PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

22 de septiembre de 2017

1. Gravitación.

1. Un asteroide de forma esférica y radio 3 km tiene una densidad de 3 g·cm^{-3}. Determine: a) La velocidad de escape desde la superficie de dicho asteroide. b) La velocidad de un cuerpo a una altura de 1 km sobre la superficie del asteroide si partió de su superficie a la velocidad de escape. Dato: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}

   Respuesta:

   a) En el S.I, la densidad tendrá un valor de 3000 kg/m^3.La velocidad de escape viene dada por:

   $$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4/3 \cdot \pi r^3 3000}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4\pi r^2 3000}{3}} = 3,88\,m/s$$

   b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

   $$-\frac{GMm}{r_0} + \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

   $$-\frac{6,67 \cdot 10^{-11} 4/3\pi 3000^3 \cdot 3000}{3000} + \frac{1}{2}3,88^2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} 4/3\pi 3000^3 \cdot 3000}{4000} + \frac{1}{2}v^2$$

   Obteniéndose **v = 3,36 m/s**.

2. Una reciente investigación ha descubierto un planeta similar a la Tierra orbitando alrededor de la estrella Próxima Centauri, una enana roja cuya masa es un 12 % de la masa del Sol y su radio es el 14 % del radio solar. Mediante técnicas de desplazamiento Doppler se ha medido el periodo del planeta alrededor de la estrella obteniéndose un valor de 11,2 días. Determine: a) La aceleración de la gravedad sobre la superficie de la estrella. b) El radio de la órbita del planeta suponiendo ésta circular. Datos: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67.10^{-11}Nm^{2}kg^{-2}; Masa del Sol, M$_S$ = 1,99·10^{30} kg; Radio del Sol, R$_S$ = 7·10^8 m.

   Respuesta:

   a) La aceleración de la gravedad en la superficie de la estrella es:

   $$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,12 \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{(0,14 \cdot 7 \cdot 10^8)^2} = 1658,47\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

   b) Aplicando la tercera ley de Kepler, tendremos:

   $$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \qquad \text{de donde se deduce :} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

   Sustituyendo valores:

   $$\sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,12 \cdot 1,99 \cdot 10^{30}(11,2 \cdot 86400)^2}{4\pi^2}} = 7,23 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$$

3. Se desea situar un satélite de 120 kg de masa en una órbita circular, alrededor de la Tierra, a 150 km de altura. a) Determine la velocidad inicial mínima requerida para que alcance dicha altura. b) Una vez alcanzada dicha altura, calcule la energía adicional necesaria para que orbite. Datos: Radio de la Tierra, R$_T$ = 6,37·10^6 m; Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}; Masa de la Tierra, M$_T$ = 5,97·10^{24} kg.

   Respuesta:

   a) La velocidad necesaria se halla aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

   $$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r_T} = -\frac{GMm}{r}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 1,5 \cdot 10^5)} \quad v = 1698\, m \cdot s^{-1}$$

b) La energía del satélite en órbita será:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 120}{2\,(6,37 \cdot 10^6 + 1,5 \cdot 10^5)} = -3,66 \cdot 10^9\, J$$

Puesto que la energía potencial a esa altura es:

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 120}{(6,37 \cdot 10^6 + 1,5 \cdot 10^5)} - 7,33 \cdot 10^9 J$$

la energía que debe suministrarse es:

$$E_s = E - U = 3,66 \cdot 10^9\, J$$

4. Considérese una masa M = 50 kg situada en el origen de coordenadas. Bajo la acción del campo gravitatorio creado por dicha masa, determine: a) El trabajo requerido para mover una masa m_1 = 2 kg desde P_1 = (1, 0, 0) m a P_2 = (3, 4, 0) m. b) La energía cinética de una partícula de masa m_2 = 3 kg que, partiendo del reposo, se mueve desde el punto P_3 = (9/2, 6, 0) m al punto P_2. Dato: Constante de Gravitación Universal, G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Respuesta:

a) El trabajo requerido es:

$$W = -\Delta U = m\left(-\frac{GM}{r_1} + \frac{GM}{r_1}\right) = 2\left(-\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 50}{1} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 50}{\sqrt{3^2 + 4^2}}\right) = -5,34 \cdot 10^{-9} J$$

Al ser negativo el trabajo, éste deberá ser realizado por una fuerza externa, y no por el campo gravitatorio.

b) El trabajo realizado sobre la partícula se igualará al incremento de su energía cinética, es decir:

$$W = -\Delta U = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

Las respectivas energías potenciales en los puntos P_3 y P_2 serán:

$$U_3 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 50 \cdot 3}{\sqrt{(9/2)^2 + 6^2}} = -1,334 \cdot 10^{-9} J \qquad U_2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 50 \cdot 3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = -2,001 \cdot 10^{-9} J$$

$$E_C = -1,334 \cdot 10^{-9} + 2,001 \cdot 10^{-9} = 6,67 \cdot 10^{-10} J$$

5. a) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, obtenga una expresión para la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta esférico de radio R y masa M. b) Calcule la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio sabiendo que posee una masa de $3{,}30 \cdot 10^{23}$ kg y una aceleración de la gravedad en su superficie de 3,70 $m \cdot s^{-2}$. Dato: Constante de Gravitación Universal, G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Respuesta:

a) La suma de energías cinética y potencial en la superficie del planeta es igual a la suma de dichas energías a una distancia infinita. Su suponemos que se alcanza esta distancia con una velocidad nula, tendremos:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv_e^2 = 0 \qquad \text{de donde se deduce} : v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b) Para calcular la velocidad de escape de Mercurio, debemos conocer su radio, a partir de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta:

$$3,70 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,30 \cdot 10^{23}}{r^2} \quad \text{obteniéndose :} \quad \mathrm{r} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,30 \cdot 10^{23}}{3,70}} = 2,44 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

Con este dato:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,30 \cdot 10^{23}}{2,44 \cdot 10^6}} = 4247,6\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

6. a) A partir de la ley fundamental de la dinámica, deduzca la expresión de la velocidad orbital de un satélite que gira en una órbita circular de radio R alrededor de un planeta de masa M. b) Si un satélite de 21 kg gira alrededor del planeta Marte, calcule el radio de la órbita circular y la energía mecánica del satélite si su periodo es igual al de rotación del planeta. Datos: Masa de Marte, M_{Marte} = 6,42·10^{23} kg; Periodo de revolución del planeta, T_{Marte} = 24,62 h; Constante de Gravitación Universal, G =$6,67 \cdot 10^{-11} \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \mathrm{kg}^{-2}$.

Respuesta:

a) A partir del 2º Principio de la Dinámica, podremos escribir:

$$F = ma \longrightarrow \frac{GMm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \qquad \text{de donde se deduce :}\ v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

b) El periodo de Marte es: T = 24,62· 3600 = 88632 s. Aplicando la Tercera Ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \quad r = \sqrt[3]{\frac{88623^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{4\pi^2}} = 2,04 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$$

la energía mecánica del satélite será:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \cdot 21}{2 \cdot 2,04 \cdot 10^7} = 2,204 \cdot 10^7\,\mathrm{J}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Un gallo canta generando una onda sonora esférica de 1 mW de potencia. a) ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora del canto del gallo a una distancia de 10 m? b) Un segundo gallo canta simultáneamente con una potencia de 2 mW a una distancia de 30 m del primer gallo. ¿Cuál será la intensidad del sonido resultante en el punto medio del segmento que une ambos gallos? Dato: Intensidad umbral de audición, I0 = 10^{-12} W m^{-2}.

Respuesta:

a) La intensidad del canto a 10 m de distancia será:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{10^{-3}}{4\pi 10^2} = 7,95 \cdot 10^{-7}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora será:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{7,95 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 59\,\mathrm{dB}$$

b) En el punto medio del segmento que une ambos gallos, la intensidad sonora será la suma de las intensidades del canto de cada uno de ellos, es decir:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{10^{-3}}{4\pi 15^2} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4\pi 15^2} = 1,06 \cdot 10^{-6}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

2. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 10 m s^{-1} y con una frecuencia angular de $\pi/3$ rad s^{-1}. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es $6/\pi$ cm y la velocidad de oscilación es 1 cm s^{-1}, determine: a) La expresión matemática que representa la onda. b) La velocidad de oscilación en el instante inicial en el punto situado en x = $\pi/4$.

Respuesta:

a) La ecuación de la onda será del tipo:

$$y = Asen(\omega t + Kx + \varphi_0)$$

(el signo + delante de Kx se debe a que la onda se propaga de derecha a izquierda).
Con los datos suministrados en el enunciado, podremos poner:

$$\omega = \pi/3\,\mathrm{s}^{-1} \quad K = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi/3}{10} = \frac{\pi}{30}\,\mathrm{m}^{-1}$$

La velocidad de vibración será:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos\left(\omega t + Kx + \varphi_0\right)$$

Para x = 0 y t = 0 se cumple que:

$$y = \frac{6}{\pi} = A\,\mathrm{sen}\varphi_0$$

$$v = 10^{-2} = A\,\frac{\pi}{3}\,\cos\varphi_0$$

Dividiendo miembro a miembro nos queda:

$$\frac{600}{\pi} = \frac{3\,\mathrm{tg}\varphi_0}{\pi} \longrightarrow \mathrm{tg}\,\varphi_0 = 200 \longrightarrow \varphi_0 = 1,566\,\mathrm{rad}$$

para calcular la amplitud:

$$\frac{6}{\pi} = A\,\mathrm{sen}\,1,566 \longrightarrow \mathrm{A} = 1,91\,\mathrm{m}$$

Así pues, la ecuación de la onda tendrá la forma:

$$y = 1,91\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{30}x + 1,566\right)$$

b) Para t = 0 y x = $\frac{\pi}{4}$, la velocidad de vibración será:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos\left(\omega t + Kx + \varphi_0\right) = 1,91\,\frac{\pi}{3}\,\cos\left(\frac{\pi}{30}\frac{\pi}{4} + 1,566\right) = -0,15\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

3. Una onda armónica transversal de amplitud A = 0,2 m, longitud de onda λ = 0,1 m y frecuencia f = 15 kHz se propaga en el sentido positivo del eje X. En el origen, x = 0, y en el instante inicial, t = 0, la velocidad de oscilación es máxima con sentido negativo. Determine: a) La expresión matemática de la onda. b) La elongación del punto x = 0,3 m en el instante t = 2 s.

Respuesta:

a) La expresión matemática es de la forma:

$$y = A\,\mathrm{sen}\left(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx} + \varphi_0\right)$$

Los valores que proporciona el enunciado son: A = 0,2 m; $\omega = 2\pi$ f = 30000π s^{-1}; k = $2\pi/\lambda = 20\pi$ m^{-1}
La velocidad de oscilación tiene la expresión:

$$v = \frac{dy}{dt} = A\,\omega\,cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right)$$

sabiendo que para x = 0 y t = 0, la velocidad es máxima, y de signo negativo, podremos escribir:

$$v = A\omega\cos\varphi_0 = -A\omega \rightarrow cos\,\varphi = -1 y\ \varphi_0 = \pi\,rad$$

Con estos datos, la ecuación de la onda quedará de la forma:

$$y = 0,2\,\mathrm{sen}\,(30000\pi \mathrm{t} - 20\pi \mathrm{x} + \pi)$$

b) para x = 0,3 y t = 2, la elongación es:

$$y = 0,2\,\mathrm{sen}\,(60000\pi - 6\pi + \pi) = 0\,\mathrm{m}$$

4. Para determinar la profundidad de una cueva se emite una onda sonora esférica de 10 W y se observa que al cabo de 3 s se escucha el eco. Admitiendo que la cueva es suficientemente amplia para despreciar las reflexiones en las paredes laterales, determine, despreciando los efectos de la absorción: a) La profundidad de la cueva. b) La intensidad de la onda sonora al llegar al fondo de la cueva. Dato: Velocidad del sonido en el aire, v = 340 m s^{-1}.

Respuesta:

a) La profundidad de la cueva es d = 340·3/2 = 510 m. (El tiempo invertido por el sonido en el camino de ida o de vuelta es 3/2 = 1,5 s)

b) La intensidad es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{10}{4\pi 510^2} = 3,06 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

5. La perturbación asociada a una onda viene descrita por la expresión($\psi(x,t) = 10^{-4}$ sen (2765 t + 1,85 x), donde ψ y x se expresan en metros y t en segundos. a) Indique su dirección y sentido de propagación, y calcule su longitud de onda y su frecuencia. b) Obtenga la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de oscilación.

Respuesta:

a) La onda se propaga en el sentido negativo del eje X, tal como indica el signo + en el sumando 1,85 x. La longitud de onda y la frecuencia se calcularán, respectivamente, así:

$$k = 1,85 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = \frac{2\pi}{1,85} = 3,4\,\mathrm{m}$$

$$\omega = 2675 = 2\pi\nu \quad \nu = \frac{2675}{2\pi} = 425,7\,\mathrm{Hz}$$

b) la velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \lambda \cdot \nu = 3,4 \cdot 425,7 = 1447,4 \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Mientras que la velocidad de oscilación es:

$$v_t = \frac{d\psi}{dt} = 10^{-4} \cdot 2675\cos(2675\mathrm{t} + 1,85\mathrm{x})$$

Siendo la velocidad máxima:

$$v_{máx} = 10^{-4} \cdot 2675 = 0,27\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

6. Una fuente puntual de 3 µW emite una onda sonora. a) ¿Qué magnitud física "oscila" en una onda de sonido? ¿Es una onda longitudinal o transversal? b) Calcule la intensidad sonora y el nivel de intensidad sonora a 5 m de la fuente. Determine a qué distancia del foco emisor se debe situar un observador para dejar de percibir dicho sonido. Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$W m^{-2}.

Respuesta:

a) Una onda sonora está formada por zonas alternadas de compresión y rarefacción del aire, por lo que la magnitud física a la que se refiere el enunciado es la presión. Es sonido es una onda longitudinal.

b) La intensidad sonora es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 5^2} = 9{,}55 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

$$\beta = 10 \log \frac{9,55 \cdot 10^{-9}}{10^{-12}} = 39,8\,\mathrm{dB}$$

El sonido dejará de percibirse a una distancia para la cual I = 10^{-12} W· m^{-2}, es decir:

$$10^{-12} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{4\pi r^2} \quad \text{Despejando : r} = 488,6\,\mathrm{m}$$

3. Óptica.

1. Un objeto está situado 1 cm a la izquierda de una lente convergente de 2 cm de distancia focal. a) Determine la posición de la imagen y el aumento lateral. b) Realice el diagrama de rayos correspondiente.**Respuesta:**

a) A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{1}{f'}$$

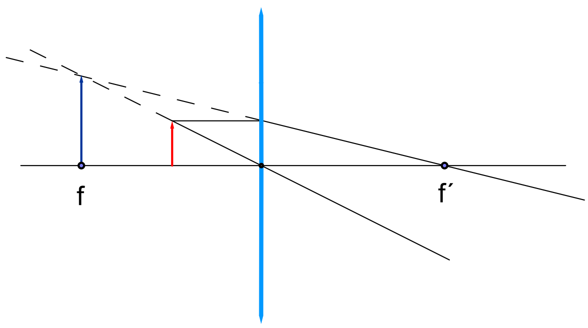
Puesto que la distancia focal es de 2 cm, $f' = 0,02$,por lo que:

$$\frac{1}{-0,01'} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,02}$$

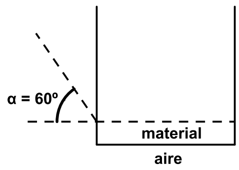
Resolviendo la ecuación se obtiene: $s' = -0,02$ **m**. El aumento lateral será:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,02}{-0,01} = 2$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



2. Sobre un bloque de material cuyo índice de refracción depende de la longitud de onda, incide desde el aire un haz de luz compuesto por longitudes de onda de 400 nm (violeta) y 750 nm (rojo). Los índices de refracción del material para estas longitudes de onda son 1,66 y 1,60, respectivamente. Si, como se muestra en la figura, el ángulo de incidencia es de 60º: a) ¿Cuáles son los ángulos de



refracción y las longitudes de onda en el material? b) Determine el ángulo límite para cada longitud de onda en la frontera entre el material y el aire. Para $\alpha = 60^{\circ}$, ¿escapan los rayos desde el medio hacia el aire por la frontera inferior? Dato: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.

Respuesta:

a) Aplicando la Ley de Snell para cada una de las radiaciones:

$$\frac{\operatorname{sen} 60^{\circ}}{\operatorname{sen} \alpha_{ri}} = \frac{n_i}{1} \longrightarrow \begin{cases} \operatorname{sen}\alpha_{r1} = \dfrac{\operatorname{sen} 60^{\circ}}{1,66} \longrightarrow \alpha_{r1} = 31,45^{\circ} \text{ (luz violeta)} \\ \operatorname{sen}\alpha_{r2} = \dfrac{\operatorname{sen} 60^{\circ}}{1,60} \longrightarrow \alpha_{r2} = 32,77^{\circ} \text{(luz roja)} \end{cases}$$

Para conocer las longitudes de onda en el material, debemos conocer la frecuencia de ambas radiaciones, que es invariable con el medio en que se propaguen. Estas frecuencias serán:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \longrightarrow \nu_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} = 7,5 \cdot 10^{14} s^{-1} \quad \text{y} \quad \nu_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{7,5 \cdot 10^{-7}} = 4 \cdot 10^{14} s^{-1}$$

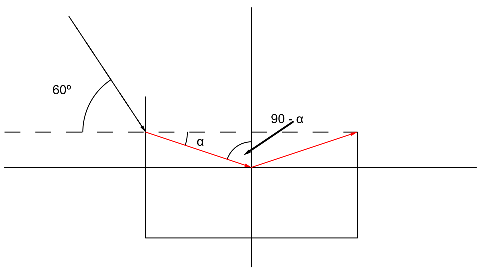
las longitudes de onda en el material serán, pues:

$$\lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8/1,66}{7,5 \cdot 10^{14}} = 2,41 \cdot 10^{-7}\text{m} \qquad \lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8/1,60}{7,5 \cdot 10^{14}} = 4,69 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

b) los respectivos ángulos límite se deducen de la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha_i}{\operatorname{sen} 90^{\circ}} = \frac{1}{n_i} \longrightarrow \begin{cases} \operatorname{sen} \alpha_1 = \dfrac{1}{1,66} \longrightarrow \alpha_1 = 37,04^{\circ} \\ \operatorname{sen} \alpha_2 = \dfrac{1}{1,60} \longrightarrow \alpha_2 = 38,68^{\circ} \end{cases}$$

Como el ángulo límite es menor que el ángulo formado entre el rayo refractado dentro del medio y la normal, los rayos refractados en el interior del medio no escaparán hacia el aire por la frontera inferior.



90 - α > ángulo límite (para ambas radiaciones)

3. En una lente delgada convergente: a)¿Dónde hay que situar un objeto para obtener su imagen a 3 cm de la lente, 2 veces mayor e invertida? ¿Cuánto vale la distancia focal de la lente? b) Trace el diagrama de rayos para un objeto situado a una distancia de la lente menor que su distancia focal.

Respuesta:

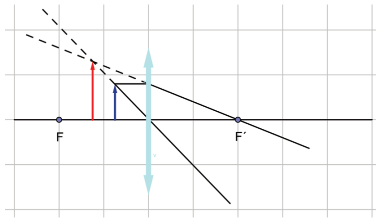
a) De los datos suministrados en el enunciado podemos extraer los siguiente: s$' = 0,03$ m; y$' = -2y$. teniendo en cuenta, además, la fórmula del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{-2y}{y} = -2 = \frac{0,03}{s} \quad s = -0,015\,\mathrm{m}$$

Para calcular la distancia focal, utilizamos la ecuación fundamental de las lentes delgadas::

$$\frac{1}{-0,015} - \frac{1}{0,03} = -\frac{1}{f'} \qquad f' = 0,01\,\mathrm{m}$$

b) El diagrama de rayos para un objeto situado a una distancia de la lente menor que la distancia focal de aquella es el siguiente:



4. Un haz de luz incide desde un medio con índice de refracción $n_1 = 1{,}8$ sobre la superficie plana de separación con otro medio de índice de refracción $n_2 = 1{,}5$. Si la longitud de onda en el primer medio es de 500 nm: a) Determine la velocidad de propagación y la frecuencia del haz en ambos medios así como la longitud de onda en el segundo. b) ¿Cuál tendría que ser el ángulo de incidencia para que no hubiera refracción? Dato: Velocidad de propagación de la luz en el vacío, $c = 3{\cdot}10^8$ m s^{-1}.

Respuesta:

a) la velocidad de propagación en el primero y en el segundos medio son, respectivamente:

$$v_1 = \frac{3\cdot 10^8}{1,8} = 1,67\cdot 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \quad v_2 = \frac{3\cdot 10^8}{1,5} = 2\cdot 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

la frecuencia del haz es invariable, por lo que podremos escribir:

$$\nu = \frac{1,67\cdot 10^8}{5\cdot 10^{-7}} = 3,33\cdot 10^{14}\mathrm{s^{-1}}$$

La longitud de onda en el segundo medio será:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2\cdot 10^8}{3,33\cdot 10^{14}} = 6\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

b) para que no haya refracción deberá cumplirse que:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\alpha_1}{\mathrm{sen}\,90^{\circ}} = \frac{\mathrm{n}_2}{\mathrm{n}_1} = \frac{1,5}{1,8} \quad \alpha_1 = 56,44^{\circ}$$

5. Sea una lente convergente de distancia focal de 5 cm. a) Calcule la distancia entre la lente y la imagen formada para un objeto situado en el infinito, y para un objeto situado a 20 cm de la lente. b) Determine el tamaño de un objeto que está situado a 20 cm de la lente y forma una imagen de

30 mm de altura, y realice el diagrama de rayos correspondiente para la formación de la imagen.

Respuesta:

a) para un objeto situado en el infinito:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \qquad s' = f' = 0,05\,m$$

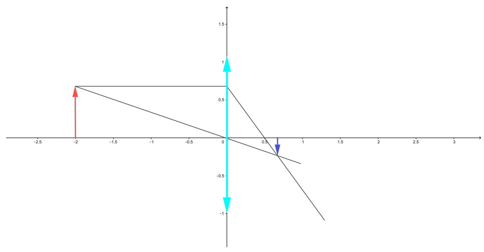
Para un objeto situado a 20 cm de la lente:

$$\frac{1}{-0,2} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,06} \qquad s' = 6,67\,\mathrm{cm}$$

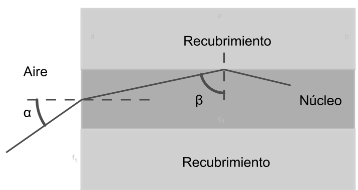
b) Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{-0,003}{y} = \frac{0,0667}{0,2} \qquad y = 0,009\,\mathrm{m}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



6. Una fibra óptica de vidrio posee un núcleo con un índice de refracción de 1,55, rodeado por un recubrimiento de índice de refracción de 1,45. Determine: a) El ángulo mínimo β que debe tener un rayo que viaja por la fibra óptica a partir del cual se produce reflexión total interna entre el núcleo y el recubrimiento. b) El ángulo máximo de entrada α a la fibra para que un rayo viaje confinado en la región del núcleo. Dato: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.



Respuesta:

a) Aplicando la Ley de Snell:

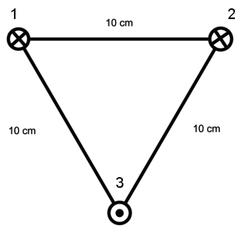
$$\frac{\mathrm{sen}\,(90-\beta)}{sen\,90^{\underline{o}}} = \frac{1,45}{1,55} \quad \mathrm{sen}\,(90-\beta) = \cos\beta = 0,935 \quad \beta = 20,77^{\underline{o}}$$

b) Para que el rayo no abandone el núcleo:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\mathrm{sen}\,20,77^{\underline{o}}} = \frac{1,55}{1,45} \qquad \alpha = 22,27^{\underline{o}}$$

4. Electromagnetismo.

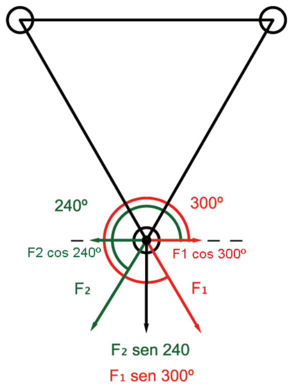
1. Tres conductores rectilíneos, largos y paralelos, que transportan una corriente de 5 A cada uno de ellos, pasan a través de los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado, tal y como se muestra en la figura.



Suponiendo que el origen de coordenadas se encuentra en el conductor 1, determine: a) La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor 3 debida a los conductores 1 y 2. b) El campo magnético en el punto medio del segmento que une los conductores 1 y 2. Dato: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N A^{-2}.

Respuesta:

a) La corriente, tanto en el conductor 1 como en el 2, tiene sentido contrario a la del conductor 3. Así pues, entre los conductores 1 y 3 y los 2 y 3 aparecen fuerzas de repulsión, tal y como puede verse en la siguiente imagen.



Al tener el mismo valor las intensidades de corriente y ser iguales las distancias, las fuerzas $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$ tendrán el mismo módulo. La fuerza resultante sobre el conductor 3 será, según se deduce de la anterior imagen:

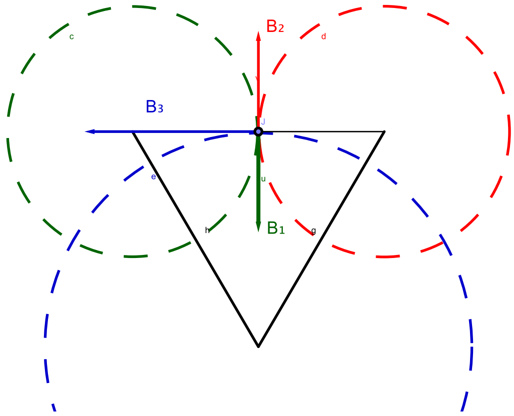
$$F = -\left[\left(\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 5\cdot l}{2\pi\cdot 0,1}\right)\operatorname{sen}300^{\text{o}} + \left(\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 5\cdot l}{2\pi\cdot 0,1}\right)\operatorname{sen}240^{\text{o}}\right]\vec{j} =$$

La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor 3 será:

$$\frac{F}{l} = -\left[\left(\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 5}{2\pi\cdot 0,1}\right)\operatorname{sen}300^{\text{o}} + \left(\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 5}{2\pi\cdot 0,1}\right)\operatorname{sen}240^{\text{o}}\right]\vec{j} = -8,66\cdot 10^{-5}\vec{j}\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

b) Aplicando la regla de la mano derecha, veremos que el campo magnético en el punto medio del segmento que une los conductores 1 y 2 tiene tres componentes, dos de las cuales se anulan entre sí (las debidas a las corrientes de los conductores 1 y 2).
La tercera componente tendrá el valor:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{i} = -\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5}{2\pi\sqrt{(0,1^2 - 0,05^2)}}\vec{i} = -1,15\cdot 10^{-5}\,\text{T}$$



2. Un protón se desplaza con una velocidad $\overrightarrow{v} = 5\,\overrightarrow{i}$ m s^{-1} en el seno de un campo eléctrico definido por la expresión $\overrightarrow{E} = -100\,\overrightarrow{j}$ V m^{-1}. Determine: a) El campo magnético necesario, contenido en el plano YZ, para mantener al protón siguiendo un movimiento rectilíneo y uniforme. b) El radio de giro que tendría dicho protón en una región donde solamente existiera el campo magnético del apartado anterior. Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6·10^{-19} C; Masa del protón, m$_p$ = 1,67·10^{-27} kg.

Respuesta:

a) Para que el protón describa un movimiento rectilíneo y uniforme, la resultante de las fuerzas que actúen sobre él debe ser nula, es decir:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} + q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = q\,(-100\,\overrightarrow{j} + 5\,\overrightarrow{i} \times \overrightarrow{B}) = 0$$

Si representamos el vector $\overrightarrow{B}$ de la forma: $\overrightarrow{B} = |\overrightarrow{B}|\overrightarrow{u}$, donde $\overrightarrow{u}$ es un vector unitario en la dirección y sentido de B, tendremos:

$$100 = 5\,|\overrightarrow{B}| \longrightarrow |\overrightarrow{B}| = 20$$

$$-\overrightarrow{j} + \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{u} = 0$$

De forma que $\overrightarrow{i} \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{j}$, con lo que se cumplirá que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{k}$. Así pues, $\overrightarrow{B} = 20\,\overrightarrow{k}$. **T**

b) El radio de giro se calcula a partir de la expresión:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad \text{de donde} \quad r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20} = 2,61 \cdot 10^{-9} m$$

3. En el semiespacio definido por z ≥ 0 existe un campo eléctrico uniforme dado por 5000 $\overrightarrow{k}$ N C^{-1}. Determine: a) La diferencia de potencial entre los puntos P$_1$(1, 2, 3) m y P$_2$(2, 4, 3) m. b) El trabajo requerido para llevar una carga q = 5 μC, desde el punto P$_2$(2, 4, 3) m al P$_3$(1, 1, 1) m.

Respuesta:

a) La diferencia de potencial será:

$$-\Delta V = \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{\Delta r} = 5000\,\overrightarrow{k}\,[(1-2)\,\overrightarrow{i} + (2-4)\,\overrightarrow{j} + (3-3)\,\overrightarrow{k}] = 0\,\mathrm{V}$$

b) El trabajo necesario será:

$$W = q\,(V_2 - V_3)$$

la diferencia de potencial entre V$_2$ y V$_3$ será:

$$V_2 - V_3 = \overrightarrow{E}\overrightarrow{\Delta r} = 5000\,\overrightarrow{k}\,[(2-1)\,\overrightarrow{i} + (4-1)\,\overrightarrow{j} + (3-1)\,\overrightarrow{k}] = 10000\,\mathrm{V}$$

Y el trabajo valdrá:

$$W = q\,(V_2 - V_3) = 0,01\,\mathrm{J}$$

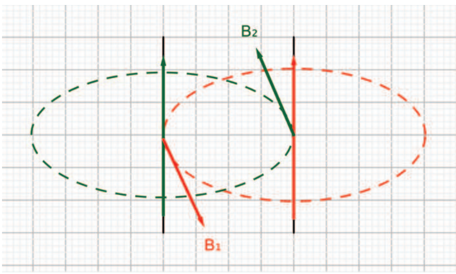
4. Dos hilos indefinidos y paralelos separados una distancia d transportan corrientes de igual intensidad I y en el mismo sentido. Determine: a) El módulo, dirección y sentido de los campos magnéticos que cada uno de los hilos crea en el otro e ilústrelos en una figura. b) La distancia d a la que deben estar los hilos para que la fuerza por unidad de longitud entre ellos sea de 10^{-5} N m^{-1} sabiendo que la intensidad que circula por los hilos es I = 5 A. Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N A^{-2}.

Respuesta:

a) El módulo del campo magnético que cada hilo crea sobre el otro es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

La dirección de cada vector campo magnético es la misma, y el sentido es opuesto, como puede verse en la siguiente imagen:



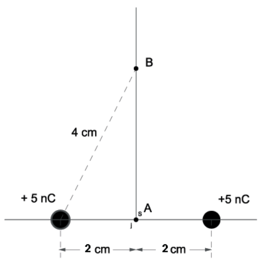
b) la fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{l} = \left(\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\right) \qquad 10^{-5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 5}{2\pi d}$$

De donde, despejando, se obtiene:

$$d = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 5}{2\pi \cdot 10^{-5}} = 0,25\,\mathrm{m}$$

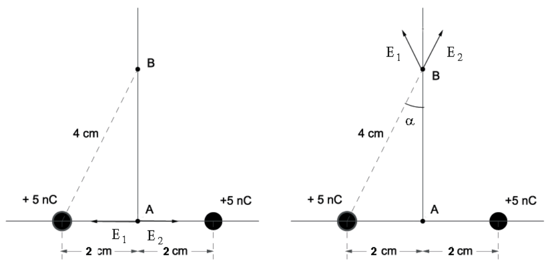
5. Dos cargas de + 5 nC están separadas una distancia de 4 cm de acuerdo a la figura adjunta.



Calcule: a) El campo eléctrico en el punto A y en el punto B creado por ambas cargas. b) El potencial eléctrico en el punto A y en el punto B, y el trabajo que hay que realizar sobre una carga de +3 nC para desplazarla desde el punto A al punto B. Dato: Constante de la Ley de Coulomb, K = $9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Respuesta:

a) El campo eléctrico creado por ambas cargas en los puntos A y B puede deducirse de las siguientes imágenes:



En el punto A, el campo eléctrico creado por cada una de las cargas tiene el mismo módulo y dirección que el de la otra, pero sentido contrario, por lo que el campo eléctrico en dicho punto es nulo. En el punto B, los módulos de los campos respectivos creados por las dos cargas son iguales, pero de distinta dirección. para el ángulo α se cumplirá que:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2}{4} \quad \alpha = 26,56^{\circ}$$

Por tanto, en el punto B, el campo resultante tendrá, únicamente, componente y, siendo su módulo:

$$\left|\overrightarrow{E}\right| = \left|\overrightarrow{E_1}\right| \cos 26,56^{\circ} + \left|\overrightarrow{E_2}\right| \cos 26,56^{\circ} = 2\,\frac{9\cdot 10^9 \cdot 5\cdot 10^{-9}}{0,04^2} \cos 26{,}56 = 5,03\cdot 10^4\,\mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

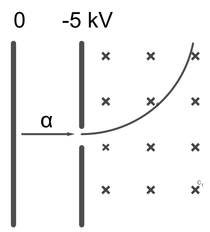
b) Los potenciales en los punto A y B son, respectivamente:

$$V_A = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9 \cdot 5\cdot 10^{-9}}{0,02} = 4500\,\mathrm{V} \qquad \mathrm{V_B} = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9 \cdot 5\cdot 10^{-9}}{0,04} = 2250\,\mathrm{V}$$

El trabajo necesario para trasladar una carga de 3 nC desde A a B será:

$$W = q(V_A - V_B) = 3\cdot 10^{-9}(4500 - 2250) = 6,75\cdot 10^{-6}\,\mathrm{J}$$

6. Una partícula alfa (núcleo de helio) inicialmente en reposo se acelera a través de una diferencia de potencial de 5 kV, y entra en una región con un campo magnético de 0,3 T perpendicular a su velocidad, como muestra la figura. Determine al penetrar en el campo magnético: a) La energía cinética



adquirida por la partícula y el módulo de su velocidad. b) La fuerza magnética que experimenta la partícula y el radio de curvatura de la trayectoria. Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,60·10^{-19} C; Masa de la partícula alfa, m_α = 6,68·10^{-27} kg.

Respuesta:

a) La energía cinética será:

$$E_c = q(V_A - V_B) = 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 5000 = 1,6\cdot 10^{-15}\,\mathrm{J}$$

Puesto que podemos escribir:

$$E_c = 1,6 \cdot 10^{-15} = \frac{1}{2} 6,68 \cdot 10^{-27} v^2 \qquad v = \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^{-15}}{6,68 \cdot 10^{-27}}} = 6,92 \cdot 10^5 \, \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) El módulo de la fuerza magnética es:

$$\left|\vec{F}\right| = \left|q\vec{v} \times \vec{B}\right| = 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 6,92 \cdot 10^5 \cdot 0,3 = 6,64 \cdot 10^{-11} \, \mathrm{N}$$

Y el radio de la trayectoria:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{6,68 \cdot 10^{-27} \cdot 6,92 \cdot 10^5}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3} = 0,048 \, \mathrm{m}$$

5. Física moderna.

1. Se dispone de una muestra del isótopo ^{226}Ra cuyo periodo de semidesintegración es 1588,69 años. a) Determine la constante de desintegración del isótopo. b) Transcurridos 200 años, el número de núcleos que no se han desintegrado es 9,76·10^{16}. ¿Cuál era la masa inicial de la muestra de ^{226}Ra? Datos: Masa atómica del ^{226}Ra, M = 226 u; Número de Avogadro, N_A = 6,02·10^{23} mol^{-1}.

   Respuesta:

   a) La constante de desintegración se calcula de la forma:

   $$\lambda = \frac{ln\, 2}{\tau} = \frac{0,693}{1588,69} = 4,36 \cdot 109^{-4} \text{años}^{-1}$$

   b) Sustituyendo en la ecuación de la desintegración radiactiva: $N = N_0 e^{-\lambda t}$,tendremos:

   $$9,76 \cdot 10^{16} = N_0 e^{-4,36 \cdot 10^{-4} \cdot 200} \longrightarrow N_0 = 1,065 \cdot 10^{17} \text{núcleos}$$

   El número de moles será:

   $$n = \frac{1,065 \cdot 10^{17}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,22 \cdot 10^{-7} moles$$

   Mientras que la masa inicial será m = n·M = 1,22·10^{-7}·226 = $3,88 \cdot 10^{-5} u$

2. Fotones de 150 nm de longitud de onda inciden sobre una placa metálica produciendo la emisión de electrones. Si el potencial de frenado es de 1,25 V, determine: a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos. b) La longitud de onda asociada a los electrones emitidos con la energía cinética máxima. Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6·10^{-19} C; Constante de Planck, h = 6,63**.**10^{-34} J s; Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10^8 m s^{-1}; Masa del electrón, m_e = 9,1·10^{-31} kg.

   Respuesta:

   a) La energía de los fotones incidentes es:

   $$h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{-7}} = 1,326 \cdot 10^{-18} \mathrm{J}$$

   Mientras que la energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

   $$E_c = qV_f = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,25 = 2 \cdot 10^{-19} \mathrm{J}$$

   b) Para conocer la longitud de onda asociada a los electrones, debemos conocer la cantidad de movimiento de los mismos. Sabiendo que la energía cinética máxima es: $E_c = 2 \cdot 10^{-19}$J, podremos poner:

$$\frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}v^2 = 2 \cdot 10^{-19} \quad \text{por lo que :} \quad v = 6,63 \cdot 10^5 \text{m/s}$$

Así pues, la cantidad de movimiento del electrón será: p = mv $=9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6,63 \cdot 10^5$ = 6,033$\cdot10^{-25}$ kg·m $\cdot$ s^{-1}, y la longitud de onda asociada, será:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,033 \cdot 10^{-25}} = 1,1 \cdot 10^{-9}\text{m}$$

3. a)¿Qué energía cinética, expresada en keV, tiene que tener un protón para que la longitud de onda asociada sea λ = 4·10^{-13} m? b) ¿Cuál tendría que ser la longitud de onda de un fotón que en el vacío tuviera la misma energía que el protón? Datos: Constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J s; Valor absoluto de la carga del electrón: e = 1,60·10^{-19} C; Masa del protón, m_p = 1,67·10^{-27} kg; Velocidad de propagación de la luz en el vacío, c = 3·10^8 m s^{-1}.

Respuesta:

a) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón es:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad v = \frac{h}{\lambda \cdot m} = \frac{6,67 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 10^{-13} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 9,98 \cdot 10^5 \,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La energía cinética será, expresada en keV será:

$$E_c = \frac{1/2\,1,67 \cdot 10^{-27}\,(9,98 \cdot 10^5)^2}{1,60 \cdot 10^{-16}} = 5,20\,\text{keV}$$

b) La longitud de onda de un fotón (cuya velocidad es la de la luz) está relacionada con su energía por la expresión:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} \quad \text{Sustituyendo :} \quad \lambda = \frac{6,67 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-16}} = 2,41 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$$

4. Una onda electromagnética de 280 nm incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es W_0 = 4,08 eV. Determine: a) La energía cinética máxima con la que pueden ser emitidos los electrones. b) El potencial eléctrico requerido para frenar a todos los electrones emitidos. Datos: Constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J s; Valor absoluto de la carga del electrón: e = 1,60·10^{-19} C; Velocidad de propagación de la luz en el vacío, c = 3·10^8 m s^{-1}.

Respuesta:

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$h\nu = W_{ext} + E_c \quad \frac{6,67 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,8 \cdot 10^{-7}} = 4,08 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + E_c$$

Se obtiene E_c = 6,18·10^{-20} J

b) El potencial de frenado se obtendrá de:

$$E = qV_f \quad V_f = \frac{E}{q} = \frac{6,18 \cdot 10^{-20}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,39\,\text{V}$$

5. Un átomo de 238U se desintegra a través de una cascada radioactiva y da lugar a un átomo de 206Pb, siendo el periodo de semidesintegración del ^{238}U de 4,47·10^9 años. Una muestra mineral de monacita contiene 2,74 mg de ^{238}U y 1,12 mg de ^{206}Pb procedentes de la desintegración del uranio. a) Obtenga el número de átomos iniciales de ^{238}U en la muestra, a partir del cálculo del número de átomos de uranio y de plomo existentes en ella. b) Calcule la antigüedad del mineral y determine

la actividad actual de la muestra. Datos: Masa atómica del ^{238}U, M$_U$ = 238,05 u; Masa atómica del plomo ^{206}Pb, M$_{Pb}$ = 205,97 u; Número de Avogadro, N$_A$ = 6,02·10^{23} mol^{-1}.

Respuesta:

a) 1,12 mg de ^{206}Pb corresponden a un número de átomos:

$$n_{Pb} = \frac{1,12\cdot 10^{-3}}{205,97}6,02\cdot 10^{23} = 3,27\cdot 10^{18}\,\text{átomos}$$

El número de átomos de ^{206}Pb será:

$$n_U = \frac{2,74\cdot 10^{-3}}{238,05}6,02\cdot 10^{23} = 6,93\cdot 10^{18}\,\text{átomos}$$

Por tanto, el número inicial de átomos será: $N_0 = n_{Pb} + n_U = 3,27\cdot 10^{18} + 6,93\cdot 10^{18} = 1,02\cdot 10^{19}$ átomos

b) Aplicando la ley de la desintegración radiactiva:

$$6,93\cdot 10^{18} = 1,02\cdot 10^{19}e^{-(0,693/4,47\cdot 10^9)t} \qquad t = 2,49\cdot 10^9\text{años.}$$

La actividad actual será:

$$A = \lambda N = \frac{0,693}{4,47\cdot 10^9\cdot 365\cdot 86400}6,93\cdot 10^{18} = 34\,\text{desintegraciones}\cdot\text{s}^{-1}$$

6. Para observar el efecto fotoeléctrico sobre un metal que posee una función de trabajo de 2,1 eV se utiliza una lámpara de Cd que emite en cuatro líneas espectrales de distinta longitud de onda: línea roja a 643,8 nm; línea verde a 538,2 nm; línea azul a 480,0 nm y línea violeta a 372,9 nm. a) ¿Qué líneas espectrales provocarán efecto fotoeléctrico en ese material? Justifique la respuesta. Calcule la energía cinética máxima de los fotoelectrones si se utiliza la línea espectral azul. b) Determine la longitud de onda de De Broglie asociada a los fotoelectrones con energía cinética máxima utilizando la línea azul. ¿Podrían ser considerados esos electrones como relativistas? Justifique la respuesta. Datos: Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10^8 m s^{-1}; Constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J s; Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6·10^{-19} C; Masa en reposo del electrón, me = 9,1·10^{-31} kg.

Respuesta:

a) A partir de la función de trabajo, calculamos la longitud de onda umbral:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_{ext}} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{2,1\cdot 1,6\cdot 10^{-19}} = 5,92\cdot 10^{-7}\,\text{m}$$

Por tanto producirán efecto fotoeléctrico todas las líneas espectrales de menor longitud de onda que λ_0, es decir, las líneas verde, azul y violeta. La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos por acción de la línea azul es:

$$E_c = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{4,8\cdot 10^{-7}} - 2,1\cdot 1,6\cdot 10^{-19} = 7,83\cdot 10^{-20}\,\text{J}$$

b) La velocidad de los electrones emitidos es:

$$v = \sqrt{\frac{2\cdot 7,83\cdot 10^{-20}}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 4,14\cdot 10^5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La longitud de onda de De Broglie tiene el valor:

$$\lambda = \frac{6,63\cdot 10^{-34}}{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 4,14\cdot 10^5} = 1,76\cdot 10^{-9}\,\text{m}$$

Estos electrones no pueden ser considerados como relativistas, debido a que su velocidad es muy inferior a la de la luz.