PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

11 de octubre de 2017

Nota: Se proporcionan los valores de las siguientes constantes físicas:

Velocidad de la luz en el vacío c = $3.0\ 10^8$ m s^{-1}; Masa del protón m_p= $1.7\ 10^{-27}$ kg; Constante de gravitación universal G = $6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; Masa del electrón m_e= $9.1\ 10^{-31}$ kg; Constante de Coulomb k = $9.0\ 10^9$ N m^2 C^{-2}; Carga del protón q_p= $1.6\ 10^{-19}$ C; Constante de Planck h = $6.63\ 10^{-34}$ J s; Carga del electrón q_e= $-1.6\ 10^{-19}$ C; Radio de la Tierra R_T = 6370 km; Masa de la Tierra M_T = $5.97.10^{24}$ kg

1. Gravitación.

1. Un satélite de 500 kg realiza una órbita circular alrededor de la tierra a una altura de 230 km sobre la superficie terrestre. Determina: a) El periodo del satélite y su velocidad orbital. b) La energía potencial y mecánica del satélite en la órbita.

   Respuesta:

   a) El periodo se puede deducir de la Tercera Ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2\left[(6,37+0,23)10^6\right]^3}{6,7\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}}} = 5326,8\,\mathrm{s}$$

   La velocidad orbital será:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,7\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}}{(6,37+0,23)10^6}} = 7784,9\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   b) La energía potencial es:

$$U = -\frac{GHm}{r} = -\frac{6,7\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}\cdot 500}{(6,37+0,23)10^6} = -3,03\cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

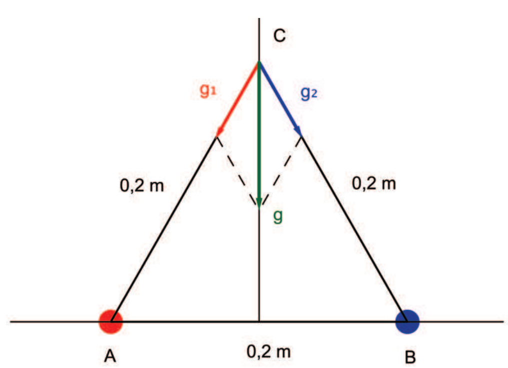
   La energía total tiene el valor:

$$E = -\frac{GHm}{2r} = -\frac{6,7\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}\cdot 500}{2(6,37+0,23)10^6} = -1,51\cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

2. En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 20 m se sitúan dos masas puntuales de 30 kg cada una. a) Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el vértice libre C del triángulo. b) Calcular la fuerza sobre una masa puntual de 10 kg, situada en ese vértice libre. c) Hallar el potencial gravitatorio en dicho vértice libre C.

   Respuesta:

   a) La representación gráfica es la siguiente: dado que las masas son iguales, así como sus respectivas



   distancias al vértice C, podremos poner:

$$|\overrightarrow{g_1}| = |\overrightarrow{g_2}| = \frac{6,7\cdot 10^{-11}\cdot 30}{0,2^2} = 5\cdot 10^{-8}\mathrm{N/kg}$$

$$\overrightarrow{g} = \overrightarrow{g_1} + \overrightarrow{g_2} = |\overrightarrow{g_1}|\,\overrightarrow{u_1} + |\overrightarrow{g_2}|\,\overrightarrow{u_2}$$

Por razones de simetría, veremos que las componentes horizontales de g se anulan entre sí. La componente vertical de cada uno de los vectores campo será:

$$\overrightarrow{g_{1y}} = \overrightarrow{g_{2y}} = -5 \cdot 10^{-8} \cdot \cos 30^{\circ}\,\overrightarrow{j}$$

(30° es el ángulo que forma cada uno de los vectores g con el eje Y). Así pues: $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{g_{1y}} + \overrightarrow{g_{2y}} = 2(-5 \cdot 10^{8} \cdot \cos 30^{\circ})\,\overrightarrow{j} = -8,66 \cdot 10^{-7}\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N/kg}$

b) La fuerza sobre una masa de 10 kg, situada en el vértice C será:

$$\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{g} = 10\,(-8,66 \cdot 10^{-7}\,\overrightarrow{j}\,) = -8,66 \cdot 10^{-6}\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}$$

c) El potencial gravitatorio en C será:

$$V_C = V_1 + V_2 = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 30}{0,2} + \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 30}{0,2} = -2 \cdot 10^{-8}\mathrm{N \cdot m \cdot kg^{-1}}$$

3. Se desea poner un satélite de comunicaciones de 1000 kg de masa en una órbita circular a 300 km sobre la superficie de la Tierra. a) ¿Qué velocidad, periodo y aceleración debe tener en esa órbita? b) ¿Cuánto trabajo se requiere para poner el satélite en órbita ? c) ¿Cuánto trabajo adicional se necesitaría para que el satélite escapará de la influencia de la tierra?

Respuesta:

a) El radio de la órbita será: $\mathrm{r} = \mathrm{r}_T + \mathrm{h} = 6,37 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 = 6,67 \cdot 10^6$ m. La velocidad de la órbita será:

$$\sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,67 \cdot 10^6}} = 7726,6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

El periodo valdrá:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi \cdot 6,67 \cdot 10^6}{7726,6} = 5424\,\mathrm{s}$$

La aceleración es:

$$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,67 \cdot 10^6)^2} = 8,95 \cdot \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$\frac{-\mathrm{GMm}}{\mathrm{r_t}} + \mathrm{E} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} \qquad \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{6,37 \cdot 10^6} + \mathrm{E} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^6}$$

$$\mathrm{E} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^6} = 3,27 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

c) Para que el satélite abandone la influencia de la Tierra, tendremos que realizar un trabajo W, tal que:

$$\frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^6} + \mathrm{W} = 0 \qquad \mathrm{W} = 2,99 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

Puesto que en el infinito, la energía total del satélite valdrá cero.

4. Marte tiene una masa de $6.42.10^{23}$ kg es decir unas 0.107 veces la masa de la Tierra y un radio de 3400 km, es decir, unas 0.533 veces el radio terrestre. a) Determina el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte. b) Halla la velocidad de escape desde la superficie del planeta.

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte será:

$$\mathrm{g_M} = \frac{\mathrm{G} \cdot 0,107\,\mathrm{m_T}}{(0,533\,\mathrm{r_T})^2} = 9,8\,\frac{0,107}{0,533^2} = 3,69\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La velocidad de escape tendrá el valor:

$$\mathrm{v_e} = \sqrt{\frac{2\mathrm{Gm_M}}{\mathrm{r_m}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{3,4 \cdot 10^6}} = 5018,9\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. En una cuerda se genera una onda transversal que se traslada a 12 m/s en el sentido negativo del eje x. El foco que origina la onda está situado en x = 0, y vibra con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. El foco se encuentra en la posición de amplitud nula en el instante inicial. a) Determinar la ecuación de la onda en unidades SI. b) Calcular la diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 80 cm.

Respuesta:

a) La expresión general de la ecuación de la onda tendrá la forma: $y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0)$. Con los datos del enunciado, podremos poner que:

$$A = 0,04\,\mathrm{m} \quad \omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 12 = 24\pi\, s^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{24\pi}{12} = 2\pi\,\mathrm{m^{-1}}$$

Teniendo en cuenta, además, que para$t = 0$, y $x = 0$,$y = 0$, veremos que: $0 = 0,04\,\mathrm{sen}\,\varphi_0$, por lo que $\varphi_0 = 0$. La ecuación de la onda será, pues:

$$y = 0,04\,\mathrm{sen}\,(24\pi t + 2\pi x)$$

El signo + delante del términokx se debe a que la onda se propaga en sentido negativo del eje X.

b)La longitud de onda es: $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{12}{12} = 1\,\mathrm{m}$. Teniendo en cuenta que a una longitud de onda le corresponde una diferencia de fase de 2πradianes, podremos poner:

$$\frac{1\,\mathrm{m}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = \frac{0,8\,\mathrm{m}}{\varphi\,\mathrm{rad}} \longrightarrow \varphi = 1,6\pi\,\mathrm{rad}$$

2. En una cuerda se propaga una onda armónica transversal cuya ecuación (en unidades del SI) viene dada por la siguiente función: y (x, t) = 20 sen $(-\frac{\pi}{2}\,\mathrm{t} + \frac{\pi}{4}\mathrm{x})$. a) Determinar la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación. b) Razonar el sentido de propagación de la onda y hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de π/2 rad.

Respuesta:

a) De los datos del enunciado se deduce:

$$\omega = \frac{\pi}{2} = 2\pi\nu \rightarrow \nu = 0,25\,\mathrm{s^{-1}} \quad \mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \rightarrow \lambda = 8\,\mathrm{m} \quad \mathrm{v} = \frac{\omega}{\mathrm{k}} = \frac{\pi/2}{\pi/4} = 2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) teniendo en cuenta que a una longitud de onda (8 m) corresponde una diferencia de fase de 2π radianes, podremos poner:

$$\frac{8\,\mathrm{m}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = \frac{x\,\mathrm{m}}{\pi/2\,\mathrm{rad}} \qquad x = 2\,\mathrm{m}$$

3. . Un alumno estudia la propagación de ondas transversales en una cuerda y determina que se propaga hacia su derecha con una frecuencia de 2 Hz. La amplitud que observa es de 15 cm y la distancia que mide entre dos máximos idénticos consecutivos es de 80 cm. Suponer la elongación en la posición inicial en t = 0 nula. Se pide: a) La ecuación de la onda en unidades SI. b) Distancia entre dos puntos con una diferencia de fase de $\pi/2$ radianes.

Respuesta:

a) De los datos del enunciado, se deduce lo siguiente:

$$\nu = 2\,\mathrm{Hz} \quad \mathrm{A} = 0,15\,\mathrm{m} \quad \lambda = 0,8\,\mathrm{m}$$

La ecuación de la onda será:

$$\mathrm{y} = 0,15\,\mathrm{sen}\left(2\pi\nu\mathrm{t} - \frac{2\pi}{\lambda}\mathrm{x} + \varphi_0\right) = 0,15\,\mathrm{sen}\,(4\pi\mathrm{t} - 2,6\pi\mathrm{x} + \varphi_0)$$

Puesto que, para t = 0 y x = 0, y = 0, tendremos que: 0 = 0,15 sen φ_0 , con lo que $\varphi_0 = 0$. La ecuación de la onda quedará, finalmente, así:

$$0,15\,\mathrm{sen}\,(4\pi\mathrm{t} - 2,6\pi\mathrm{x})$$

b) Puesto que, a una longitud de onda le corresponde una diferencia de fase de 2π radianes, podremos escribir:

$$\frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{0,8\,\mathrm{m}} = \frac{\pi/2\,\mathrm{rad}}{\mathrm{x}\,\mathrm{m}} \qquad \mathrm{x} = 0,2\,\mathrm{m}$$

4. La función de una onda armónica transversal que se mueve sobre una cuerda viene dada por la expresión: y (x, t) = 0.3 sen (2.2 x − 3.5 t). Las longitudes se expresan en metros y los tiempos en segundos a) ¿En qué dirección se propaga esta onda y cuál es su velocidad? b) Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de esta onda. c) ¿Cuál es la velocidad máxima de cualquier segmento de cuerda?

Respuesta:

a) La onda se propaga de izquierda a derecha a lo largo del eje X. Su velocidad se obtiene de:

$$\mathrm{v} = \frac{\omega}{\mathrm{k}} = \frac{3,5}{2,2} = 1,59\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

b) Sabiendo el valor de k, que es 2,2, tendremos: $2,2 = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, de donde obtenemos: $\lambda = \dfrac{2\pi}{2,2} = 2,86\,\mathrm{m}$.

Conocido el valor deω, que es 3,5, tendremos: $3,5 = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{T}$, con lo que podremos escribir:

$$\nu = \frac{3,5}{2\pi} = 0,56\,\mathrm{s}^{-1} \qquad \mathrm{T} = \frac{1}{0,56} = 1,79\,\mathrm{s}$$

c) La velocidad de vibración de cualquier punto de la cuerda es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,3\,(-3,5)\cos(2,2\,\mathrm{x} - 3,5\,\mathrm{t})$$

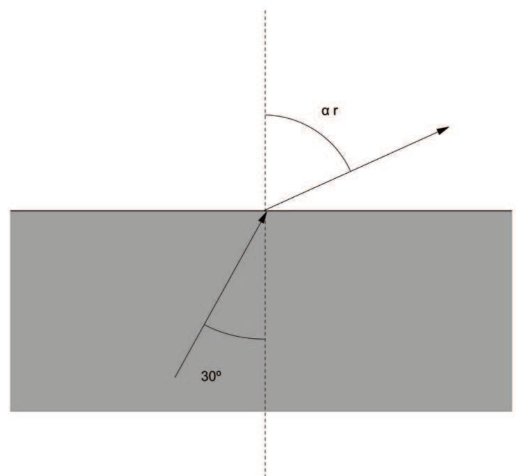
La velocidad máxima para cualquier punto de la cuerda será, pues: v = 0,3·3,5 = 1,05 $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

3. Óptica.

1. Un rayo de luz monocromática de longitud de onda 200 nm (1nm $= 10^{-9}$ m) en un medio de índice 2.5 alcanza una superficie de separación (plana) con agua (índice 1.33) incidiendo con un ángulo de 30 º respecto a la normal a dicha superficie. a) Dibujar un esquema, cualitativamente correcto del proceso descrito y calcular el ángulo de refracción que experimenta el rayo. b) Calcular la longitud de onda de la luz que atraviesa el agua, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales. c) Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.

Respuesta:

a) El esquema podría ser el siguiente:



b) Para conocer la longitud de onda de la luz en el agua, debemos conocer su frecuencia, que es independiente del medio de propagación. Tendremos, así, que:

$$\lambda_m = 2 \cdot 10^{-7} = \frac{3 \cdot 10^8/2,5}{\nu} \longrightarrow \nu = 6 \cdot 10^{14}\text{s}^{-1}$$

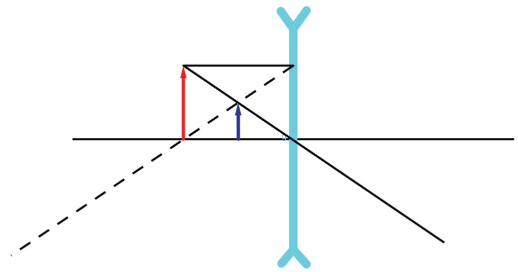
Con este dato, podremos escribir:

$$\lambda_a = \frac{v}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8/1,33}{6 \cdot 10^{14}} = 3,76 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

2. Supongamos un sistema óptico consistente en una lente divergente delgada que tiene una distancia focal en valor absoluto de 8 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen que se obtiene de un objeto de altura 2.5 cm que se sitúa a una distancia de 12 cm de la lente: a) Cualitativamente mediante trazado de rayos. b) Cuantitativamente mediante el uso de las fórmulas correspondientes.

Respuesta:

a) El diagrama de rayos es el siguiente:



b) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{-0,12} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,08} \rightarrow {\color{red} s' = -0,048\,\mathrm{m}}$$

El aumento lateral es:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad y' = 0,025\,\frac{-0,048}{-0,12} = {\color{red} 0,01\,\mathrm{m}}$$

Con la representación gráfica y los datos numéricos podemos afirmar que la imagen es **menor**, **derecha** y **virtual**.

3. . A 12 cm de una lente delgada convergente se sitúa un objeto de 2 cm de altura y produce una imagen a 14 cm a la derecha de la lente: a) Calcúlese, mediante las fórmulas correspondientes, la distancia focal y el tamaño de la imagen. b) Realizar el análisis cualitativo mediante el trazado de rayos de la naturaleza de la imagen formada.

   Respuesta:

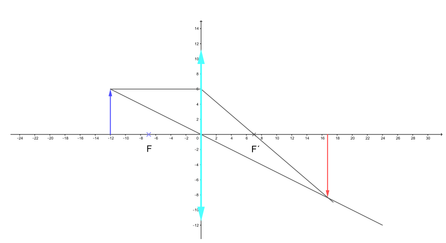
   a) Aplicando la ecuación d las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,12} - \frac{1}{0,14} = -\frac{1}{f'} \qquad f' = {\color{red} 0,065\,\mathrm{m}}$$

   Mediante la fórmula del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y}'}{0,02} = \frac{0,14}{-0,12} \qquad y' = {\color{red} 0,023\,\mathrm{m}}$$

   b) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Un material de caras planas y paralelas tiene un espesor d y un índice de refracción de 1.45. Si lo colocamos entre agua (n = 1.33) y aire (n = 1) e incidimos con un rayo de luz monocromática de frecuencia 4.5 10^{14} Hz desde el agua en el material, determinar: a) La longitud de onda del rayo en el agua y en el material. b) El ángulo de incidencia a partir del cual se produce reflexión total interna en

la segunda cara.

Respuesta:

a) La velocidad de la luz en el agua y en el material son, respectivamente:

$$v_a = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \qquad v_m = \frac{3 \cdot 10^8}{1,45} = 2,07 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Con estos datos, las longitudes de onda respectivas serán:

$$\lambda_a = \frac{2,26 \cdot 10^8}{4,5 \cdot 10^{14}} = 5,02 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \qquad \lambda_m = \frac{2,07 \cdot 10^8}{4,5 \cdot 10^{14}} = 4,6 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

b) Para que se produzca reflexión total en la segunda cara, debe cumplirse:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_2}{\operatorname{sen} 90^{\circ}} = \frac{1}{1,45} \qquad \operatorname{sen}\alpha_2 = 0,69$$

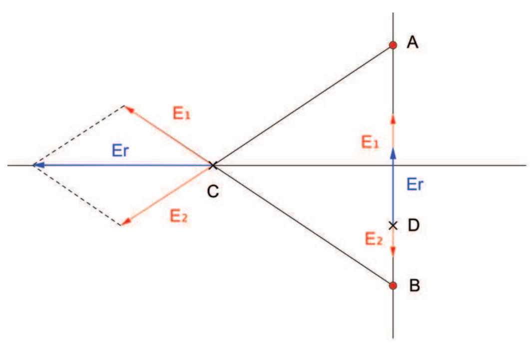
Este ángulo es, a su vez, el ángulo de refracción en la primera cara (aire/material). Aplicando nuevamente la ley de Snell, tendremos:

$$\frac{sen\,\alpha_1}{0,69} = \frac{1,45}{1,33} \qquad sen\,\alpha_1 = 0,75 \qquad \alpha_1 = 48,6^{\circ}$$

4. Electromagnetismo.

1. Dos cargas puntuales iguales de +2µC se encuentran en los puntos A (0, 2) m y B (0, –2) m. Calcula: a) El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3, 0) m y D (0,-1) m. b) Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de +3µC desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C ?

Respuesta: a) La representación gráfica es la siguiente: dada la situación de las cargas en A y en B,



la intensidad de campo creada en el punto C tendrá el mismo módulo para ambas, es decir:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{3^2 + 2^2})^2} = 1384,6\,\mathrm{N/C}$$

Las componentes verticales son iguales y opuestas, por lo que la intensidad de campo resultante será:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = -2 \cdot 1384,6 \cdot \cos\alpha\,\overrightarrow{i}$$

Siendo α el ángulo que forma cualquiera de los dos vectores campo con el eje X. Su valor es:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \alpha = 33,7^{\circ}$$

Sustituyendo este valor:

$$\vec{E} = -2 \cdot 1384,6 \cdot 0,832\,\vec{i} = -2304\,\vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

En el punto D, tendremos:

$$\vec{E_1} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3^2}\,\vec{j} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2^2}\,\vec{j} = 2500\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

Los potenciales respectivos en C y D serán:

$$V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} = 9984,6\,\mathrm{V} \qquad \mathrm{V_D} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2} = 15000\,\mathrm{V}$$

b) Para trasladar una carga desde el infinito hasta el punto C, el trabajo necesario será:

$$W = q(V_\infty - V_C) = 3 \cdot 10^{-6}(0 - 9984,6) = -0,03\,\mathrm{J}$$

El signo negativo indica que el trabajo debe ser realizado por una fuerza externa que se opone al campo. Para trasladar la carga desde D hasta C, el trabajo será:

$$W = q(V_D - V_C) = 3 \cdot 10^{-6}(15000 - 9984,6) = 0,015\,\mathrm{J}$$

El signo positivo del trabajo nos indica, en este caso, que dicho trabajo es realizado por el campo eléctrico.

2. Un campo magnético espacialmente uniforme y que varia con el tiempo según la expresión B(t) = 2.4 cos (4 t) (en unidades del S.I.) atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 15 cm. a) Determinar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo. b) Hallar la fuerza electromotriz máxima.

Respuesta:

a) El área de la espira será: S = $0{,}15^2 = 2,25 \cdot 10^{-2}$ $\mathrm{m^2}$ El flujo magnético será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 2,4 \cdot 2,25 \cdot 10^{-2} \cos 4t = 0,054 \cos 4t\ \mathrm{wb}$$

b) La fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -0,054 \cdot 4\,[-\operatorname{sen}(4t)] \longrightarrow \varepsilon_{max} = 0,054 \cdot 4 = 0,216\,\mathrm{V}$$

3. Un protón con velocidad $\vec{v} = 5.10^6\,\vec{i}$, en m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético $\vec{B}$ = 1 $\vec{j}$ T. a) Obtén la fuerza que actúa sobre el protón. b) Obtén el radio de la trayectoria. c) Calcula el tiempo que tardaría en realizar una vuelta.

Respuesta:

a) La fuerza sobre el protón es:

$$\vec{F} = \mathrm{q}\vec{v} \times \vec{B} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1\,\vec{k} = 8 \cdot 10^{-13}\,\vec{k}\ \mathrm{N}$$

b) El radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1{,}710^{-27} \cdot 5 \cdot 10^{6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} = 0,047\,\text{m}$$

c) El tiempo que invierte en dar una vuelta tiene el valor:

$$t = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,047}{5 \cdot 10^{6}} = 5,91 \cdot 10^{-8}\text{s}$$

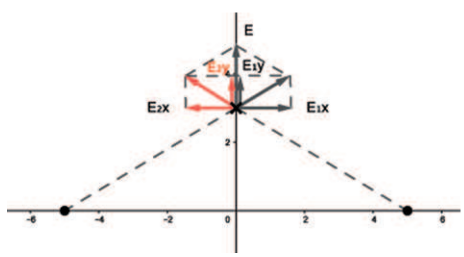
4. . Dos cargas positivas idénticas de valor $q_1 = q_2 = 4.0\ \mu C$ ($1\mu C = 10^{-6}C$) están situadas sobre el eje x en las posiciones $x_1 = -5$ cm y $x_2 = 5$ cm. a) Calcular el vector campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto (x = 0, y = 3 cm). Representarlo gráficamente. b) ¿Cuál es la fuerza que experimentaría una carga de 2 µC colocada en las coordenadas (x = 5, y = 3) en cm.? c) Explica brevemente el "principio de superposición".

Respuesta:

a) El módulo del campo eléctrico creado por cada una de las cargas es:

$$E_1 = E_2 = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 4,0 \cdot 10^{-6}}{0,05^{2} + 0,03^{2}} = 1,06 \cdot 10^{7} N \cdot C^{-1}$$

La representación gráfica es la siguiente:



En la anterior representación podemos observar que las componentes horizontales de E_1 y E_2 se anulan entre sí , con lo que el campo resultante será: $\overrightarrow{E_r} = (E_{1y} + E_{2y})\,\overrightarrow{i}$. Puesto que las componentes verticales son iguales entre sí, podremos poner: $E_{1y} = E_{2y} = E_1 \text{sen}\,\alpha$, siendo $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$. Así pues, tendremos:

$$\overrightarrow{E_r} = (2 \cdot E_1 \,\text{sen}\,\alpha)\,\overrightarrow{j} = 2 \cdot 1,06 \cdot 10^{7}\frac{3}{5} = 1,27 \cdot 10^{7}\,\overrightarrow{j}\,N \cdot C^{-1}$$

b) El módulo de la fuerza debida a la primera carga será:

$$\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 4 \cdot 10^{-6} 2 \cdot 10^{-6}}{0,1^{2} + 0,03^{2}} = 6,61\,N$$

La fuerza $\overrightarrow{F_1}$ será: $\overrightarrow{F_1} = 6,61 \cdot \text{sen}\beta\,\overrightarrow{i} + 6,61 \cdot \cos\beta\,\overrightarrow{j}$, siendo sen $\beta = \frac{3}{10}$ y cos $\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{10}\right)^{2}} = 0,95$, es decir:

$$\overrightarrow{F_1} = 6,61 \cdot 0,3\,\overrightarrow{i} + 6,61 \cdot 0,95\,\overrightarrow{j} = 1,98\,\overrightarrow{i} + 6,28\,\overrightarrow{j}$$

La fuerza F_2 será:

$$\overrightarrow{F_2} = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,03^{2}}\,\overrightarrow{j} = 80\,\overrightarrow{j}$$

La fuerza resultante será pues:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 1,98\,\overrightarrow{i} + 6,28\,\overrightarrow{j} + 80\,\overrightarrow{j} = 1,98\,\overrightarrow{i} + 86,28\,\overrightarrow{j}$$

c)

5. Física moderna.

1. La función trabajo de un cierto metal es $6.0.10^{-19}$ J, calcula: a) La frecuencia umbral. b) Si se ilumina el metal con una luz incidente de 320 nm (1nm = 10^{-9} m) calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos. c) Si la longitud de onda de luz incidente se reduce a la mitad, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos?

   Respuesta:

   a) la frecuencia umbral será:

   $$\nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,1 \cdot 10^{14} \mathrm{s}^{-1}$$

   b) la ecuación del efecto fotoeléctrico puede escribirse también de la forma:

   $$\frac{hc}{\lambda} = W_{ext} + \frac{1}{2} mv^2$$

   Sustituyendo valores:

   $$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 \quad \text{obteniéndose :} \quad \mathrm{v} = 2,03 \cdot 10^5 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

   c) Si λ = 1,6·10^{-7} m, tendremos:

   $$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 \quad \text{obteniéndose :} \quad \mathrm{v} = 1,18 \cdot 10^6 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Una muestra de una sustancia radiactiva presenta una actividad inicial de $6.2.10^7$ Bq y de $1.6.10^7$ Bq cuando han transcurrido 12 días. a) Calcular la constante de desintegración y el periodo de semidesintegración de dicha sustancia b) La actividad de una segunda muestra de la misma sustancia es de $2.8.10^8$ Bq cuando han transcurrido 20 días. Hallar cuántos núcleos radiactivos había inicialmente en esta segunda muestra. Datos: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

   Respuesta:

   a) Teniendo en cuenta la expresión:

   $$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

   Sustituyendo valores,

   $$1,6 \cdot 10^7 = 6,2 \cdot 10^7 e^{-\lambda \cdot 12} \qquad \lambda = \frac{\ln(1,6/6,2)}{12} = 0,113\,\text{días}^{-1}$$

   El periodo es:

   $$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{0,113} = 6,13\,\text{días}$$

   b) Al cabo de 20 días, la actividad es de $2.8.10^8$ Bq. la actividad inicial se calcula a partir de la igualdad:

   $$2,8 \cdot 10^8 = A_0 e^{-0,113 \cdot 20} \qquad A_0 = 2,68 \cdot 10^9 \mathrm{Bq}$$

   teniendo en cuenta que $A = \lambda N$, tendremos:

   $$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{2,68 \cdot 10^9}{0,113} = 2,37 \cdot 10^{10}\text{núcleos}$$

3. El período de semidesintegración de un elemento radiactivo es de 5.3 años y se desintegra emitiendo una partícula β. Calcula: a) El tiempo que tarda la muestra en convertirse en el 80 % de la original. b) La actividad radiactiva de una muestra de 10^{15} átomos transcurridos 2 años. c) Describir brevemente el proceso de desintegración en el que se emite una partícula β.

Respuesta:

a) La constante de desintegración tiene el valor:

$$\lambda = \frac{0,693}{\mathrm{T}} = \frac{0,693}{5,3} = 0,131\,\text{años}^{-1}$$

Aplicando la ley de la desintegración radiactiva:

$$0,8\,\mathrm{N_0} = \mathrm{N_0 e^{-0,131t}} \qquad \mathrm{t} = 1,70\,\text{años}$$

b) Al cabo de 2 años, el número de núcleos restantes será:

$$\mathrm{N} = 10^{15}\mathrm{e}^{-0,131\cdot 2} \qquad \mathrm{N} = 7,69\cdot 10^{14}\,\text{núcleos}$$

La actividad de la muestra será, entonces: $\mathrm{A} = \lambda\,\mathrm{N} = 0{,}131\cdot\, 7,69\cdot 10^{14} = 1,00\cdot 10^{14}\,\mathrm{Bq}$

c) En este proceso, un neutrón se descompone en un protón, un electrón y un antineutrino electrónico, lo que se representa de la siguiente forma:

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1H + {}^0_{-1}\beta + \overline{\nu_e}$$

4. El trabajo de extracción de un metal es 3.2 eV (1 eV = $1.6.10^{-19}$ J). Sobre él incide radiación de longitud de onda λ = 340 nm (1 nm = 10^{-9} m). Calcula: a) La frecuencia umbral y la velocidad máxima con la que son emitidos los electrones. b) Si la longitud de onda se reduce a la tercera parte, ¿cuál es, en su caso, la nueva velocidad máxima que adquieren los electrones? c) Describir el concepto de frecuencia umbral y su relación con la hipótesis cuántica de Planck.

Respuesta:

a) El trabajo de extracción, expresado en julios, es: $\mathrm{E} = 3{,}2\cdot 1,6\cdot 10^{-19} = 5{,}12\cdot 10^{-19}$. La frecuencia umbral será:

$$\nu_0 = \frac{5,12\cdot 10^{-19}}{6,63\cdot 10^{-34}} = 7,72\cdot 10^{14}\,\mathrm{s^{-1}}$$

La energía de la radiación incidente es: $\mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot \dfrac{3\cdot 10^8}{3,4\cdot 10^{-7}} = 5,85\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$. La velocidad de los electrones emitidos será:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2(\mathrm{E}-\mathrm{E_0})}{\mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{2(5,85\cdot 10^{-19} - 5,12\cdot 10^{-19})}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 4,00\cdot 10^5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

b) Si la longitud de onda se reduce a la tercera parte, la energía de la radiación incidente será:

$$\mathrm{E_2} = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot \frac{3\cdot 10^8}{3,4\cdot 10^{-7}/3} = 1,76\cdot 10^{-18}\mathrm{J}$$

La nueva velocidad de los electrones emitidos tendrá el valor:

$$\mathrm{v_2} = \sqrt{\frac{2(\mathrm{E}-\mathrm{E_0})}{\mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{2(1,76\cdot 10^{-18} - 5,12\cdot 10^{-19})}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 1,66\cdot 10^6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

c) La frecuencia umbral es la mínima frecuencia que debe tener la radiación incidente sobre una superficie para que se produzca la emisión fotoeléctrica. Este concepto representa una prueba de la naturaleza corpuscular de la luz .La teoría cuántica establece que la radiación electromagnética está constituida por cuantos de energía, de valor E = hν. Al irradiar la superficie de un metal con luz de una determinada frecuencia, puede producirse la emisión electrones de la misma o, no tener lugar dicha emisión, en función de la frecuencia de la radiación incidente.