

# PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

13 de julio de 2018

## 1. Gravitación.

1. Un satélite de 900 kg describe una órbita circular de radio  $3R_{Tierra}$ . a) Calcula la aceleración del satélite en su órbita. b) Deduce y calcula la velocidad orbital para dicho satélite. c) Calcula la energía del satélite en su órbita. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2}$ ;  $M_{Tierra} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{Tierra} = 6370 \text{ km}$ .

**Respuesta:**

- a) La aceleración del satélite en su órbita es:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 6,37 \cdot 10^6)^2} = 1,09 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- b) Aplicando el Segundo Principio de la Dinámica, tendremos:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{3 \cdot 6,37 \cdot 10^6}} = 4564,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c) La energía del satélite es la siguiente:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 900}{2 \cdot 3 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 9,38 \cdot 10^9 \text{ J}$$

2. Un pequeño satélite artificial de 1000 kg de masa, destinado a la detección de incendios, describe una órbita circular alrededor de la Tierra cada 90 minutos. Calcule: a) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite. b) La velocidad y la aceleración del satélite en su órbita. c) La energía que se necesita suministrar al satélite, para posicionarlo en una nueva órbita circular, situada 400 km sobre la superficie de la Tierra. Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

**Respuesta:**

- a) A partir de la expresión del periodo de la órbita:

$$t = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

Podemos deducir el radio de aquella.

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} (90 \cdot 60)^2}{4\pi^2}} = 6,65 \cdot 10^6 \text{ m}$$

La altura respecto a la superficie terrestre será, pues:

$$h = r - r_T = 6,65 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 280000 \text{ m}$$

- b) La velocidad del satélite es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,65 \cdot 10^6}} = 7738 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La aceleración es:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,65 \cdot 10^6)^2} = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c) La energía en la órbita inicial es:

$$E_1 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,65 \cdot 10^6} = -3 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La energía en la nueva órbita es:

$$E_2 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,77 \cdot 10^6} = -2,94 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La energía necesaria será:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -2,94 \cdot 10^{10} - (-3 \cdot 10^{10}) = 6 \cdot 10^8 \text{ J}$$

3. Considere dos electrones separados una distancia arbitraria  $r$  y determine el cociente entre los módulos de la fuerza gravitatoria y de la fuerza electrostática que se ejercen mutuamente ambos electrones. Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$   $q_e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

**Respuesta:**

Los respectivos módulos de las fuerzas gravitatoria y electrostática entre ambos electrones serán:

$$F_g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} (9,11 \cdot 10^{-31})^2}{r^2} \quad F_e = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{r^2}$$

El cociente será:

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} (9,11 \cdot 10^{-31})^2}{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 2,4 \cdot 10^{-43}$$

4. Un pequeño satélite de masa 100 kg describe una órbita circular de radio 24000 km en torno a la Tierra. Determine el módulo de la fuerza gravitatoria que sufre el satélite debido a la interacción con la Tierra y con la Luna cuando se encuentran los tres cuerpos alineados en la forma Luna-satélite-Tierra. La distancia Tierra-Luna es de 384400 km. Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_{Tierra} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $M_{Luna} = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ .

**Respuesta:**

Cuando los tres cuerpos se encuentran alineados, el satélite se encontrará a una distancia de 24000 km respecto al centro de la Tierra, y  $384400 - 24000 = 360400 \text{ km}$  del centro de la Luna. En estas condiciones, el módulo de la fuerza gravitatoria sobre el satélite debida a la Tierra y la Luna será:

$$F = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(2,4 \cdot 10^7)^2} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 100}{(3,604,4 \cdot 10^8)^2} \simeq 69,25 \text{ N}$$

5. Se lanza un satélite artificial, desde la superficie de un planeta recientemente colonizado, hacia una región del espacio libre de la influencia gravitatoria de los otros cuerpos celestes. La masa del planeta es dos veces la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. El satélite se lanza con una velocidad de 18 km/s. a) Calcule la velocidad de escape del planeta ¿Se escapa el satélite artificial de dicho planeta? b) Si en el momento del lanzamiento el satélite tiene una energía cinética de  $10^{11} \text{ J}$ , calcule su masa y la fuerza que ejerce el planeta sobre él. c) Admitiendo que el satélite queda ligado al planeta en una órbita circular, y recordando que fue lanzado con una velocidad de 18 km/s, calcule el radio de dicha órbita. Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_{Tierra} = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{Tierra} = 6371 \text{ km}$ .

**Respuesta:**

a) La velocidad de escape del planeta es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6 / 2}} = 22380 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El satélite **no escapa de la atracción gravitatoria del planeta**, pues la velocidad que se le comunica es menor que la velocidad de escape.

b) La energía cinética es:

$$10^{11} = \frac{1}{2} m \cdot (1,8 \cdot 10^4)^2 \quad m = 617,3 \text{ kg}$$

c) La energía en la superficie del planeta es:

$$E = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2} mv^2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 617,3}{6,371 \cdot 10^6 / 2} + 10^{11} = -5,46 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-5,46 \cdot 10^{10} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 617,3}{2r} \quad r = 4,51 \cdot 10^6 \text{ m}$$

6. Deduzca, a partir de la segunda ley de Newton, la expresión para la velocidad  $v$  que lleva un cuerpo de masa  $m$  que describe una órbita circular de radio  $R$  alrededor de un planeta de masa  $M_p$ . Determine el radio de un planeta de masa  $M_p = 2 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ , sabiendo que un satélite orbita a su alrededor con una velocidad de  $10^2 \text{ m/s}$  a una altura de  $500 \text{ km}$ . Datos  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

**Respuesta:**

Aplicando la 2ª Ley de Newton:

$$\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Conocida la velocidad del satélite, podemos escribir:

$$10^2 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{20}}{(R + 5 \cdot 10^5)}} \quad R = 8,34 \cdot 10^5 \text{ m}$$

7. Deduzca, a partir de la ley de conservación de la energía, la expresión para la velocidad de escape de un cuerpo de masa  $m$  respecto de un planeta de masa  $M$  y radio  $R$ .

**Respuesta:**

La suma de las energías cinética y potencial en la superficie de un planeta es la siguiente:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2} mv^2$$

Cando se comunique al cuerpo la velocidad de escape, aquél se alejará hasta una distancia infinita del planeta. Si suponemos que el cuerpo llega al infinito con velocidad cero, su energía total será:

$$-\frac{GMm}{\infty} + 0 = 0$$

Igualando las energías:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2} mv^2 = 0 \quad \text{con lo que : } v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

## 2. Vibraciones y ondas.

1. Tenemos una onda armónica unidimensional que se transmite en el sentido positivo del eje X. Escribe su ecuación y explica, ayudándote de la ecuación, los conceptos de amplitud, longitud de onda y periodo.

**Respuesta:**

La ecuación de la onda que se propaga en sentido positivo del eje X tiene la forma:

$$y = A \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)$$

El signo - delante del término  $kx$  está relacionado con el sentido de propagación de la onda, en este caso, el sentido de propagación es el sentido positivo del eje X.  $A$  es la amplitud, es decir la máxima elongación de un punto.  $\omega$  es la pulsación, relacionada con el periodo de la forma:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , siendo el periodo el tiempo que un punto tarda en repetir el mismo estado de vibración. La longitud de onda,  $\lambda$ , es la distancia que existe entre dos puntos que se encuentran en el mismo estado de vibración. En la ecuación de la onda, el valor  $k$  está relacionado con la longitud de onda por la expresión:  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Por último,  $\varphi_0$  es la fase inicial, relacionada con el valor de la elongación para los valores nulos de  $x$  y  $t$ .

2. Una onda armónica senoidal transversal se propaga en sentido positivo del eje X con una frecuencia de 10 Hz, una velocidad de propagación de 20 m/s, una amplitud de 5 cm y fase inicial nula. Determine: a) La ecuación de la onda. b) La velocidad de vibración de un punto situado en  $x = 10$  cm en el instante  $t = 0,15$  s. c) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un determinado instante, es  $\pi/3$  rad.

**Respuesta:**

- a) La ecuación de la onda es la siguiente:

$$y = 0,05 \operatorname{sen}(20\pi t - \pi x)$$

- b) La velocidad de vibración es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,05 \cdot 20\pi \cos(3\pi - 0,1\pi) = -2,99 \operatorname{m} \cdot \operatorname{s}^{-1}$$

- c) La longitud de onda es:  $\lambda = v/\nu = 20/10 = 2$  m. Teniendo en cuenta que, a una longitud de onda le corresponde una diferencia de fase de  $2\pi$  radianes, podremos escribir:

$$\frac{2 \operatorname{m}}{2\pi \operatorname{rad}} = \frac{\Delta x}{\pi/3} \quad \Delta x = 1/3 \operatorname{m}$$

3. Una onda sinusoidal y transversal se propaga en un medio material con una amplitud de 2 cm y una velocidad de 1.5 m/s. Si se observa que la distancia entre crestas consecutivas es de 50 cm, determine: a) El periodo y la frecuencia de la onda. b) La ecuación de la onda, sabiendo que la elongación en el instante inicial ( $t = 0$ ) es nula en el origen ( $x = 0$ ). c) La velocidad de una partícula del medio que se encuentra en el origen en el instante  $t = 2$  s.

**Respuesta:**

- a) De los datos suministrados por el enunciado, se pueden establecer los siguientes parámetros:

$$A = 0,02 \operatorname{m} \quad \lambda = 0,5 \operatorname{m} \quad \nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \operatorname{s}^{-1} \quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{3} \operatorname{s}$$

- b) La ecuación de la onda es del tipo:  $y = A \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi)$ . Puesto que para  $t = 0$  y  $x = 0$ , la elongación es  $y = 0$ , tendremos:  $0 = A \operatorname{sen} \varphi$ , con lo que  $\varphi = 0$ . Los valores de  $\omega$  y  $k$  serán, respectivamente:

$$\omega = 2\pi\nu = 6\pi \operatorname{s}^{-1} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \operatorname{m}^{-1}$$

Así pues, la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$y = 0,02 \operatorname{sen}(6\pi t - 4\pi x)$$

c) La velocidad transversal será:

$$v_t = \frac{dy}{dt} = 0,02 \cdot 6\pi \cos(6\pi t - 4\pi x)$$

Sustituyendo x por 0 y t por 2:

$$v_t = 0,12\pi \cos 12\pi = 0,12\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. La ecuación de una onda viene dada por  $y(x,t) = 0,5 \operatorname{sen}(0,628 t - 0,785 x)$ , donde la posición x está expresada en metros y el tiempo t en segundos. Obtenga la amplitud, la longitud de onda, el periodo, la fase inicial y la velocidad de la onda.

**Respuesta:**

Los parámetros pedidos son los siguientes:

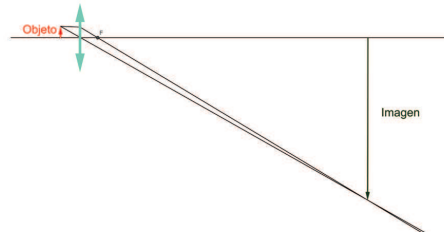
$$A = 0,5 \text{ m} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,785} = 8 \text{ m} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,628} = 10 \text{ s}$$

$$\varphi_0 = 0 \quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{0,628}{0,785} = 0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### 3. Óptica.

1. Una lente convergente de un proyector de diapositivas que tiene una distancia focal de +16 cm, proyecta la imagen nítida de una diapositiva de 3 cm de alto, sobre una pantalla que se encuentra a 4 m de la lente. a) Dibuja un diagrama de rayos de forma aproximada de la situación planteada. b) ¿A qué distancia de la lente está colocada la diapositiva (objeto)? c) ¿Cuál es el aumento de la imagen formada por el proyector en la pantalla?

**Respuesta:** a) El diagrama aproximado sería:



- b) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{4} = \frac{1}{-0,16} \rightarrow s = -0,17 \text{ m}$$

- c) El aumento lateral es el siguiente:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{4}{-0,17} = -23,52$$

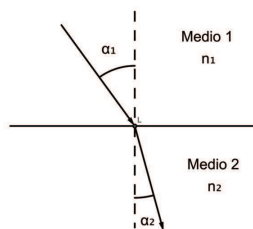
2. Representa gráficamente la refracción de las ondas electromagnéticas. En qué condiciones se produce la reflexión total de la luz.

**Respuesta:**

La Ley de Snell relaciona los ángulos de incidencia y de refracción de la forma:

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Siendo  $\alpha_1$  el ángulo de incidencia y  $\alpha_2$  el ángulo de refracción. La reflexión total de la luz se producirá a partir de un ángulo de incidencia para el cual, el ángulo de refracción sea de  $90^\circ$ . Ésto solo se producirá cuando la onda pase de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción. La representación puede ser del tipo:



3. En el banco óptico del laboratorio se dispone de una lente convergente cuya distancia focal vale +20 cm. a) Determine la posición de un objeto de 5 cm de altura que se coloca a 30 cm por delante de la lente. b) Calcule la potencia de la lente, el aumento lateral e indique las características de la imagen (real o virtual; invertida o derecha) c) Dibuje el diagrama de rayos si el objeto se sitúa en la focal de la lente.

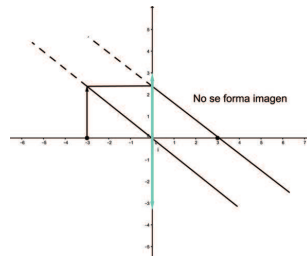
**Respuesta:**

- a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \quad \frac{1}{-0,30} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,2} \quad s' = 0,6 \text{ m}$$

- b) La potencia de la lente es:  $P = 1/f' = 5$  dioptrías. El aumento lateral será:  $y'/y = s'/s = \frac{0,6}{-0,3} = -2$ .  
la imagen será **real, mayor** e **invertida**.

- c) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Determine el ángulo límite para el fenómeno de la reflexión total entre los medios materiales aire y glicerina, cuyos índices de refracción son 1.00 y 1.47 respectivamente.

**Respuesta:**

- Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1,00}{1,47} \quad \alpha_i = 42,86^\circ$$

5. Considere una lente delgada cuya distancia focal imagen vale - 20 cm. a) Calcule la potencia de la lente. ¿La lente es convergente o divergente? b) Determine la posición de un objeto de 5 cm de altura que se coloca a 30 cm por delante de la lente. Dibuje el trazado de rayos e indique las características de la imagen (real o virtual, invertida o no invertida). c) Determine el aumento lateral de un objeto de 5 cm de altura que se coloca a 10 cm por delante de la lente. Dibuje el trazado de rayos e indique las características de la imagen (real o virtual, invertida o no invertida).

**Respuesta:**

- a) La potencia es la inversa de la distancia focal imagen, es decir:

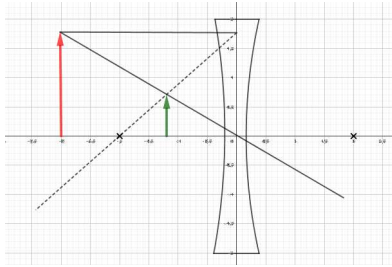
$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,2} = -5 \text{ dp} \quad \text{La lente es divergente}$$

- b) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \quad \frac{1}{-0,3} - \frac{1}{s'} = 5 \quad s' = -0,12 \text{ m}$$

- El diagrama de rayos es el siguiente:





La imagen es **menor, virtual y derecha**.

c) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \quad \frac{1}{-0,1} - \frac{1}{s'} = 5 \quad s' = -0,067 \text{ m}$$

La ecuación del aumento lateral es:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{y'}{5} = \frac{-0,067}{-0,1} \quad y' = 3,35 \text{ cm}$$

Al igual que en el apartado b) la imagen es **menor, virtual y derecha**.

6. Un objeto luminoso de 3 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente delgada, de distancia focal desconocida, de tal manera que se produce sobre la pantalla una imagen de 9 mm de altura. a) Indique la naturaleza de la lente y el tipo de imagen producida, y realice la construcción del diagrama de rayos. b) Calcule el aumento lateral y las distancias objeto-lente y lente-imagen. c) Calcule la distancia focal de la lente y su potencia.

**Respuesta:**

a) y b) Del enunciado puede deducirse lo siguiente:

$$s + s' = 4 \text{ m} \quad y = 3 \text{ mm} \quad y' = 9 \text{ mm}$$

La lente es **convergente**, pues podemos proyectar la imagen sobre una pantalla. La imagen será **invertida**, por lo que podremos escribir:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{-9}{3} = \frac{s'}{s} \quad s' = -3s$$

Utilizando el criterio de signos, podremos escribir:  $-s + s' = 4 \text{ m}$ , con lo cual:

$$-s - 3s = 4 \quad s = -1 \text{ m}$$

El diagrama de rayos será el siguiente: c) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-1} - \frac{1}{3} = -P \quad P = 1,33 \text{ dp}$$

La distancia focal imagen será:

$$f' = \frac{1}{1,33} = 0,75 \text{ m}$$

## 4. Electromagnetismo.

1. Qué relación debe existir entre el campo magnético y eléctrico al actuar sobre una partícula cargada para que ésta se mueva con movimiento rectilíneo uniforme.

**Respuesta:**

Para que la partícula cargada se mueva con movimiento rectilíneo y uniforme, es preciso que la fuerza sobre ella, debida a los dos campos, sea nula, es decir:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

Por tanto, los campos eléctrico y magnético deben ser perpendiculares entre sí, y el vector  $\vec{E}$  debe tener la misma dirección y sentido contrario que el vector  $\vec{v} \times \vec{B}$

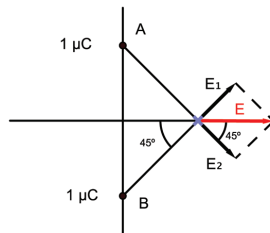
2. Una carga puntual de  $10^{-6}$  C está situada en el punto A(0,2) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de  $10^{-6}$  C está situada en B (0,-2). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula: a) El valor del potencial electrostático en un punto C (2,0). b) El vector intensidad de campo eléctrico en un punto C (2,0). c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga puntual de 1 C desde el punto anterior (2,0) al punto D (1,1). Datos:  $K=9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

**Respuesta:**

- a) El potencial electrostático en (2,0) será:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} = 6363 \text{ V}$$

- b) El campo eléctrico en el punto C está representado en la siguiente imagen: Los módulos de  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$



tienen el mismo valor:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2^2 + 2^2})^2} = 1125 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Dado que el módulo de cada uno de los campos es el mismo y que el ángulo formado por dichos vectores con el eje X es de  $45^\circ$ , las componentes verticales se anulan entre sí, quedando:

$$\vec{E} = 2 |\vec{E}_1| \cos 45^\circ \vec{i} = 1591 \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

- c) El trabajo necesario será:  $W = q(V_1 - V_2)$ , siendo:

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} = 6363 \text{ V} \quad V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{10}} = 9210 \text{ V}$$

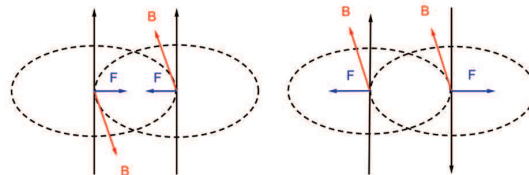
Por tanto:

$$W = 1 (6363 - 9210) = -2847 \text{ J}$$

3. Describe qué le pasará a dos conductores rectilíneos y paralelos por los que circula corriente continua en el mismo sentido y en sentido contrario.

**Respuesta:**

En la siguiente representación gráfica podemos comprobar que, en aplicación de la regla de la mano izquierda, la fuerza entre conductores por los que circulan corriente paralelas es de atracción, mientras que si las corrientes son antiparalelas, la fuerza es de repulsión.



4. Considere dos conductores rectilíneos y paralelos recorridos por intensidades de corriente del mismo sentido y valor  $I_1 = I_2 = 2$  A. Determine la distancia  $d$  de separación entre ambos conductores, sabiendo que el módulo de la fuerza magnética por unidad de longitud vale  $5 \cdot 10^{-6}$  N/m. Datos:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  m·kg·C<sup>-2</sup>.

**Respuesta:**

La fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{l} = 5 \cdot 10^{-6} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi d} \quad d = 0,16 \text{ m}$$

5. Calcule la fuerza con la que se atraen un protón y un electrón separados entre sí una distancia de  $1,5 \cdot 10^{-10}$  m. ¿Cuál es la energía potencial electrostática de este sistema de cargas? Datos:  $K = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>·C<sup>-2</sup>;  $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19}$  C;  $q_p = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C.

**Respuesta:**

la fuerza de atracción es:

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 (1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(1,5 \cdot 10^{-10})^2} = 1,03 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

La energía potencial electrostática es:

$$U = \frac{Kqq'}{r} = -\frac{9 \cdot 10^9 (1,602 \cdot 10^{-19})^2}{1,5 \cdot 10^{-10}} = 1,54 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

6. Un electrón se mueve en un campo magnético uniforme  $\vec{B} = -0,8 \vec{j}$  T. Si en un instante dado su velocidad es  $\vec{v} = 4 \times 10^4 \vec{i}$  (m/s), determine para el electrón: a) El vector aceleración. b) La energía cinética. c) El radio de la trayectoria que describe al moverse en el campo. Dibuje la trayectoria que describe el electrón, así como su velocidad y aceleración en un punto de la misma. Datos:  $q_e = -1,6 \times 10^{-19}$  C;  $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$  kg.

**Respuesta:**

a) La fuerza sobre el electrón es:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \left[ (4 \cdot 10^4 \vec{i}) \times (-0,8 \vec{j}) \right] = -1,6 \cdot 10^{-19} (-3,2 \vec{k}) = 5,12 \cdot 10^{-19} \vec{k} \text{ N}$$

la aceleración será:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{5,12 \cdot 10^{-19} \vec{k}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 5,62 \cdot 10^{11} \vec{k} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

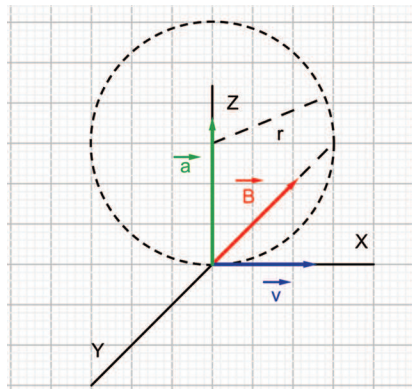
b) La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} (4 \cdot 10^4)^2 = 7,29 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

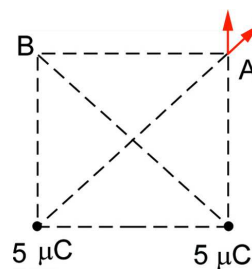
c) El radio de la trayectoria tendrá el valor:

$$r = \frac{m v}{q B} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8} = 2,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

la trayectoria seguida por el electrón puede ser representada de la forma siguiente:



7. Considere la distribución de dos cargas dispuestas sobre dos vértices de un cuadrado de lado  $L=1\text{m}$ , como se muestra en la figura. Calcule: a) El vector intensidad de campo eléctrico en el punto A. b) El potencial eléctrico en el punto A. c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de  $-1\text{C}$  desde el punto A hasta el punto B. Datos:  $K=9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .



**Respuesta:**

a) De la anterior representación gráfica puede deducirse que:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} (\vec{i} \cos 45^\circ + \vec{j} \sin 45^\circ) + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1} \vec{j}$$

$$\vec{E} = 1,59 \cdot 10^4 \vec{i} + 6,09 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

b) El potencial eléctrico en el punto A es:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1} = 7,68 \cdot 10^5 \text{ V}$$

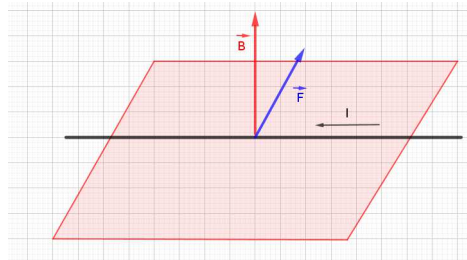
c) El potencial en el punto B tiene el mismo valor que en el punto A, por lo que:

$$W = q(V_A - V_B) = 0 \text{ V}$$

8. Considere un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una corriente eléctrica de 5 A. Está inmerso en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme de 2 T. Si el conductor está colocado en un plano perpendicular al campo magnético, dibuje en un esquema: el conductor (indicando el sentido de la corriente), el campo magnético y la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor. Calcule el módulo de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre un trozo de conductor rectilíneo de longitud 1 m.

**Respuesta:**

a) El esquema es el siguiente:



El módulo de la fuerza es el siguiente:

$$F = I l B = 5 \cdot 1 \cdot 2 = 10 \text{ N}$$

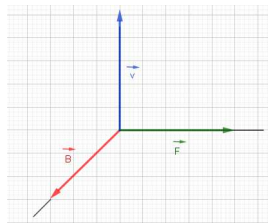
9. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dado por  $B = 2 \cdot 10^{-5} \hat{i}$  (T). Calcule el vector fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga  $q = 10^{-6} \text{ C}$  que entra en dicha región del espacio con una velocidad  $\vec{v} = 5 \times 10^5 \hat{k}$  (m / s). Represente en un dibujo los vectores velocidad y fuerza asociados a la partícula, el vector campo magnético y la trayectoria que describe la partícula.

**Respuesta:**

a) La fuerza ejercida sobre la carga será:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 10^{-6} (5 \times 10^5 \hat{k} \times 2 \cdot 10^{-5} \hat{i}) = 10^{-5} \hat{j} \text{ N}$$

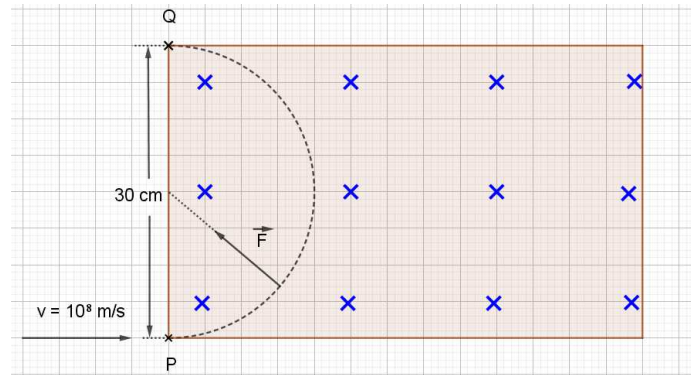
La representación gráfica de los vectores es la siguiente:



La carga describirá una trayectoria circular, cuyo radio es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

10. Un protón se mueve en una región del espacio libre de campos de fuerzas con una velocidad de  $10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , en la dirección y sentido indicados en la figura. Al alcanzar el punto P entra en una región donde hay un campo magnético uniforme, perpendicular al papel y hacia dentro, siendo la velocidad del protón perpendicular a dicho campo. Sabiendo que el protón describe una órbita circular en el interior de dicha región, determine: a) La intensidad o módulo del campo magnético B para que el protón llegue al punto Q situado a 30 cm del punto P. b) El módulo de la fuerza que actúa sobre el protón, así como su aceleración. Dibuje ambas magnitudes vectoriales en algún punto de la trayectoria. c) El tiempo que permanecerá el protón en el interior de la región donde hay campo magnético. Datos:  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



**Respuesta:**

- a) El radio de la trayectoria será:  $r = 0,15 \text{ m}$ , y podremos igualarlo a:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \text{de donde:} \quad B = \frac{mv}{qr} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,15} = 6,96 \text{ T}$$

El módulo de la fuerza será:

$$|\vec{F}| = qvB = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^8 \cdot 6,96 = 1,11 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

$$|\vec{a}| = \frac{F}{m} = \frac{1,11 \cdot 10^{-10}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 6,64 \cdot 10^{16} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- c) El periodo de la órbita circular es:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,15}{10^8} = 9,42 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Puesto que el protón recorre una semicircunferencia, el tiempo que se encontrará el protón bajo la acción del campo eléctrico será:

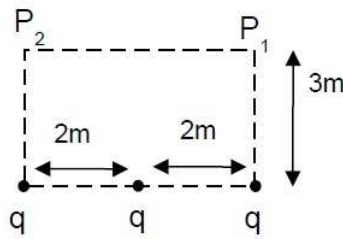
$$t = \frac{T}{2} = 4,71 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

11. Se tienen tres cargas puntuales idénticas localizadas en los puntos que se indican en el dibujo adjunto. Calcule: a) El potencial eléctrico en el punto  $P_2$ . b) La intensidad del campo eléctrico en el punto  $P_1$ . c) El trabajo necesario que debe realizar el campo eléctrico para trasladar una cuarta carga  $q'$  desde el infinito hasta el punto  $P_2$ . Datos:  $q = +1\text{C}$ ;  $q' = 2\text{C}$ ;  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ ;  $1 \mu\text{C} = 10^{-6}\text{C}$

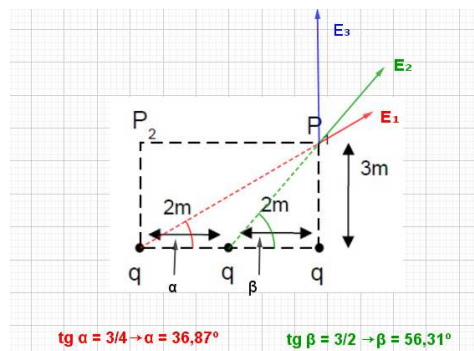
**Respuesta:**

- a) El potencial en el punto  $P_2$  será:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2^2 + 3^2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 7269,2 \text{ V}$$



b) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podremos deducirlo siguiente:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left( \frac{\vec{i} \cos 36,87^\circ + \vec{j} \sin 36,87^\circ}{25} + \frac{\vec{i} \cos 56,31^\circ + \vec{j} \sin 56,31^\circ}{13} + \frac{\vec{j}}{9} \right)$$

$$\vec{E} = 668,9 \vec{i} + 1790,6 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

c) El trabajo necesario será:

$$W = q(V_\infty - V) = 2 \cdot 10^{-6}(0 - 7269,2) = \mathbf{015 \text{ J}}$$

12. En una región del espacio hay un campo magnético uniforme de 5 T. Calcule el flujo del campo magnético a través de un cuadrado de lado 1 m dispuesto de forma: a) Perpendicular al campo magnético. b) Formando un ángulo de  $45^\circ$  con el campo magnético.

**Respuesta:**

a) El flujo de un campo magnético a través de una superficie es:

$$\varphi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

Siendo  $\alpha$  el ángulo formado por los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{S}$ . Hay que tener en cuenta que el vector  $\vec{S}$  es perpendicular a la superficie. Según esto, el flujo será:

$$\varphi_1 = 5 \cdot 1 \cos 0 = 5 \text{ wb} \quad \varphi_2 = 5 \cdot 1 \cos 45^\circ = 3,54 \text{ wb}$$

## 5. Física moderna.

1. Una varilla, cuya longitud en reposo es de 5 m y que tiene 1 kg de masa, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de  $0.3 \cdot c$ . ¿Cuál será la longitud de la varilla y la masa medida por un observador situado en reposo sobre el eje X? Dato:  $c = 3 \times 10^8$  m/s

**Respuesta:**

El valor de  $\gamma$  es:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1,048$$

La longitud medida por el observador para el que el objeto se encuentra en reposo (longitud propia) es:

$$L_0 = \gamma L \rightarrow 5 = 1,048 \cdot L \quad \text{y} \quad L = \frac{5}{1,048} = 4,77 \text{ m}$$

Mientras que la masa será:

$$m = \gamma m_0 = 1,048 \cdot 1 = 1,048 \text{ kg}$$

2. Tenemos un metal cuyo trabajo de extracción para electrones es de 3.5 eV. Se ilumina con una luz monocromática y se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de  $2 \cdot 10^6$  m/s. Calcula: a) La energía de los fotones incidentes y la frecuencia de los mismos. b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos a  $2 \cdot 10^6$  m/s c) La longitud de onda de la luz con que hay que iluminar el metal para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea  $9.0 \cdot 10^{-19}$  J. Datos:  $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $c = 3 \times 10^8$  m/s ;  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg;  $1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}$  J.

**Respuesta:**

a) El trabajo de extracción, expresado en J será:  $W_{ext} = 3,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,6 \cdot 10^{-19}$ . Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico y sustituyendo valores, tendremos:

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2 \quad h\nu = 5,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}(2 \cdot 10^6)^2 = 2,38 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

La frecuencia de los fotones es:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{2,38 \cdot 10^{-18}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,59 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

b) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^6} = 3,64 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

c) Aplicando de nuevo la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

$$\frac{hc}{\lambda} = 5,6 \cdot 10^{-19} + 9,0 \cdot 10^{-19} = 1,46 \cdot 10^{-18} \quad \text{de donde:} \quad \lambda = 1,36 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

3. Un protón y un electrón poseen la misma velocidad. ¿Serán iguales sus longitudes de onda de De Broglie? Razone la respuesta.



**Respuesta:**

No, puesto que la longitud de onda de De Broglie tiene la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Al ser diferentes las masas de electrón y protón, las respectivas longitudes de onda de De Broglie será también **diferentes**.

4. Para romper el enlace químico de las moléculas de la piel humana y causar quemaduras solares, se requiere un fotón con una energía de aproximadamente 3.5 eV. ¿Cuál es la longitud de onda de la radiación solar asociada con fotones de esa energía? ¿Cuál sería la longitud de onda de De Broglie de electrones con una energía cinética de 3.5 eV? Datos:  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  J·s;  $c = 3 \times 10^8$  m/s;  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$  J;  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg

**Respuesta:**

La energía de estos fotones es:  $E = 3,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . A partir de la relación entre energía y longitud de onda:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,6 \cdot 10^{-19}} = 3,55 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

La velocidad de los electrones se calcularía a partir de la energía cinética:

$$5,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} v^2 \quad v = 1,11 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

la longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,11 \cdot 10^6} = 6,56 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

5. Considere un material conductor sobre el que se hace incidir luz monocromática con el propósito de arrancarle electrones. a) Determine el trabajo de extracción del material sabiendo que al incidir luz de frecuencia  $1.4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$  emite electrones con velocidad máxima de  $10^6 \text{ m/s}$ . b) Determine la longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con esa velocidad máxima de  $10^6 \text{ m/s}$ , y también, la longitud de onda de la luz incidente de frecuencia  $1.4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ . c) Si incide sobre el material una nueva luz monocromática de longitud de onda de  $10^{-8} \text{ m}$ , cuál será ahora la velocidad máxima de los electrones emitidos. Datos:  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

**Respuesta:**

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 1,4 \cdot 10^{15} = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} (10^6)^2$$

$$W_{\text{ext}} = 4,73 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6} = 7,27 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

La longitud de onda de la luz incidente tiene el valor:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,4 \cdot 10^{15}} = 2,14 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

c) Aplicando de nuevo la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6,626 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{10^{-8}} = 4,73 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} v^2$$

$$v = 6,53 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. Un observador en reposo respecto de una varilla realiza una medición y obtiene una longitud y una masa de 10 m y 25 kg, respectivamente. Cuál será la longitud y la masa de la varilla, medidas por un observador que se mueve con una velocidad de  $0.5c$  respecto de la varilla, a lo largo de la dirección que define la varilla.

**Respuesta:**

La longitud propia de la varilla,  $L$  será:

$$L = 10 = \gamma L' \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,25}} = 1,155$$

La longitud medida por el observador que se desplaza es:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{10}{1,155} = 8,66 \text{ m}$$

La masa, medida por dicho observador, será:

$$m = \gamma m_0 = 1,155 \cdot 25 = 28,875 \text{ kg}$$

7. Una nave espacial parte desde la Tierra hacia un cúmulo globular situado a 100 años-luz de distancia. Si el viaje se realiza a una velocidad de  $0,995 \cdot c$ . ¿cuánto tiempo se ha empleado en el viaje para observadores terrestres? ¿Y para los pasajeros de la nave?

**Respuesta:**

a) El tiempo transcurrido para un observador situado en la Tierra es:

$$t' = \frac{100 \text{ c}}{0,995 \text{ c}} = 100,50 \text{ años}$$

Para el observador situado en la nave, el tiempo transcurrido (tiempo propio), será:

$$t = \frac{t'}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,995^2 c^2}{c^2}}} = 10$$

Siendo, por tanto:

$$t = \frac{t'}{\gamma} = \frac{100,50}{10} = 10,05 \text{ años}$$

:

8. Una barra metálica mide 10 cm de longitud y tiene 10 g de masa cuando está en reposo respecto de un observador. A continuación, la barra se aleja de dicho observador a una velocidad constante de  $0.7c$ . Qué nueva longitud y masa mide el observador en estas condiciones. Dato:  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

**Respuesta:**

a) La longitud medida por el observador respecto al que la barra se encuentra en reposo (longitud propia), es:

$$L = 10 = \gamma L' \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,7^2 c^2}{c^2}}} = 1,40$$

Despejando, obtenemos:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{10}{1,40} = 7,14 \text{ cm}$$

La masa medida por el observador será:

$$m = \gamma m_0 = 1,40 \cdot 10 = 14 \text{ g}$$