PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

15 de julio de 2018

1. Gravitación.

1. Fobos es uno de los satélites de Marte. La masa de Fobos es de 1.08· 10^{16} kg. Suponiendo que Fobos describe una órbita circular alrededor de Marte a una velocidad de 2136.6 mis, calcular: a) El radio de la órbita de Fobos. b) La energía mínima necesaria para separar Fobos de Marte hasta una distancia infinita. Constante de gravitación universal: G = 6.67·10^{-11} N· m^2/kg^2. Masa de Marte: 6.42 ·10^{23} kg.

   Respuesta:

   a) A partir de la velocidad orbital:

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

   Se puede despejar el radio de la órbita:

   $$r = \frac{GM}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{2136,6^2} = 9,38 \cdot 10^6 \text{m}$$

   b) La energía necesaria será:

   $$W = \Delta U = \frac{GMm}{r} - 0 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \cdot 1,08 \cdot 10^{16}}{9,38 \cdot 10^6} = 4,93 \cdot 10^{22} \text{J}$$

   En este caso, el signo positivo del trabajo indica que debe ser realizado contra el campo gravitatorio.

2. Un satélite geoestacionario es un satélite situado sobre el ecuador terrestre en órbita circular con periodo orbital de un día. El radio de la Tierra es 6.38·10^6 m y la masa de la Tierra es 5.98·10^{24} kg. Calcular: a) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite. b) La velocidad lineal del satélite. Constante de gravitación universal: G = 6.67·10^{-11} N· m^2/kg^2

   Respuesta:

   a) Aplicando la Tercera Ley de Kepler, y despejando r:

   $$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} 86400^2}{4\pi^2}} = 4,22 \cdot 10^7 \text{m}$$

   la altura sobre la superficie de la Tierra será: $h = r - r_T = 4,22 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,59 \cdot 10^7 \text{m}$

   b) La velocidad lineal será:

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{4,22 \cdot 10^7}} = 3074 \, \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. a) Deducir razonadamente, a partir de la 2ª ley de Newton, la expresión del periodo orbital de un planeta en órbita circular alrededor del Sol. Dar la expresión en función de la masa del Sol, Ms, y el radio R de la órbita del planeta. b) Si el radio de la órbita de la Tierra, suponiéndola circular, es R = 1.5 x 10^{11} m, calcular el valor de la masa del Sol. Constante de gravitación universal: G = 6.67 x 10^{-11} Nm^2/kg^2.

   Respuesta:

   a) La fuerza de atracción entre el Sol y un planeta es:

   $$F = \frac{GM_S m}{R^2} = ma = m\frac{v^2}{R} = \frac{m\omega^2 R^2}{R} = \frac{4\pi^2 R\, m}{T^2}$$

despejando el periodo:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_S}}$$

b) sabiendo que el periodo de la Tierra alrededor del Sol es de un año $(3,15 \cdot 10^7$ s), tendremos, despejando de la anterior igualdad:

$$M_S = \frac{4\pi^2(1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11}(3,15 \cdot 10^7)^2} = 2 \cdot 10^{30}\text{kg}$$

4. La luz del Sol tarda 3.22 minutos en llegar a Mercurio y 8.31 minutos en llegar a la Tierra. Suponiendo que las órbitas descritas por los dos planetas son circulares, calcular la velocidad angular orbital de Mercurio en torno al Sol. Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/s.

   Respuesta:

   a) Los respectivos radios de las órbitas de Mercurio y de la Tierra alrededor del Sol son:

$$r_M = 3,22 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^8 = 5,796 \cdot 10^{10}\text{m} \qquad \text{r}_\text{T} = 8,31 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,496 \cdot 10^{11}\,\text{m}$$

   Dividiendo los periodos de revolución de la Tierra y Mercurio, tendremos:

$$\frac{365 \cdot 86400}{T_M} = \sqrt{\frac{r_T^3}{r_M^3}} = \sqrt{\frac{(1,496 \cdot 10^{11})^3}{(5,796 \cdot 10^{10})^3}} = 4,15 \quad T_M = 7,61 \cdot 10^6\,s$$

   La velocidad angular de Mercurio será:

$$\omega = \frac{2\pi}{7,61 \cdot 10^6} = 8,26 \cdot 10^{-7}\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

5. a) Deducir razonadamente, a partir de consideraciones energéticas, la expresión de la velocidad de escape desde la superficie de un planeta. Dar la expresión en función de la masa M del planeta y el radio R del mismo. b) Calcular el valor de la velocidad de escape desde la superficie de Júpiter sabiendo que el radio de éste es 7·10^7 m y su masa, de 1,9·10^{27} kg. Constante de Gravitación Universal, G = $6,67 \cdot 10^{-11}$N· $\text{m}^2/\text{kg}^{-2}$

   Respuesta:

   a) La velocidad de escape es aquella que hay que comunicar a un cuerpo para que abandone la atracción de un planeta, lo que supondría llevarlo hasta una distancia infinita de aquel. Se aplicamos el Principio de Conservación de Energía, tendremos lo siguiente:

$$-\frac{\text{GMm}}{\text{R}} + \frac{1}{2}\text{mv}_\text{e}^2 = 0$$

   Siendo el primer sumando la energía potencial del cuerpo en la superficie del planeta y el segundo, la energía cinética que se le comunica, donde v_e es la velocidad de escape. El valor cero del segundo miembro es la energía total del cuerpo a una distancia infinita del planeta. Con todo ello, podemos despejar la velocidad de escape:

$$\text{v}_\text{e} = \sqrt{\frac{2\text{GM}}{\text{R}}}$$

   b) Aplicando la expresión anterior a Júpiter, tendremos:

$$\text{v}_\text{e} = \sqrt{\frac{2\text{GM}}{\text{R}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9 \cdot 10^{27}}{7 \cdot 10^7}} = 60173\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. Se quiere poner un satélite con una masa de 2 x 10^3 kg en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 400 km sabre la superficie terrestre. Calcular: a) La velocidad lineal del satélite en esa órbita. b) La energía necesaria para poner al satélite en esa órbita. Radio de la Tierra: $R_T = 6400$ km. Constante de gravitación universal: G = 6.67 x 10^{-11} N m^2kg^{-2}Masa de la Tierra, M = $6{\cdot}10^{24}$ kg

Respuesta:

a) El radio de la órbita será: $r = 6,4 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 = 6,8 \cdot 10^6$ m. La velocidad de la órbita tendrá el valor:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,8 \cdot 10^6}} = 7672\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La energía que deberá aplicarse es igual a la diferencia de la energía total en la órbita menos la energía potencial en la superficie del planeta, es decir:

$$E = -\frac{GMm}{2r} - \left(-\frac{GMm}{r_0}\right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{6,4 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 6,8 \cdot 10^6}\right) = 6,62 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

7. Un satélite de masa m, esta girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio R. a) Deducir razonadamente, aplicando la 2ª ley de Newton, una expresión de la energía mecánica de ese satélite, en la que solo aparezcan m, R, la masa M_T de la Tierra y la constante de gravitaci6n universal G. b) Calcular la velocidad con que debe despegar un satélite para alcanzar una órbita circular de radio triple del de la Tierra; Radio de la Tierra: $R_T = 6400$ km. Masa de la Tierra: $M_T = 6$ x 10^{24} kg. Constante de gravitaci6n universal: G = 6.67 x 10^{-11} $Nm^2{\cdot}kg^{-2}$

Respuesta:

a) Aplicando el 2º Principio de la Dinámica, tendremos:

$$\frac{GM_Tm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \qquad v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$$

La energía cinética será, pues:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{R} = \frac{GM_Tm}{2R}$$

La energía potencial tiene la expresión:

$$U = -\frac{GM_Tm}{R}$$

Con lo que la energía mecánica del satélite es:

$$E = E_c + U = \frac{GM_Tm}{2R} + \left(-\frac{GM_Tm}{R}\right) = -\frac{GM_Tm}{2R}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$E_c + U = -\frac{GM_Tm}{R_T} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GM_Tm}{2 \cdot 3 \cdot R_T}$$

Despejando, se obtiene:

$$v = \sqrt{2\left(\frac{GM_Tm}{R_T} - \frac{GM_Tm}{6R_T}\right)}$$

Sustituyendo valores, obtenemos $v = 10209$ $m{\cdot}s^{-1}$

8. En la superficie de un planeta que tiene un radio de 4000 km, el valor de la aceleración de la gravedad es de 5 m/s^2 Calcular: a) La masa de ese planeta. b) La velocidad de escape del campo gravitatorio de ese planeta de un cuerpo situado en la superficie del planeta. Constante de gravitación universal: G =

$6.67{\cdot}10^{-11}$ Nm^2/kg^2

Respuesta:

Tomando el valor de g en la superficie del planeta:

$$5 = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{M}}{(4 \cdot 10^6)^2} \qquad \mathrm{M} = 1,12 \cdot 10^{24}\mathrm{kg}$$

La velocidad de escape tendrá el valor:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\mathrm{GM}}{\mathrm{R}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,12 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 10^6}} = 6112\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Una onda armónica que se propaga en una cuerda en la dirección del eje X en sentido positivo, viene dada según la ecuación (en unidades del SI): y(x, t) = 0.23 sen(1.5 x - 2 t + π) Calcular: a) La velocidad de un punto de dicha cuerda situado en la coordenada x = 2 m en el instante t = 1 s. b) El periodo T de dicha onda.

   Respuesta:

   a) La velocidad es:
$$v = \frac{dy}{dt} = 0,23(-2)\cos(1,5x - 2t + \pi)$$
   Para x = 2 y t = 1:
$$v = -0,46\,\cos(3 - 2 + \pi) = 0,25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

   b) teniendo en cuenta que: $\omega = 2 = \dfrac{2\pi}{T}$, el periodo será: $T = \pi\,\mathrm{s}$

2. Una onda armónica con una amplitud de 15 cm y con una longitud de onda λ = 100 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X. Se sabe que el periodo de la onda es de 0.04 s y que en el Instante inicial t = 0 s, en el origen x = 0 m, el desplazamiento vertical de la cuerda es de 15 cm. Calcular: a) La ecuación de la onda expresada en unidades del SI. b) La velocidad transversal de un punto de la cuerda situado a 50 cm del origen en el instante t = 0.01 s.

   Respuesta:

   a) La ecuación serás del tipo: y = A sen (ω t - kx +φ) De los datos del enunciado se deduce lo siguiente:
$$A = 0,15\,m \quad \omega = \frac{2\pi}{0,04} = 50\pi\,s^{-1} \quad k = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\,m^{-1}$$
   Al ser y = 0,15 para x = 0 y t = 0, tendremos:
$$0,15 = 0,15\,\mathrm{sen}\varphi \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$
   Con todos estos datos, la ecuación de la onda quedará así:
$$\mathrm{y} = 0,15\,\mathrm{sen}\left(50\pi\mathrm{t} - 2\pi\mathrm{x} + \frac{\pi}{2}\right)$$

   b) La velocidad transversal será
$$v = \frac{dy}{dt} = 0,15\,50\pi\cos\left(50\pi\cdot 0,01 - 2\pi\cdot 0,5 + \frac{\pi}{2}\right) = 7,5\pi\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

3. Las intensidades de dos ondas sonoras son de $20\cdot10^{-8}$ W/m^{2}y $700\cdot10^{-8}$ W/m^2 . Calcular la diferencia entre los niveles de intensidad sonora de ambas ondas.

   Respuesta:

   a) Los respectivos niveles de intensidad son:
$$\beta_1 = 10\,log\frac{20\cdot10^{-8}}{I_o} \quad \beta_1 = 10\,log\frac{700\cdot10^{-8}}{I_o}$$
$$\beta_2 - \beta_1 = 10\,log\,(700\cdot10^{-8}) - 10\,log\,I_0\text{-}[10\ \log(20\cdot10^{-8})\text{-}10\ \log\ I_0] = 15,44\ \mathrm{dB}$$

4. Una onda armónica viaja par una cuerda tensa con una velocidad de 8 m/s, una amplitud de 7 cm y longitud de onda λ de 0,4 m. La onda viaja en la direcci6n positiva del eje X. En el instante t = 0 s, el punto de la cuerda con coordenada x = 0 m tiene su máximo desplazamiento hacia abajo. Calcular: a) La ecuación de esa onda expresada en unidades del SI. b) La velocidad máxima con que se mueve un punto de la cuerda.

Respuesta:

a) La ecuación de la onda tiene la expresión:

$$\mathrm{y = A\,sen\,(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

Para x = 0 y t = 0, la elongación y tiene el valor y = - A, por lo cual:

$$\mathrm{-A = A\,sen\,\varphi_0} \qquad \varphi_0 = -\pi/2$$

Para calcular la pulsación ω tendremos que: $\lambda = \dfrac{v}{\nu}$ de donde $\nu = \dfrac{8}{0,4} = 20\,s^{-1}$ y $\omega = 2\pi \cdot 20 = 40\pi s^{-1}$. Por otra parte, tendremos: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{0,4} = 5\pi \mathrm{m}^{-1}$. Con todo ello, la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$\mathrm{y = 0,4\,sen\,(40\pi t - 5\pi x - \pi/2)}$$

b) La velocidad de un punto de la cuerda es:

$$\mathrm{v = \frac{dy}{dt} = \frac{d(0,4\,sen\,(40\pi t - 5\pi x - \pi/2)}{dt} = 16\pi\cos\,(40\pi t - 5\pi x - \pi/2)}$$

La velocidad máxima se dará cuando $\mathrm{cos\,(40\pi t - 5\pi x - \pi/2) = 1}$, por lo que la máxima velocidad de un punto de la cuerda será: $\mathrm{v_{máx}} = 16\pi\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

5. Por una cuerda tensa, dispuesta a lo largo del eje X , se propaga una onda armónica según la siguiente ecuación en unidades del SI: y(x, t) = 0.1 sen[2 π (0.5 x - 0.4 t)]. Calcular: a) La amplitud, el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) La distancia entre dos puntos de la cuerda en los que, un mismo instante, la diferencia de fase de la perturbación es de $3\pi/2$ radianes

Respuesta:

a) Los parámetros pedidos tiene los siguientes valores:

$$\mathrm{A = 0,1\,m} \quad \mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,8\pi} = 2,5\,\mathrm{s}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\mathrm{k}} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\,\mathrm{m} \quad \mathrm{v} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = \frac{2}{2,5} = 0,8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

b) Teniendo en cuenta que a una distancia entre dos puntos de una longitud de onda, le corresponde una diferencia de fase de 2πradianes, podremos establecer la siguiente relación:

$$\frac{2\,\mathrm{m}}{2\pi\mathrm{rad}} = \frac{\Delta\mathrm{x\,m}}{3\pi/2\,\mathrm{rad}} \qquad \Delta\mathrm{x} = 1,5\,\mathrm{m}$$

6. Un altavoz emite ondas sonoras de manera que a una distancia de 12 m del altavoz se percibe un nivel de intensidad sonora de 34 dB. a) A que distancia D del altavoz nos debemos situar para percibir un nivel de intensidad sonora de 30 dB? b) Si nos situamos a una distancia 20 del altavoz, Cual sera el nivel de intensidad sonora que percibiremos en ese punto? Intensidad sonora umbral: !0 = 10^{-12} W/m^2

Respuesta:

a) A partir del nivel de intensidad de 34 dB a 12 m del altavoz, podemos calcular la intensidad del sonido, así como la potencia de la fuente:

$$34 = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 2,51 \cdot 10^{-9}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

$$\mathrm{P} = \mathrm{I} \cdot \mathrm{S} = 2,51 \cdot 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 12^2 = 4,54 \cdot 10^{-6}\mathrm{W}$$

Para que el nivel de intensidad sea de 30 dB, tendremos:

$$30 = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 10^9 = \frac{4,54 \cdot 10^{-6}}{4\pi \mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{r} = 19\,\mathrm{m}$$

b) A una distancia de 20 m, la intensidad sonora será:

$$\mathrm{I} = \frac{4,54 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 20^2} = 9,03 \cdot 10^{-10}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

Y el nivel de intensidad tendrá el valor:

$$\beta = 10 \log \frac{9,03 \cdot 10^{-10}}{10^{-12}} 29,56\,\mathrm{dB}$$

3. Óptica.

1. A la izquierda de una lente delgada, a 20 cm de su centro óptico está situado un objeto. La altura del objeto, perpendicular al eje de la lente, es de 8 cm. La distancia focal de la lente es de -12 cm. a) Calcular la posición y altura de la imagen del objeto. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

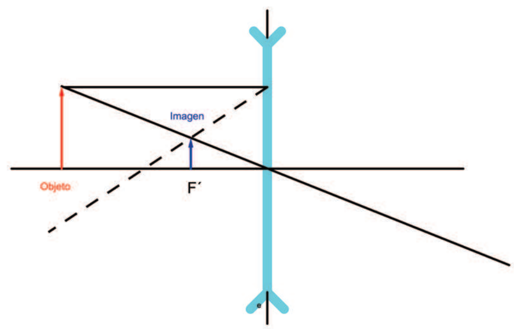
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{-0,2} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,12} \rightarrow s' = -0,075\,\mathrm{m}$$

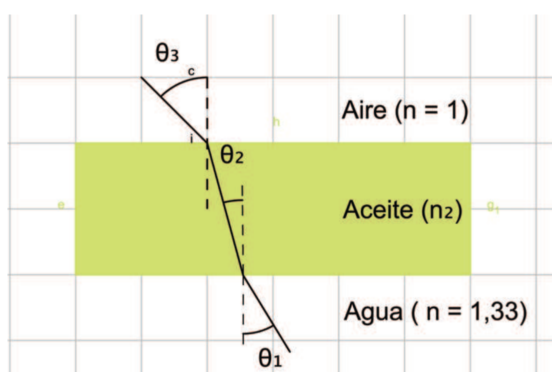
La altura de la imagen será:

$$y' = y\frac{s'}{s} = 8\frac{-0,075}{-0,20} = 3\,\mathrm{cm}$$

b) Al tener distancia focal negativa, la lente es divergente, con lo que el diagrama de rayos será:



2. Una capa de aceite con índice de refracción n_2 flota sobre agua con índice de refracción n_1 = 1,3. Un rayo de luz que se mueve hacia arriba, incide en la capa de aceite desde el agua con un ángulo de incidencia θ_1,como indica la figura. El rayo penetra en la capa de aceite con un ángulo de refracción θ_2, = 25.68º. Tras atravesar la capa de aceite, ese rayo sale al aire con un ángulo de refracción θ_3,= 40.54°. Calcular: a) El valor del índice de refracción n_2 del aceite y el ángulo de incidencia θ_1 del rayo en la interfase agua-aceite. b) El valor mínimo del ángulo de incidencia $\theta_{1\,min}$ del rayo en la interfase agua-aceite para que, tras atravesar la capa de aceite, el rayo no salga al aire debido a reflexión total.



Respuesta:

a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen} 25,66^{\circ}}{\operatorname{sen} 40,54^{\circ}} = \frac{1}{n_{aceite}} \rightarrow n_{aceite} = 1,5$$

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} 25,66^{\circ}} = \frac{1,5}{1,3} \rightarrow \theta_1 = 30^{\circ}$$

b) En primer lugar, calculamos el ángulo límite en la interfase aceite-aire:

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_2}{\operatorname{sen} 90^{\circ}} = \frac{1}{1,5} = \theta_2 = 41,81^{\circ}$$

A continuación , calculamos $\theta_{1mín}$

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_{1mín}}{\operatorname{sen} 41,81^{\circ}} = \frac{1,5}{1,3} \rightarrow \theta_{1mín} = 50,28^{\circ}$$

3. Un objeto de 4 cm de altura está situado a 25 cm de una lente delgada convergente de 20 dioptrías. a) Calcular la posición y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

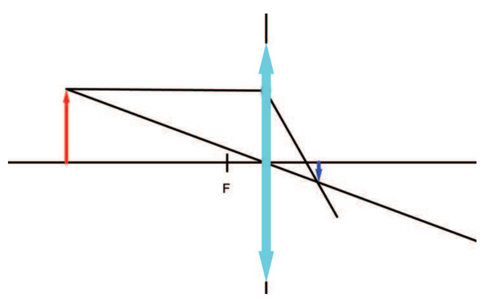
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas, tendremos:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,25} - \frac{1}{s'} = -20 \rightarrow s' = 0,0625\,\text{m}$$

La altura es:

$$y' = y\frac{s'}{s} = 4\frac{-0,0625}{-0,25} = 1\,\text{cm}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Una lente delgada convergente con una distancia focal imagen de 18 cm forma una imagen real e invertida que es 3 veces más grande que el objeto. a) Calcular las posiciones del objeto y de la imagen respecto a la lente. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

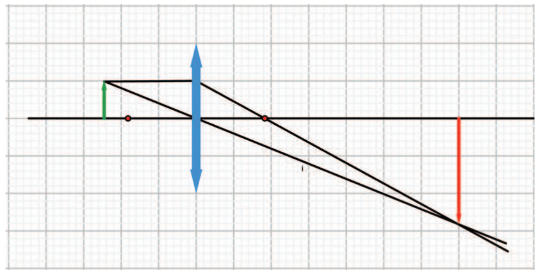
Respuesta:

a) A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas y de la ecuación del aumento lateral, tendremos que:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,18} \qquad \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -3 \rightarrow s' = -3\,s$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{3s} = -\frac{1}{0,18} \qquad \text{s} = -0,24\,\text{m} \quad \text{y} \quad s' = 0,72\,\text{m}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



5. Un objeto luminoso está situado a 50 cm de distancia a la izquierda de una pantalla. Se quiere proyectar la imagen del objeto sobre la pantalla mediante una lente delgada convergente de 10 dioptrías. Existen dos casos distintos en los cuales la lente produce sobre la pantalla la imagen de ese objeto. Calcular: a) La posición del objeto respecto a la lente en cada uno de esos dos casos. b) El aumento lateral producido por la lente en cada caso.

Respuesta:

a) La distancia entre el objeto y la pantalla será: d = -s + s′ = $0,5$ m, de donde se deduce que s′ $= 0,5 + s$. Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -10 \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{0,5+s} = -10$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado que resulta, obtenemos: s_1 = -0,14 m y s_2= -0,36 m

b) Los respectivos valores de s′ serán:

$$s'_1 = 0,5 + (-0,14) = 0,36\,\mathrm{m} \qquad s'_2 = 0,5 + (-0,36) = 0,14\,\mathrm{m}$$

Con lo que, los respectivos aumentos laterales serán:

$$\frac{y'_1}{y} = \frac{0,36}{-0,14} = -2,57 \; y \; \frac{y'_2}{y} = \frac{0,14}{-0,36} = -0,39$$

6. Un rayo de luz roja incide desde el interior de un vidrio de indice de refracción n_v sobre una interfase vidrio-aire con un angulo de incidencia critico $\theta_0 = 41.8°$. La longitud de onda de la luz roja en el aire es de A = 656.3 nm. Calcular: a) El indice de refracción n_v de ese vidrio. b) La longitud de onda de la luz roja en dicho vidrio.

Respuesta:

a) Al incidir el rayo luminoso con un ángulo igual al ,angulo límite, podremos escribir lo siguiente:

$$\frac{\mathrm{sen}\,41,8^{\circ}}{\mathrm{sen}\,90^{\circ}} = \frac{1}{\mathrm{n_v}} \qquad \text{Obteniéndose : } \mathrm{n_v} = 1,50$$

b) La longitud de onda es igual al cociente entre la velocidad de propagación y la frecuencia, teniendo esta última el mismo valor en cualquier medio. Así pues, podremos poner:

$$6,563 \cdot 10^{-7} = \frac{\mathrm{c}}{\nu} \qquad \lambda_v = \frac{c/n_v}{\nu}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{6,563 \cdot 10^{-7}}{\lambda_v} = n_v = 1,5 \qquad \lambda_v = 4,375 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

7. Un objeto de 4.3 cm de altura esta situado a la izquierda de una lente delgada convergente con una distancia focal imagen de 80 cm. La imagen del objeto formada por la lente tiene una altura de 5.2 cm y está invertida. a) Calcular las posiciones del objeto y de la imagen respecto a la lente. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

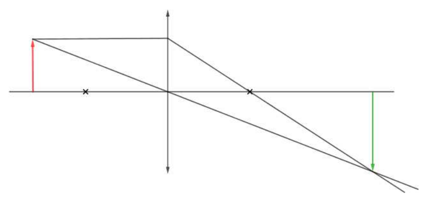
a) A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} = \frac{-5,2}{4,3} \qquad \mathrm{s}' = -1,21\,\mathrm{s}$$

Aplicando ahora la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,8} \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{1,21s} = -\frac{1}{0,8} \qquad \text{Obteniéndose}: \mathrm{s} = -1,46\,\mathrm{m} \quad \mathrm{y} \quad \mathrm{s}' = +1,77\,\mathrm{m}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



8. Un objeto de 10 mm de altura esta situado a la izquierda de una lente delgada. La imagen del objeto formada por la lente es derecha, tiene una altura de 4.5 mm y esta situada a 16 cm a la izquierda de la lente. Calcular: a) La posición del objeto respecto a la lente. b) La distancia focal imagen de la lente.

Respuesta:

a) A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} \qquad \frac{4,5}{10} = \frac{-16}{\mathrm{s}} \qquad \mathrm{s} = -35,5\,\mathrm{cm}$$

b) Aplicando ahora la ecuación de las lentes delgadas:

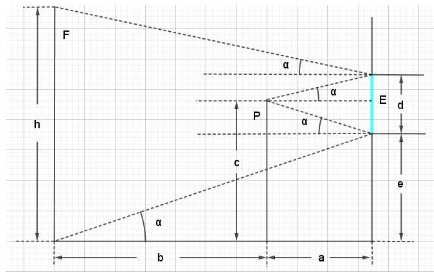
$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \quad \frac{1}{-35,5} - \frac{1}{-16} = -\frac{1}{f'} \qquad \text{Obteniéndose}: \mathrm{f}' = -29,1\,\mathrm{cm}$$

9. Una persona P esta mirando el escaparate E de una tienda que esta a una distancia a = 1.5 m. El cristal del E escaparate actúa coma un espejo plano de manera que la persona puede ver el reflejo de una farola F de altura h = 3 m que esta a una distancia b = 3.5 m de la persona como indica la figura. La altura de los ojos de la persona sabre el suelo es de c = 1.7 m. La imagen de la farola ocupa exactamente toda la altura d del escaparate. Calcular: a) La altura d que tiene el cristal del escaparate. b) La distancia e entre el borde inferior del cristal del escaparate y el suelo.

Respuesta: a) La representación gráfica es la siguiente:

De esta representación se puede deducir que:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{e}}{\mathrm{a}+\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{e}}{5} \qquad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{d}/2}{1,5} \qquad \mathrm{e} = \frac{5\mathrm{d}}{3}$$



Teniendo en cuenta que: $\frac{\mathrm{d}}{2} + \mathrm{e} = 1,7\,\mathrm{m}$, podemos escribir lo siguiente:

$$\frac{\mathrm{d}}{2} + \frac{5\mathrm{d}}{3} = 1,7 \qquad \mathrm{d} = 0,78\,\mathrm{m}$$

b) A partir de los resultados del apartado a):

$$\mathrm{e} = \frac{5\mathrm{d}}{3} = \frac{5 \cdot 0,78}{3} = 1,31\,\mathrm{m}$$

10. Un objeto de 8 cm de altura esta situado a 50 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen de este objeto es derecha, virtual y tiene una altura de 32 cm. a) Calcular la posición de la imagen respecto a la lente, y la potencia de la misma. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente

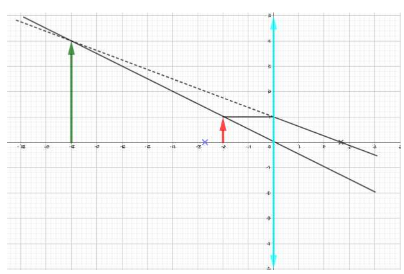
Respuesta: a) Aplicando la ecuación del aumento lateral tendremos que:

$$32 = 8\,\frac{\mathrm{s}'}{-0,5} \qquad \mathrm{s}' = -2\,\mathrm{m}$$

Para calcular la potencia, utilizamos la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,5} - \frac{1}{-2} = -\mathrm{P} \qquad \mathrm{P} = 1,5\,\mathrm{dp}$$

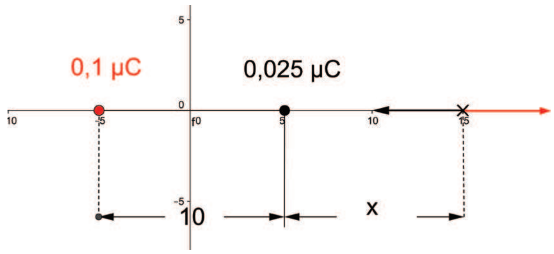
b) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Electromagnetismo.

1. Dos cargas eléctricas puntuales están fijas en el eje X. La carga $q_1 = 10^{-7}$ C está situada en un punto con coordenada x_1 = - 5 cm. La carga q_2 = - 2.5 x 10^{-8} C está situada en un punto con coordenada x_2 = 5 cm. Calcular: a) El punto donde el campo eléctrico total creado por las dos cargas es cero. b) El valor del potencial eléctrico total en ese punto. Constante de Coulomb: k = $9{\cdot}10^9$ Nm^{2}C^{-2}

   Respuesta: a) La representación gráfica es la siguiente:



   De la anterior representación gráfica, se puede deducir lo siguiente:

$$\frac{k \cdot 10^{-7}}{(0,1+x)^2} = \frac{k \cdot 2,5 \cdot 10^{-8}}{x^2} \longrightarrow \left(\frac{0,1+x}{x}\right)^2 = \frac{10^{-7}}{2,5 \cdot 10^{-8}} = 4$$

   Puesto que x no puede tomar valores negativos podremos poner:

$$\frac{0,1+x}{x} = 2 \longrightarrow x = 0,1\,\mathrm{m}$$

   b) El potencial eléctrico será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7}}{0,1+0,1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2,5 \cdot 10^{-8})}{0,1} = 4500 - 2250 = 2250\,\mathrm{V}$$

2. Una partícula alfa que tiene una masa $m_\alpha = 6.68{\cdot}10^{-27}$ kg y una carga eléctrica $q_\alpha = +2$e, se acelera desde el reposo a través de una diferencia de potencial de ΔV = 2000 V. Después de esto, la partícula alfa entra en una región donde existe un campo magnético de módulo B = 0.3 T y con dirección perpendicular a la velocidad de la partícula alfa. Calcular: a) La velocidad de la partícula alfa cuando entra en la región del campo magnético. b) El radio de la trayectoria seguida por la partícula alfa en la región donde existe el campo magnético. Carga eléctrica elemental: e = $1.6{\cdot}10^{-19}$C

   Respuesta:

   a) La velocidad de la partícula α se calcula de la siguiente forma:

$$q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{6,68 \cdot 10^{-27}}} = 4,3 \cdot 10^5 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

   b)El radio de la trayectoria será:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{6{,}68 \cdot 10^{-27} \cdot 4,3 \cdot 10^5}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3} = 0,030\,\mathrm{m}$$

3. Una carga puntual positiva $q_1 = q$ está fija situada sobre el eje X en el punto x = -a. Una partícula P de masa m y carga positiva $q_2 = q$ está situada en la parte positiva del eje X e infinitamente alejada de la carga q_1. a) Calcular el trabajo necesario para llevar a la partícula P desde su posición inicial en el infinito hasta una posición final en x = a sin variar su energía cinética. b) Calcular la velocidad inicial mínima que se debería dar inicialmente a la partícula P para que llegara desde su posición inicial en el infinito hasta la posición final en x = a. Constante de Coulomb: k = $9{\cdot}10^9 \mathrm{N}{\cdot}m^2 \cdot kg^{-2}$

Respuesta:

a) El trabajo necesario será:

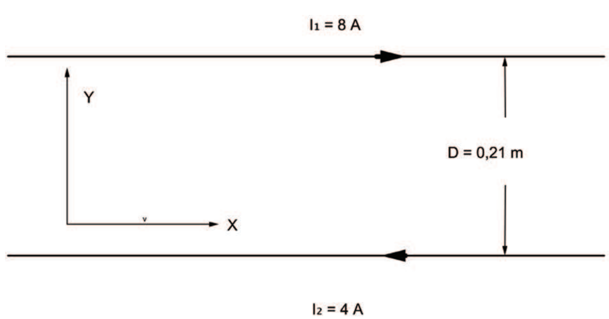
$$W = q(V_\infty - V_{-a}) = q\left(0 - \frac{kq}{2a}\right) = -\frac{kq^2}{2a}$$

Al tener este trabajo signo negativo, nos indica que el trabajo a realizar debe serlo por una fuerza que se oponga al campo gravitatorio, es decir $W_F = \frac{kq^2}{2a}$ J

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

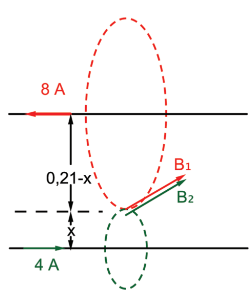
$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \frac{kq^2}{2a} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{kq^2}{ma}}$$

4. El dibujo muestra dos hilos conductores rectos paralelos que pueden considerarse infinitos. Ambos conductores están situados en el plano XY. Teniendo solo en cuenta el plano XY que contiene a los conductores, ¿a qué distancia del conductor por el que pasa la corriente I_1 se cumple que el campo magnético creado por cada uno de los conductores tiene el mismo módulo, dirección y sentido?



Respuesta:

a) El campo magnético creado por ambos conductores queda representado en la siguiente imagen:



[1]Los respectivos campos magnéticos tendrán el mismo módulo,dirección y sentido si se cumple:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = B_2$$

Sustituyendo, tendremos:

$$\frac{8}{0,21 - x} = \frac{4}{x} \longrightarrow x = 0,07\,\mathrm{m}$$

5. Una carga eléctrica puntual positiva $q_1 = 10^{-6}$ C está fija en el origen. Calcular el trabajo necesario para trasladar otra carga eléctrica puntual positiva $q_2 = 5{\cdot}10^{-8}$ C desde el punto A de coordenadas (1, 0, 0) m hasta el punto B de coordenadas (0.5, 0,0) m sin variar su energía cinética. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 $\mathrm{Nm^2/C^2}$.

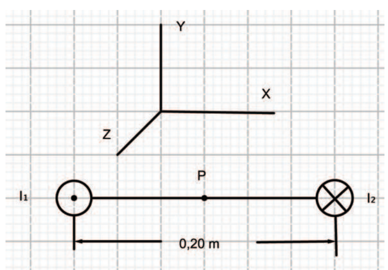
Respuesta:

El trabajo necesario será:

$$W = q(V_1 - V_2) = 5 \cdot 10^{-8} \left(\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{1} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{0,5} \right) = -4,5 \cdot 10^{-4}\mathrm{J}$$

Al ser negativo el trabajo, debe ser realizado por una fuerza externa que se oponga al campo.

6. Por dos hilos conductores, rectilíneos y paralelos, de gran longitud y separados una distancia de 20 cm, circulan dos corrientes de intensidades iguales $I_1 = I_2 = 3$ A, en sentidos opuestos como indica la figura.



Calcular: a) El vector campo magnético total en el punto P, equidistante de ambos conductores, expresando su módulo, dirección y sentido. b) La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el conductor 1 sobre el 2, expresando su módulo, dirección y sentido. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\mathrm{N/A^2}$.

Respuesta:

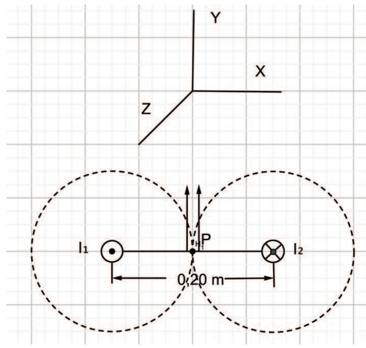
a) El campo magnético creado en el punto P por cada uno de los conductores tendrá los módulos respectivos:

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 0,1} = 6 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 0,1} = 6 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

Como puede verse, los módulos de ambos campos magnéticos tienen el mismo valor. Podemos ver ver la dirección y sentido de aquellos en la siguiente representación gráfica:

[1]Los sentidos de las corrientes en la gráfica son los opuestos a los que figuran en el enunciado, pero el planteamiento numérico es el mismo. El único cambio será que los vectores campo tendrían el sentido contrario al que correspondería a los datos del enunciado.



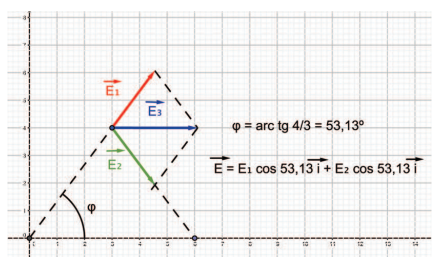
7. Una carga eléctrica puntual positiva, $q_1 = 4$ x 10^{-9} C, está fija en el origen. Otra carga eléctrica puntual negativa q_2= -4 x 10^{-9} C, está fija en el eje X en un punto de coordenada x = 6 m. Calcular el vector campo eléctrico total creado por ambas cargas en el punto P del plano XY de coordenadas (3, 4) m. Expresar su módulo, dirección y sentido. Constante de Coulomb: k = 9 x $10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$

Respuesta:

Los módulos de $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$ son iguales y tienen el valor:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3^2+4^2}} = 7,2\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

La representación gráfica es la siguiente:



Según puede verse en la imagen, tendremos:

$$\overrightarrow{E} = 2 \cdot 7,2\,cos\,53,13\,\overrightarrow{i} = 8,64\,\overrightarrow{i}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

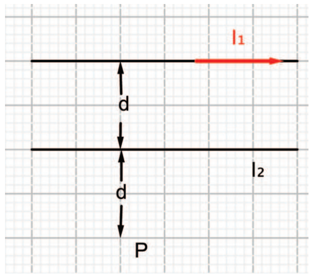
8. Se tienen dos hilos conductores rectos, paralelos e infinitos, separados una distancia d = 20 cm. Por el conductor 1 circula una corriente eléctrica de intensidad 1 = 2 A hacia la derecha como indica la figura.

¿Qué intensidad de corriente I_2, y en qué sentido, debe circular por el conductor 2 para que se anule el campo magnético total en el punto P? Justifica razonadamente la respuesta. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 .= 4\pi \cdot 10^{-7} \mathrm{N} \cdot \mathrm{A}^{-2}$.

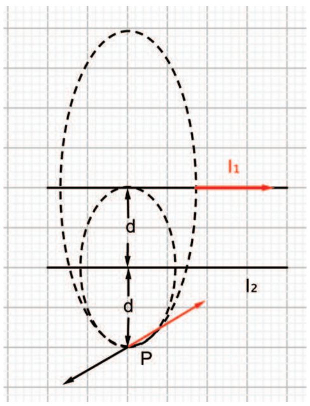
Respuesta:

La corriente I_2 debe circular en sentido contrario a I_1. En aplicación de la regla de la mano derecha, los vectores campo tendrán, en este caso, la misma dirección y sentido contrario. Por otra parte, al ser iguales los módulos de ambos, tendremos:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \qquad I_2 = \frac{I_1 d_2}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,2}{0,4} = 1\,\mathrm{A}$$



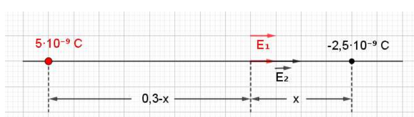
En la siguiente representación gráfica podemos ver un esquema que justifica la respuesta:



9. Una carga eléctrica puntual positiva $q_1 = 5 \text{ x } 10^{-9}$ C, está fija en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica puntual negativa $q_2 = -2.5 \text{ x } 10^{-9}$ C, esta fija en el eje X en un punto de coordenada x = 30 cm. a) Calcular el punto del eje X situado entre ambas cargas donde el potencial eléctrico total es cero. b) Calcular el vector campo eléctrico total en ese punto, expresando su modulo, dirección y sentido. Constante de Coulomb: $k = 9 \text{ x } 10^9 \text{ N m}^2\text{C}^{-2}$.

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Podemos obtener la siguiente igualdad:

$$\mathrm{V} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,3 - \mathrm{x}} + \frac{9 \cdot 10^9(-2,5 \cdot 10^{-9})}{\mathrm{x}} = 0$$

Obteniéndose un valor: x = 0,1 m
b) La intensidad de campo eléctrico en dicho punto es:

$$\overrightarrow{E} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,2^2}\,\overrightarrow{i} + \frac{9 \cdot 10^9(2,5 \cdot 10^{-9})}{0,1^2}\,\overrightarrow{i} = 3375\,\overrightarrow{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

10. Un haz de electrones atraviesa con movimiento rectilíneo uniforme y velocidad de 3 x 10^6 m/s una zona donde existen un campo eléctrico y un campo magnético, ambos uniformes y perpendiculares entre sí. Si el campo eléctrico se apaga manteniéndose el campo magnético, los electrones realizan una órbita circular de 2 cm de radio. Calcular: a) El módulo del campo magnético. b) El módulo del campo eléctrico existente en la situación inicial. Masa del electrón: m_e = 9.1 x 10^{-31} kg. Carga eléctrica del electrón: q_e = -1.6 x 10^{-19} C.

Respuesta:

a) El radio de la trayectoria cuando solamente actúa el campo magnético es:

$$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{qB}}$$

Por lo que, sustituyendo valores y despejando, obtendremos:

$$\mathrm{B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^6}{0,02 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,53 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

b) En la situación inicial, la fuerza sobre los electrones es nula, por lo que podremos escribir:

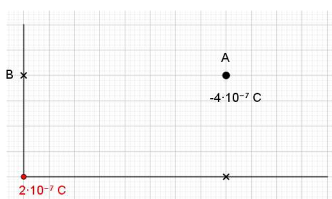
$$\left|\mathrm{q}\vec{E}\right| = \left|\mathrm{q}\vec{v} \times \vec{B}\right|$$

Por lo que: $\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{v} \times \vec{B}\right| = 3 \cdot 10^6 \cdot 8,53 \cdot 10^{-4} = 2559\mathrm{N/C}$

11. Una carga eléctrica puntual positiva q_1 = 2 x 10^{-7} C, esta fija en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica puntual negativa $q_{,2}$ = -4 x 10^{-7} C esta fija situada en un punto A de coordenadas (4, 2) m. a) Calcular el potencial eléctrico total en los puntos B (0, 2) m y C (4, 0) m. b) Calcular el trabajo que es necesario realizar para transportar una carga puntual negativa q_0 = -3 x 10^{-7} C, desde el punto B hasta el punto C sin variar su energía cinética.. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 N m^2C^{-2}.

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos escribir:

$$\mathrm{V_B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{2} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-7})}{4} = 0\,\mathrm{V}$$

$$\mathrm{V_C} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{4} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-7})}{2} = -1350\,\mathrm{V}$$

b) Para trasladar la carga q_0 desde B hasta C, el trabajo necesario será:

$$\mathrm{W} = \mathrm{q_0}(\mathrm{V_B} - \mathrm{V_c}) = -3 \cdot 10^{-7}[0 - (-1350)] = -4,05 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

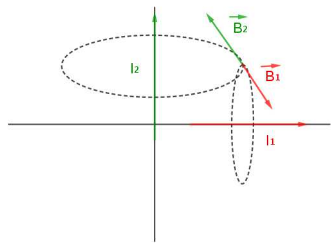
El trabajo tiene signo negativo, pues una carga negativa tenderá a desplazarse espontáneamente desde un punto de menor a otro de mayor potencial.

12. Dos cables conductores rectos y muy largos coinciden con los ejes X e Y de manera que ambos se cruzan en el origen de coordenadas O como muestra la figura. Por ellos circulan corrientes de intensidades 1_1

= 2 A e I_2 = 4 A. a) Calcular el campo magnético total creado por ambas corrientes en el punto P de coordenadas x = 8 cm e y = 5 cm. Expresar vectorialmente el resultado. b) Una carga puntual negativa q = -5 x 10^{-6} C pasa por el punto P con una velocidad $\vec{v} = 10^4\,\vec{i}$ m/s. Calcular la fuerza magnética que actúa sabre esa carga en el punto P. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi$ x 10^{-7} N/A^2.

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Podemos deducir, por aplicación de la regla de la mano derecha, que los vectores campo magnético están dirigidos a lo largo del eje Z, uno de ellos ($\vec{B_1}$), en el sentido positivo, mientras que $\vec{B_2}$ lo está en el sentido negativo de dicho eje. Los respectivos módulos de estos campos magnéticos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi 0,05} = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi 0,08} = 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

Con lo que el campo resultante será:

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = (8 \cdot 10^{-6} - 10^{-5})\,\vec{k} = -2 \cdot 10^{-5}\,\vec{k}\,\mathrm{T}$$

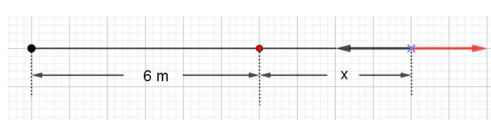
b) La fuerza sobre la carga es:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = -5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4\,\vec{i} \times (-2 \cdot 10^{-5}\,\vec{k}) = -10^{-6}\,\vec{j}\,\mathrm{N}$$

13. Dos cargas eléctricas puntuales están fijas en el plano XY. La carga q_1 = - 4 x 10^{-6} C, esta situada en el origen de coordenadas. La carga q_2 = 6.4 x 10^{-7} C, esta situada en el eje X en un punto de coordenada x = 6 m. a) Explicar razonadamente en que zona del plano XY esta situado el punto donde el campo eléctrico total creado por ambas cargas es nulo, y calcular las coordenadas de ese punto. b) Calcular el potencial eléctrico total en ese punto. Constante de Coulomb: k = 9·10^9 Nm^2·C^{-2}

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Puede apreciarse que el punto en el que el campo eléctrico total debe estar situado sobre el eje X, pues el ángulo formado entre los dos vectores campo debe ser de 180º. Por otra parte, el punto debe estar situado más cerca de la menor de las cargas, para compensar el menor valor de ésta con una menor

distancia.
Para calcular la coordenada X, tendremos que:

$$\frac{K \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(6+x)^2} = \frac{K \cdot 6,4 \cdot 10^{-7}}{x^2}$$

Obteniéndose un valor $x = 4$ m.

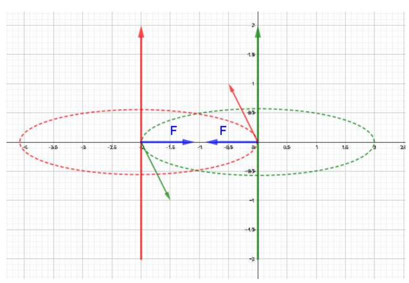
b) El potencial en ese punto será:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-6})}{6+4} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6,4 \cdot 10^{-7}}{4} = -2160\,\mathrm{V}$$

14. Dos hilos conductores rectos, paralelos y muy largos están separados una distancia d = 3 m. Por ambos conductores circulan corrientes eléctricas en el mismo sentido. a) Explicar razonadamente si la fuerza que se ejercen ambos hilos es atractiva o repulsiva. b) La fuerza magnética por unidad de longitud que se ejercen ambos conductores es de 16 x 10^{-7} N/m, y la intensidad de la corriente en el conductor 1 es $I_1 = 4$ A, calcular la intensidad de la corriente en el conductor 2. c) ¿A que distancia del conductor 1se anula el campo magnético total creado por ambas corrientes? Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_{\cdot 0} = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2

Respuesta:

a) Para conocer la dirección y sentido del campo magnético creado por cada conductor sobre el otro, utilizamos la regla de la mano derecha, lo que implica que dichos campos magnéticos serán los representados en la siguiente figura;



Aplicando ahora la regla de la mano izquierda, veremos que la fuerza que cada conductor ejerce sobre el otro es de atracción.

b) La fuerza por unidad de longitud que cada conductor ejerce sobre el otro es:

$$\frac{F}{l} = 16 \cdot 10^{-7} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot I_2}{2\pi \cdot 3} \qquad I_2 = 6\,\mathrm{A}$$

El campo magnético se anulará en un punto situado entre los dos conductores, de forma que:

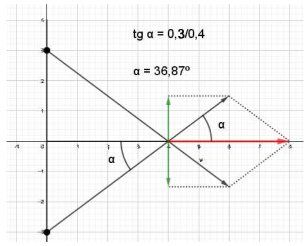
$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6}{2\pi(3-d)} \qquad d = 1,2\,\mathrm{m}$$

15. Dos cargas eléctricas puntuales negativas están fijas en el eje Y del plano XY. Ambas cargas son iguales $q_1 = q_2 = $ -2 x 10^{-7} C, y están situadas en puntos con coordenadas $Y_1 = 30$ cm, e $Y_2 = $ -30 cm. En el eje X se coloca otra carga eléctrica negativa $q_3 = $ -5 x 10^{-7} C en un punto A de coordenada $X_A = $ 40 cm. Calcular: a) El modulo, dirección y sentido de la fuerza eléctrica total que sufre la carga q_3 en el punto A. b) El trabajo que es necesario realizar para transportar la carga q_3 desde el punto A hasta

el origen de coordenadas sin variar su energía cinética. Constante de Coulomb: k = $9{\cdot}10^9$ Nm^2/C^2.

Respuesta:

a) Como puede verse en la representación gráfica siguiente:



El módulo de la fuerza que q_1 ejerce sobre q_3 es el mismo que el ejercido sobre esta última carga por q_2. Las componentes verticales de cada una de las fuerzas se anulan entre sí, por lo que la fuerza resultante sobre q_3 será:

$$\overrightarrow{F} = 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{0,5^2} \cos 36,87^{\circ}\,\overrightarrow{i} = 5,76 \cdot 10^{-3}\overrightarrow{i}\ \mathrm{N}$$

b) El trabajo necesario será: W = q (V_1 - V_2), siendo:

$$V_1 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-7})}{0,5} = -7200\,\mathrm{V} \qquad V_2 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-7})}{0,3} = -12000\,\mathrm{V}$$

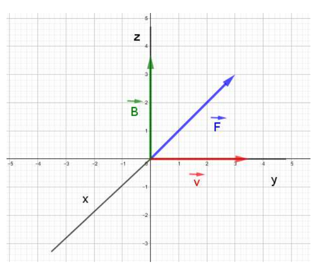
$$W = -5 \cdot 10^{-7}\,[-7200 - (-12000)] = -2,4 \cdot 10^{-3}\mathrm{J}$$

El signo negativo del trabajo significa que éste se realiza en contra del campo eléctrico resultante.

16. Un anión, que se mueve con velocidad $\overrightarrow{v}$ en la dirección y sentido del vector unitario J , entra en una región donde existe un campo magnético uniforme $\overrightarrow{B}$ = 0.2 $\overrightarrow{k}$ T. a) Haz un dibujo que represente los vectores $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{B}$, y la fuerza magnética que sufre el anión. b) Si el radio de la trayectoria circular que describe el anión es de 10,2 cm, calcula el modulo de la velocidad del anión. c) Calcula el modulo de la fuerza magnética que sufre el anión. Carga eléctrica del anión: q = - 3.2 x 10^{-19} C. Masa del anión: me = 13 x 10^{-27} kg

Respuesta:

a) La representación gráfica de los vectores sería la siguiente:



b) El módulo de la velocidad del anión se calcula así:

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad 0,102 = \frac{13 \cdot 10^{-27} v}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2} \qquad v = 5,02 \cdot 10^5 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) El módulo de la fuerza magnética será:

$$F = qvB = 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 5,02 \cdot 10^5 \cdot 0,2 = 3,21 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{N}$$

5. Física moderna.

1. El LHC es un gigantesco acelerador y colisionador de protones en el que dichas partículas son aceleradas hasta alcanzar una velocidad igual al 99.99 % de la velocidad de la luz. Calcular la longitud de onda de de Broglie correspondiente a los protones cuando alcanzan dicha velocidad. Constante de Planck: h = 6.63·10^{-34} J·s. Masa del protón en reposo: m_p = 1.67·10^{-27} kg. Velocidad de la luz en el vacío: c = $3 \cdot 10^8$.m/s

   Respuesta:

   a) La cantidad de movimiento relativista será:

$$p_{rel} = \gamma mv = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}mv = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{(0,9999c)^2}{c^2}}}mv = 70,71{\cdot}1,67{\cdot}10^{-27}{\cdot}0,9999{\cdot}3{\cdot}10^8 = 3,54{\cdot}10^{-17}\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

   La longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}}{3,54\cdot 10^{-17}} = 1,87\cdot 10^{-17}\text{m}$$

2. El trabajo de extracción fotoeléctrico de la superficie del magnesio es 5.8·10^{-19} J. Determinar la longitud de onda, correspondiente a la frecuencia umbral, necesaria para que sean emitidos electrones por la superficie del metal. Constante de Planck: h = 6.63·10^{-34} J·s. Velocidad de la luz en el vacío: c = $3 \cdot 10^8$.m/s

   Respuesta:

   a) El trabajo de extracción puede ser expresado de la forma:

$$W_{ext} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad \text{Con lo que}: \quad \lambda_0 = \frac{hc}{W_{ext}} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{5,8\cdot 10^{-19}} = 3,43\cdot 10^{-7}\text{m}$$

3. Una nave espacial A pasa ante un observador B con una velocidad relativa de 0.3 c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. El observador B mide que una persona dentro de la nave espacial tarda un tiempo de 3.96 s en recorrer una distancia de 5 m en la dirección del movimiento de la nave. Calcular: a) El valor de ese tiempo medido por la persona de la nave. b) El valor de la distancia recorrida por la persona de la nave medido por ella misma.

   Respuesta:

   a) En primer lugar, debemos determinar el valor deγ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{(0,3\,c)^2}{c^2}}} = 1,048$$

   El tiempo medido por el observador en la nave, será:

$$t = \frac{t'}{\gamma} = \frac{3,96}{1,048} = 3,78\,\text{s}$$

   b) La distancia recorrida por la persona en la nave será:

$$L = \gamma\, L' = 1,048\cdot 5 = 5,24\,\text{s}$$

4. Calcular la longitud de onda y la frecuencia de de Broglie asociadas a un electrón que se mueve de forma no relativista con una velocidad de 10^8 m/s. Masa del electrón: m_e = 9.1 x 10^{-31} kg. Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34} J·s.

Respuesta:

La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^8} = 7,29 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$$

$$\nu = \frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{7,29 \cdot 10^{-12}} = 4,11 \cdot 10^{19}\,\mathrm{s}^{-1}$$

5. Dos hermanos gemelos tienen 32 años cuando uno de ellos, que es astronauta, sale de viaje por el espacio en una nave que se mueve con una velocidad cercana a la de la luz en el vacío. a) Cuando el astronauta cumple 35 años en su nave, el hermano en la Tierra cumple sus 40 años. Calcular la velocidad con que se mueve la nave espacial. b) Durante el viaje, el gemelo astronauta mide la longitud de la nave en la dirección del movimiento con un resultado de 100 m. Calcular la longitud de la nave que mediría el otro hermano gemelo en la Tierra al verla pasar. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) El tiempo medido por el astronauta está relacionado con el de su gemelo en la Tierra mediante la expresión:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} \qquad 35 = \frac{40}{\gamma} \qquad \gamma = \frac{8}{7}$$

$$\gamma = \frac{8}{7} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{de donde :} \quad v = 0,484\,c$$

b) La relación entre las longitudes será:

$$\mathrm{L}' = \frac{\mathrm{L}}{\gamma} = \frac{100}{8/7} = 87,5\,\mathrm{m}$$

6. Un láser emite luz monocromática con longitud de onda λ = 550 nm que incide sobre una superficie metálica cuyo trabajo de extracción es de 1.9 eV. Calcular: a) la velocidad máxima de las electrones emitidos por el metal. b) La longitud de onda de de Broglie asociada a las electrones emitidos con esa velocidad máxima. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s. Carga eléctrica elemental: e = 1.6 x 10^{-19} C Masa del electrón: m_e = 9.1 x 10^{-31} kg Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34}J·s.

Respuesta:

a) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \mathrm{W_{ext}} + \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \qquad \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} = 1,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}\,9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{v}^2$$

De donde se obtiene v = 3,56·10^5m· s^{-1}

b) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,56 \cdot 10^5} = 2,05 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$$

7. Un astronauta de 31 años se despide de su hermano, que tiene 27 años, ya que va a hacer un viaje en una nave espacial con una velocidad relativista del 92 % de la velocidad de la luz en el vacío. a) ¿Cuánto tiempo debe estar viajando el astronauta para que al volver a la Tierra su hermano sea 5 años mayor que el? Dar el resultado en el sistema de referencia de cada hermano. b) Un extraterrestre en reposo ve pasar la nave y le mide una longitud de 50 m, ¿Cuál es la longitud de la nave medida por el propio astronauta? Velocidad de la luz en el vacío: c = $3\cdot10^8$ m/s.

Respuesta:

a) La relación entre el tiempo medido por el hermano que queda en Tierra (t′) y el que mide el astronauta (t) es:

$$\mathrm{t}' = \gamma\mathrm{t} \qquad \text{siendo } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{0,92^2\mathrm{c}^2}{\mathrm{c}^2}}} = 6,51$$

La edad del hermano que quedó en Tierra será: E_T = 27 + 6,51 t, mientras que la del astronauta será: E_A = 31 + t. sabiendo que la diferencia E_T - E_A = 5, tendremos:

$$27 + 6,51\mathrm{t} - (31 + \mathrm{t}) = 5 \qquad \mathrm{t} = 1,63\,\text{años} \quad \text{y} \qquad \mathrm{t}' = 10,61\,\text{años}$$

b) La longitud medida por el astronauta (longitud propia, L), respecto al cual la nave se encuentra en reposo, y la longitud L′ medida por el observador respecto al que se desplaza la nave estárelacionadas en la forma: L = γ L′, por lo que la longitud medida por el astronauta en reposo será:

$$\mathrm{L} = 6,51 \cdot 50 = 325,5\,\mathrm{m}$$

8. Sabre un material metálico se hace incidir radiación monocromática de frecuencia f = $6.7\cdot10^{14}$ Hz. A consecuencia de ello, el metal emite electrones con una velocidad máxima de $7\cdot10^5$ m/s. Calcular: a) el trabajo de extracción del material metálico y su frecuencia umbra!. b) La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal. Constante de Planck: h = $6.63\cdot10^{-34}$ J s. Masa del electrón: me = 9. $1\cdot10^{-31}$ kg

Respuesta:

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{14} = \mathrm{W_{ext}} + \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}(7 \cdot 10^5)^2 \qquad \mathrm{W_{ext}} = 2,21 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

La frecuencia umbral es:

$$\nu_0 = \frac{\mathrm{W_{ext}}}{\mathrm{h}} = \frac{2,21 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 3,33 \cdot 10^{-14}\mathrm{s}^{-1}$$

b) La longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 7 \cdot 10^5} = 1,04 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}$$