\,\text{V}$$



3. La gráfica representa el número de núcleos radiactivos de una muestra en función del tiempo en años. Utilizando los datos de aquella, deduce razonadamente el periodo de semidesintegración de la muestra y determina el número de periodos de semidesintegración necesarios para que sólo queden 250 núcleos por desintegrar.

Respuesta:

La representación gráfica muestra que el número de núcleos iniciales (1000) se reduce a la mitad cuando ha transcurrido un tiempo de 5 años. Éste es, pues, el periodo de semidesintegración.
Cuando el número de núcleos se haya reducido a 250 (una cuarta parte del número inicial), habrán transcurrido dos periodos, ya que en cada uno de ellos el número de núcleos se reduce a la mitad.

4. Indica razonadamente qué partícula se emite en cada uno de los pasos de la siguiente serie radiactiva, e identifícala con algún tipo de desintegración.

$$^{231}_{90}Th \rightarrow ^{231}_{91}Pa \rightarrow ^{227}_{89}Ac$$

Respuesta:

El primer paso puede representarse de esta forma:

$$^{231}_{90}Th \rightarrow ^{231}_{91}Pa + ^{0}_{-1}e$$

Es decir, se produce una emisión de un electrón (desintegración β)
El segundo paso es:

$$^{231}_{91}Pa \rightarrow ^{227}_{89}Ac + ^{4}_{2}\alpha$$

Se produce en este caso una emisión de núcleos de Helio (desintegración α).

5. Determina la velocidad a la que debe acelerarse un protón para que su longitud de onda asociada de De Broglie sea de 0,05 nm. Calcula también su energía cinética (en eV). Datos: constante de Planck, h = 6,63 $\cdot$ 10^{-34} J$\cdot$ s; masa del protón, $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg.

Respuesta:

a) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,7 \cdot 10^{-27} v} = 5 \cdot 10^{-11} \qquad v = 7800\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Su energía cinética tendrá el valor:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 7800^2 = 5,17 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{J}$$

6. Actualmente existen varias compañías privadas que aspiran a desarrollar reactores de fusión nuclear para la obtención de energía. Una de ellas, situada en Canadá, pretende lograr la reacción de fusión:

$$^{2}_{1}H +^{3}_{1} H \rightarrow^{a}_{b} X +^{1}_{0} n$$

Para evitar los problemas derivados de la emisión de $+^{1}_{0}n$, otra compañía, con sede en California, está intentando lograr la reacción:

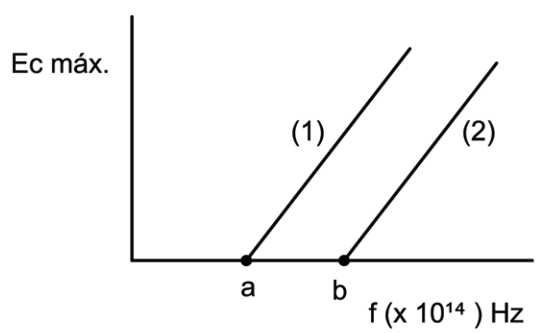
$$^{c}_{d}Y +^{11}_{5} B \rightarrow 3\,^{4}_{2}He$$

Determina, a, b, c y d, y el nombre de los elementos X e Y.

Respuesta:

En la primera reacción tendremos: 2 + 3 = a + 1 y 1 + 1 = b + 0, con lo que a = 4 y b = 2. Para la segunda reacción, se cumple que: c + 11 = 12 y d + 5 = 6. Así pues, c = 1 y d = 1. El elemento X es el Helio y el Y, es un protón

7. En un experimento de efecto fotoeléctrico, la luz puede incidir sobre un cátodo de Cesio (Cs) o de Zinc (Zn). Al representar la energía cinética máxima de los electrones frente a la frecuencia O de la luz, se obtienen las rectas mostradas en la figura. Cuando la longitud de onda de la luz incidente es λ =500 nm



, sólo se detectan electrones para el Cs, que tienen una energía cinética máxima $E_c^{máx}$= 6,63 · 10^{-20}J. Cuando λ = 250 nm se detectan electrones para ambos cátodos, siendo $E_c^{máx}$= 13,26· 10^{-20}J. para el de Zn. a) Sin realizar ningún cálculo numérico, razona a qué elemento corresponden las rectas (1) y (2) y explica el significado de los puntos de corte de estas rectas con el eje horizontal (puntos a y b). b) Calcula el trabajo de extracción de electrones del Cs y Zn y los valores de los puntos a y b. Datos: constante de Planck, h = 6,63 · 10^{-34} J·s; velocidad de la luz en el vacío, = 3 · 10^{8} m/s.

Respuesta:

a) La recta (1) corresponderá al Cs, que es el elemento para el que la emisión fotoeléctrica tiene lugar con una menor frecuencia (mayor longitud de onda) de la radiación incidente. Por tanto, la recta (2) corresponderá al Zn. Los puntos (a) y (b) representan los valores mínimos de la frecuencia (frecuencia umbral) para los que comienza la emisión fotoeléctrica de Cs y Zn, respectivamente.

b) El trabajo de extracción se obtendrá a partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$h\nu = W_{ext} + E_c$$

despejando el trabajo de extracción en la anterior expresión, tendremos:

$$(Cs) \quad W_{ext} = \frac{hc}{\lambda} - E_c = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} - 6,63 \cdot 10^{-20} = 3,32 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$(Zn) \quad W_{ext} = \frac{hc}{\lambda} - E_c = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-7}} - 13,26 \cdot 10^{-20} = 6,63 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Los valores de los puntos (a) y (b) son los siguientes:

$$\nu_a = \frac{W_{ext}(Cs)}{h} = \frac{3,32 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$$

$$\nu_b = \frac{W_{ext}(Cs)}{h} = \frac{6,63 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$$

8. En una experiencia de efecto fotoeléctrico se ilumina un metal con luz monocromática de 500 nm y se observa que es necesario aplicar una diferencia de potencial de 0,2 V para anular totalmente la fotocorriente. Calcula la longitud de onda máxima de la radiación incidente para que se produzca el efecto fotoeléctrico en el metal. Datos: constante de Planck, 6,63·10^{-34} J· s; carga elemental, q_e = 1,6 10^{-19} C ; velocidad de la luz en el vacío, c = 3 10^8 m/s.

Respuesta:

A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} + \mathrm{qV_f}$$

tendremos, sustituyendo valores:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda_0} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2 \qquad \lambda_0 = 5,44 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

9. En una prueba médica, se le inyecta a un paciente un radiofármaco constituido por un isótopo radiactivo con periodo de semidesintegración T = 17,8 h . Para obtener la resolución deseada, en el momento de realizar la prueba la actividad de la sustancia inyectada debe ser de 2 10^8 Bq (desintegraciones/segundo). Entre la fabricación del radiofármaco y la realización de la prueba pasan 20 horas . Calcula: a) La actividad que debe tener el radiofármaco en el momento de su fabricación. b) El número inicial de núcleos de dicho isótopo y la masa que se necesita fabricar. Datos: número de Avogadro, N_A = 6,02 $10^{23} mol^{-1}$,; masa molar del isótopo, m_M = 74g/mol.

Respuesta:

a) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{0,693}{\tau} = \frac{0,693}{17,8} = 3,89 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{h}^{-1} = 1,08 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Puesto que: $\mathrm{N} = \mathrm{N_0 e^{-\lambda t}}$, podremos escribir:

$$\mathrm{A} = \lambda \mathrm{N} = \lambda \mathrm{N_0 e^{-\lambda t}} = \mathrm{A_0 e^{-\lambda t}} \qquad 2 \cdot 10^8 = \mathrm{A_0 e}^{-3,89 \cdot 10^{-2} \cdot 20}$$

Despejando, obtenemos:

$$\mathrm{A_0} = \frac{2 \cdot 10^8}{\mathrm{e}^{-3,89 \cdot 10^{-2} \cdot 20}} = 4,35 \cdot 10^8\,\mathrm{Bq}$$

b) El número inicial de núcleos es:

$$\mathrm{N_0} = \frac{\mathrm{A_0}}{\lambda} = \frac{4,35 \cdot 10^8}{1,08 \cdot 10^{-5}.} = 4,03 \cdot 10^{13}\,\text{núcleos}$$

La masa a fabricar es:

$$\mathrm{m} = \frac{4,03 \cdot 10^{13}}{6,023 \cdot 10^{23}}\,74 = 4,95 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{g}$$

10. La energía cinética de una partícula es un 50 % de su energía en reposo. Calcula su energía relativista total en función de su energía en reposo y calcula también la velocidad de la partícula. Dato: velocidad de la luz en el vacío, c = $3{\cdot}10^8$ m/s.

Respuesta:

a) La energía cinética es:

$$\mathrm{E_c = 0,5\,mc^2}$$

Por lo que la energía relativista es:

$$\mathrm{E = m_0c^2 + E_c = 1,5m_0c^2}$$

Sabiendo que:

$$\mathrm{m = 1,5\,m_0 = \gamma m_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,m_0 \qquad 1,5 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad v = 0,745\,c}$$

11. Explica brevemente en qué consisten la radiación alfa y la radiación beta. Halla razonadamente el número atómico y el número másico del elemento producido a partir del $^{218}_{84}Po$, después de emitir una partícula α y una partícula β.

Respuesta:

a) La radiaciónα está formada por núcleos de He, por tanto, posee carga positiva. La radiación β esta formada por electrones, poseyendo, por tanto, carga negativa.

$$\mathrm{^{218}_{84}Po \rightarrow ^4_2 \alpha + ^{214}_{82}X}$$

$$\mathrm{^{214}_{82}X \rightarrow ^0_{-1} \beta + ^{214}_{83} Y}$$

12. Razona cual debe ser la velocidad de un muon, para que su longitud de onda asociada (de De Broglie) sea igual que la de un electrón que se mueve a una velocidad 0,025 c. La masa del muon es 207 veces la del electrón. Considera que las velocidades son no relativistas. Deja el resultado en función de la velocidad de la luz en el vacío.

Respuesta:

a)

13. Se ha descubierto una antigua silla egipcia de madera que se desea datar. Se mide la actividad de una muestra debido al ^{14}C presente en la silla y se obtiene que es de 260 desintegraciones/día , frente a las 18 desintegraciones/hora que produce una muestra similar de madera recién talada. a) Calcula las actividades de las muestras en becquerelios (desintegraciones por segundo). Determina la edad de la silla y establece si pudo pertenecer a la reina Hetepheres I que vivió en la cuarta dinastía entre los años 2575 5 a.C. y 2551 5 a.C. b) Calcula la actividad de la muestra de la silla dentro de 2000 años y el porcentaje de núcleos de ^{14}C que se han desintegrado desde que se fabricó la silla. Dato: periodo de semidesintegración del ^{14}C : 5730 años.

Respuesta:

a) Las respectivas actividades, expresadas en Bq serán:

$$\mathrm{silla:\quad A_s = \frac{260}{86400} = 3\cdot10^{-3}Bq \qquad madera:\quad A_m = \frac{18}{3600} = 5\cdot10^{-3}Bq}$$

A partir del periodo de semidesintegración, podemos calcular la constante radiactiva:

$$\lambda = \frac{0,693}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}$$

Comparando las actividades, tendremos:

$$3 \cdot 10^{-3} = \lambda \mathrm{N} \qquad 5 \cdot 10^{-3} = \lambda \mathrm{N}_0$$

De donde deducimos que el número actual de núcleos equivale a los tres quintos del número inicial, por lo que podremos escribir:

$$\frac{3}{5}\,\mathrm{N}_0 = \mathrm{N}_0 \mathrm{e}^{-1,21\cdot 10^{-4}\mathrm{t}}$$

Despejando, obtenemos: t = 4225 año, por lo que el año de procedencia sería: 2018 - a = 4225; a = -2207 (2207 a.C.), por lo que no pudo pertenecer a la reina Hetepheres I.

b) El número de núcleos dentro de 2000 años, considerando los 4225 años de antigüedad de la muestra en la actualidad, será:

$$\mathrm{N} = \mathrm{N}_0 \mathrm{e}^{-1,21\cdot 10^{-4}\cdot 6225} = 0,471\,\mathrm{N}_0$$

Por lo que el porcentaje de núcleos restantes será el 47,1 % , y el de núcleos desintegrados será el 100 - 47,1 = 52,9 %

Sabiendo que en la actualidad el número de núcleos y la actividad de la muestra son:

$$\mathrm{N} = \mathrm{N}_0 \mathrm{e}^{-1,21\cdot 10^{-4}\cdot 4225} = 0,6\,\mathrm{N}_0 \qquad \mathrm{A} = \lambda \cdot 0,6\,\mathrm{N}_0 = 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Bq}$$

Dentro de 2000 años, la actividad será:

$$\mathrm{A}_{2000} = \lambda \cdot 0,471\,\mathrm{N}_0 = \mathrm{x}$$

$$\frac{\lambda \cdot 0,471\,\mathrm{N}_0}{\lambda \cdot 0,6\,\mathrm{N}_0} = \frac{\mathrm{x}}{3 \cdot 10^{-3}} \qquad 2,36 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Bq}$$

14. La energía cinética relativista de un electrón es el doble de su energía en reposo. Calcula su energía total y su velocidad en unidades del SI. Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; masa del electrón, $9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg.

Respuesta:

La energía cinética relativista será

$$\mathrm{E_c} = \mathrm{mc}^2 - \mathrm{m_0c}^2 = 2\,\mathrm{m_0c}^2 \qquad \mathrm{mc}^2 = 3\,\mathrm{m_0c}^2 \qquad \mathrm{m} = 3\,\mathrm{m}_0$$

Puesto que la masa relativista es:

$$\mathrm{m} = \gamma \mathrm{m}_0 = \frac{\mathrm{m}_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}} = 3\,\mathrm{m}_0 \qquad \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}} = 3$$

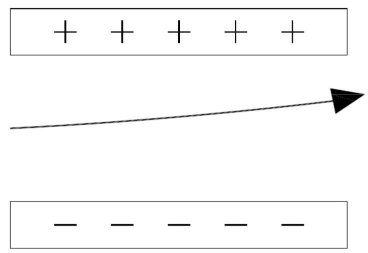
Con lo que la velocidad será: v = 0,943 c = $2{,}83\cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

La energía total será:

$$\mathrm{mc}^2 = 3\,\mathrm{m_0c}^2 = 3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 2,457 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}$$

15. Completa la reacción (determinando Z y X) sabiendo que la partícula emitida sigue la trayectoria representada en la gráfica cuando pasa por un campo eléctrico uniforme. ¿De qué tipo de desintegración y partícula se trata?

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow ^{14}_{\mathrm{Z}}\mathrm{N} + \mathrm{X}$$



Teniendo en cuenta que la partícula X se desvía hacia la placa positiva, su carga debe ser negativa. Así pues, se trata de una partícula β, con lo que la reacción quedará así:

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow ^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{0}_{-1}\beta$$