Física: Cuestiones de Selectividad

Juan P. Campillo Nicolás

18 de septiembre de 2016

Capítulo 1

Preguntas teóricas

1.- ***Ley de la Gravitación Universal.***

Utilizando las leyes de Kepler, Newton dedujo que el movimiento de un planeta respecto al Sol debe obedecer a una fuerza central (fuerza cuya dirección coincide en todo momento con el vector de posición del planeta respecto al Sol) que variara directamente con el inverso del cuadrado de la distancia existente entre ambos. El análisis de las leyes de Kepler permite deducir que las órbitas de los planetas alrededor del Sol son planas como consecuencia de una fuerza central entre el Sol y el planeta.

Veamos ahora cómo la tercera ley de Kepler implica una relación inversa entre la fuerza y el cuadrado de la distancia. Cuando un cuerpo describe un movimiento circular, está sometido a una aceleración centrípeta, por lo que podemos poner:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

La tercera ley de Kepler puede ser expresada en la forma $T^2 = kr^3$. Tomando esta expresión junto con la anterior, podemos poner:

$$F = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = \frac{4\pi^2 mr}{kr^3} = \frac{4\pi^2 m}{kr^2} = C_1\,\frac{m}{r^2} \tag{1.1}$$

Con lo que queda demostrado que la fuerza es inversa al cuadrado de la distancia.

Teniendo en cuenta el principio de acción y reacción, el módulo de la fuerza ejercida por el planeta sobre el Sol será el mismo que el anterior, por lo que podremos poner:

$$F = C_2\,\frac{M}{r^2}$$

Igualando ambas expresiones nos quedará:

$$C_1\,\frac{m}{r^2} = C_2\,\frac{M}{r^2}$$

con lo que $\dfrac{C_1}{M} = \dfrac{C_2}{m} = G$. Sustituyendo en 1.1 tendremos:

$$F = C_1 \frac{m}{r^2} = \frac{GMm}{r^2}$$

Siendo esta última expresión la que nos da el módulo de la fuerza de atracción entre el Sol y un planeta. La expresión vectorial de dicha fuerza será la siguiente:

$$\overrightarrow{F} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{u_r}$$

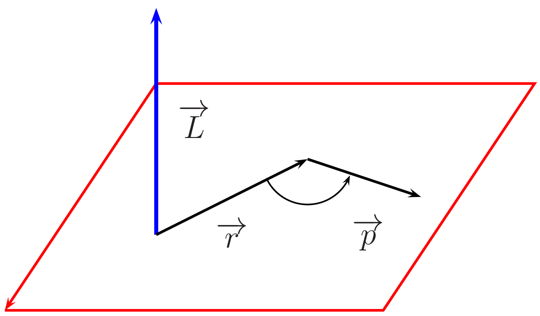
donde $\overrightarrow{u_r}$ es un vector unitario radial.

2.- ***Momento angular de una partícula.***

Definimos momento cinético o angular de una partícula como el producto vectorial del vector de posición de aquella, $\overrightarrow{r}$, por su vector cantidad de movimiento $\overrightarrow{p}$, lo cual expresamos de la siguiente forma:

$$\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p} = \overrightarrow{r} \times m\overrightarrow{v}$$

Al tratarse de un producto vectorial, el momento cinético es un vector perpendicular al plano que contiene a $\overrightarrow{r}$ y $\overrightarrow{p}$. El momento cinético puede ser considerado como la magnitud equivalente en dinámica de rotación al momento lineal o cantidad de movimiento en traslación. Dado que el producto vectorial no es conmutativo, para determinar el sentido del vector $\overrightarrow{L}$ se utiliza la llamada regla del tornillo, como puede verse en el siguiente gráfico:



Un aspecto importante a considerar es el de la conservación del momento cinético. Si derivamos con respecto al tiempo, tendremos:

$$\frac{d\overrightarrow{L}}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p})}{dt} = \overrightarrow{r} \times \frac{d\overrightarrow{p}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{r}}{dt} \times \overrightarrow{p}$$

Si tenemos en cuenta que $\dfrac{d\overrightarrow{r}}{dt}$ es la velocidad de la partícula, tendremos que el producto vectorial $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{p}$ será igual a cero, pues ambos vectores son paralelos.

Considerando además que $\dfrac{d\overrightarrow{p}}{dt}$ es igual a la fuerza (2º principio de la dinámica), nos quedará que:

$$\frac{d\overrightarrow{L}}{dt} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$$

siendo $\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$ el momento de la fuerza que actúa sobre la partícula. Así, cuando dicho momento sea nulo – por ejemplo cuando $\overrightarrow{r}$ y $\overrightarrow{F}$ sean paralelos– el momento cinético de la partícula permanecerá constante.

3.- ***Leyes de Kepler.***

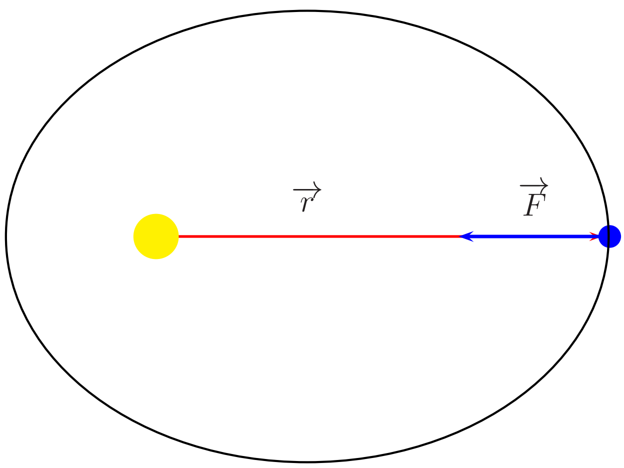
Las leyes de Kepler explican el movimiento de los planetas alrededor del Sol y, por extensión, el movimiento de cualquier satélite alrededor de un planeta. Dichas leyes tienen un carácter empírico y fueron deducidas a partir de las observaciones del astrónomo danés Tycho Brahe. El enunciado de las leyes es el siguiente:

1ª ley: Todos los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, encontrándose éste en uno de los focos de la elipse.

2ª ley: El vector de posición que une el Sol con el planeta describe áreas iguales en tiempos iguales (o, lo que es lo mismo, la velocidad areolar de un planeta es constante).

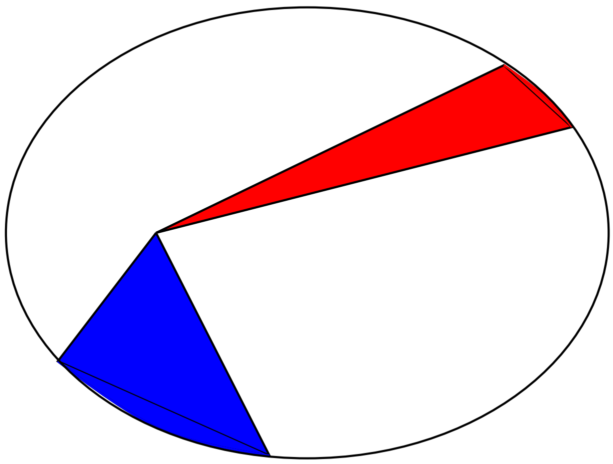
3ª ley: Los cuadrados de los períodos de revolución de un planeta alrededor del Sol son directamente proporcionales al cubo de las distancias medias entre el Sol y el planeta.

La demostración de estas leyes está relacionada con la conservación del momento cinético y con la ley de Gravitación Universal. Si consideramos la posición relativa de los vectores de posición del planeta y fuerza de atracción gravitatoria, tal como puede verse en el siguiente gráfico:



Veremos que el ángulo que forman $\overrightarrow{r}$ y $\overrightarrow{F}$ es de 180^o, con lo que el momento de respecto a la posición del Sol es nulo. En consecuencia, el momento cinético del planeta es constante, por lo que al tratarse de un vector, deben serlo su módulo, dirección y sentido, de forma que la órbita será plana.

En la siguiente gráfica se representan las áreas descritas por un planeta alrededor del Sol es dos posiciones diferentes:



Para un intervalo dt, podemos suponer que el área descrita por el vector de posición es un triángulo, viniendo dado el elemento diferencial de área de uno de estos triángulos por $d\overrightarrow{S} = \dfrac{\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{v} dt}{2}$. Teniendo en cuenta que la velocidad areolar es $\dfrac{d\overrightarrow{S}}{dt} = \dfrac{\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{v}}{2}$ y que el momento cinético es constante, tal como hemos visto anteriormente, tendremos que $\overrightarrow{r} \times m\overrightarrow{v}$ es constante y, suponiendo m constante, también lo será la velocidad areolar.

Para demostrar la tercera ley, igualamos el módulo de la fuerza de atracción gravitatoria al producto de masa por aceleración centrípeta del planeta:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

Quedando así demostrado que el cuadrado del período ,T, es directamente proporcional al cubo de la distancia media entre el planeta y el Sol.

4.- ***Energía potencial gravitatoria.***

Si se tiene en cuenta que el campo gravitatorio es conservativo, podemos afirmar que el trabajo realizado para llevar una partícula de masa m desde un punto A hasta otro B no depende del camino seguido por la partícula, sino únicamente de las posiciones inicial y final. Podemos expresar esto de otra manera asignando una función escalar a la masa en cualquier punto del espacio, función que llamaremos energía potencial gravitatoria. Veamos a continuación cual es la expresión matemática de dicha energía potencial. Como es sabido, el trabajo se define como la circulación del vector fuerza a lo largo de una determinada trayectoria, es decir:

$$W = \int_A^B \overrightarrow{F} d\overrightarrow{r} = \int_A^B |\overrightarrow{F}||d\overrightarrow{r}| \cos\alpha$$

Teniendo en cuenta que la fuerza viene dada por la expresión $\overrightarrow{F} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{u_r}$, haciendo $r_A = \infty$, tendremos:

$$W = \int_\infty^B \frac{GMm}{r^2}\, dr$$

Ya que hay que tener en cuenta que los vectores $\overrightarrow{u_r}$ y $d\overrightarrow{r}$ forman un ángulo de 180^o, pues el vector unitario radial $\overrightarrow{u_r}$ se dirige desde M hacia m y $d\overrightarrow{r}$ desde m hacia M. La anterior integral tiene como resultado $W = -\frac{GMm}{r_B} = U_B$, que podemos definir como la energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m en un punto situado a una distancia r_B de una segunda masa M. De esta forma podemos poner que, cuando una partícula de masa m se desplaza desde una distancia r_A hasta otra distancia r_B de una masa M fija, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria vendrá dado por:

$$W = \int_A^B -\frac{GMm}{r^2}dr = \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A} = U_A - U_B = -\Delta U$$

Podemos entonces definir la energía potencial gravitatoria de una masa m en un punto situado a una distancia r de una masa fija M, como el trabajo necesario para desplazar dicha masa desde el infinito hasta dicho punto.

5.- ***Energía del movimiento armónico simple.*** La ecuación que nos da la posición de una partícula que describe un MAS viene dada por $x = A\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)$. La energía total de una partícula que describe este movimiento viene dada por: (*)$E = E_c + U$, siendo el primer sumando la energía cinética, $\frac{1}{2}\, mv^2$, y el segundo la energía potencial, que para un M.A.S. tiene la expresión $U = \frac{1}{2}\, Kx^2$. Teniendo en cuenta que la velocidad viene dada por la derivada de x respecto a t:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d[A\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)]}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \phi_0)$$

Sustituyendo los valores de x y v en la expresión (*), tendremos:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \phi_0) + \frac{1}{2}KA^2\,\text{sen}^2(\omega t + \phi_0)$$

Considerando además que para un M.A.S. se cumple que $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$, tendremos:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\frac{K}{m}\cos^2(\omega t + \phi_0) + \frac{1}{2}KA^2\,\text{sen}^2(\omega t + \phi_0)$$

Sacando factor común:

$$E = \frac{1}{2}KA^2[\cos^2(\omega t + \phi_0) + \text{sen}^2(\omega t + \phi_0)] = \frac{1}{2}KA^2$$

De donde se deduce que la energía total de un movimiento armónico simple es función exclusivamente de la constante k y de la amplitud del movimiento.

6.- ***Clasificación de las ondas.*** Las ondas pueden ser clasificadas atendiendo a diversos criterios que a continuación enumeramos:

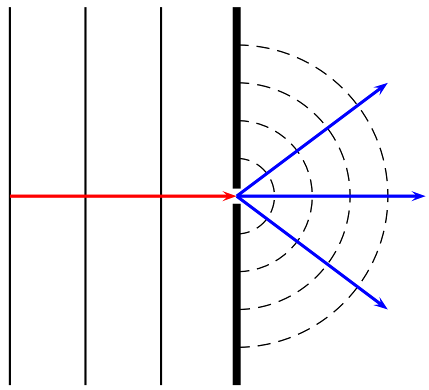
- En función de la necesidad o no de un medio material para su propagación: a) Mecánicas: necesitan de un medio material para su propagación. b) Electromagnéticas: no precisan de un medio material para su propagación.
- En función del movimiento de las partículas del medio: a) Longitudinales: Las partículas oscilan en la dirección de propagación de la onda. b) Transversales: Las partículas vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.
- En función del número de dimensiones en que se propaga la onda: a) Unidimensionales. b) Bidimensionales. c) Tridimensionales.
- En función de la ecuación que representa al movimiento ondulatorio: a) Armónicas: la elongación viene dada en función de la posición y el tiempo por una función seno o coseno. b) No armónicas: la elongación no viene expresada por una función seno o coseno (aunque una onda no armónica puede considerarse como una superposición de ondas armónicas, utilizando la síntesis de Fourier)

7.- ***Amplitud, longitud de onda, frecuencia y período de una onda.***

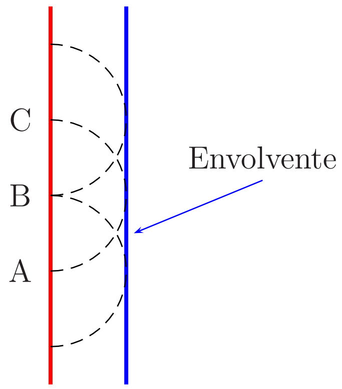
Amplitud: es la máxima elongación para cualquiera de las partículas del medio. Longitud de onda (λ): Es la distancia que ha recorrido la onda en un tiempo igual al período. Frecuencia (ν): Es el número de oscilaciones que describe una partícula en un tiempo de un segundo. Período (T): Es el tiempo necesario para que una partícula del medio describa una oscilación completa.

8.- ***Principio de Huygens.***

Antes de enunciar este principio, es conveniente definir el concepto de frente de ondas como el lugar geométrico de todos los puntos de un medio que se encuentran en el mismo estado de vibración. Así, por ejemplo, los frentes de onda producidos por una perturbación puntual en la superficie del agua tienen forma circular. Consideremos una perturbación cuyos frentes de onda puedan ser representados por una serie de líneas paralelas entre sí (dicha perturbación podría ser producida al hacer oscilar una lámina sobre la superficie del agua en una cubeta de ondas). Supongamos que en el camino de la onda colocamos un obstáculo con una abertura muy pequeña en comparación con la longitud de onda. Observaremos que la forma del frente de ondas cambia, tomando una forma circular.



Este fenómeno puede ser explicado suponiendo que la abertura que presenta el obstáculo puede ser considerada como una fuente puntual que, por lo tanto, dará lugar a frentes de onda circulares. Atendiendo a este hecho se puede enunciar el principio de Huygens de la siguiente forma: "Todo punto sometido a una perturbación se convierte en un foco emisor de ondas secundarias, cuya envolvente da lugar al nuevo frente de ondas". Una representación gráfica de este principio podría ser la siguiente:



Los puntos A,B y C son emisores de ondas secundarias (representadas mediante líneas de trazos) , cuya envolvente es el frente de ondas representado en color azul.

9.- ***Ondas electromagnéticas.***

Maxwell predijo a través de sus ecuaciones la posibilidad de que los campos eléctricos y magnéticos se autogeneraran , propagándose en forma de ondas, las cuales pueden alejarse indefinidamente de la fuente. A dichas ondas se les denomina ondas electromagnéticas. Las ondas electromagnéticas se generan como consecuencia de la aceleración de cargas eléctricas . Una carga en movimiento uniforme produce un campo eléctrico y un campo magnético restringidos a sus cercanías, mientras que la aceleración de las cargas produce que los campos electromagnéticos viajen independizándose de las cargas , es decir, se produce una radiación electromagnética. Las ondas electromagnéticas son pues oscilaciones de los campos eléctricos y magnéticos que pueden propagarse en el vacío, aunque también pueden hacerlo en medios materiales.

De las ecuaciones de Maxwell se deduce que en las ondas electromagnéticas, los campos eléctrico y magnético son perpendiculares a la dirección de propagación (se trata por tanto de ondas transversales) y perpendiculares entre sí.

El campo eléctrico en una onda electromagnética que se propaga a través del eje x viene dado por la ecuación:

$$E = E_0 \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Dicho campo eléctrico lleva asociado un campo magnético cuya ecuación es:

$$B = \frac{E_0}{c} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

La frecuencia y la longitud de onda de los campos E y B es la misma para ambos, siendo la velocidad de propagación en el vacío:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \ m/s$$

En caso de que la onda electromagnética no se propague a través del vacío, su velocidad de propagación vendrá dada por:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}$$

siendo $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ el índice de refracción del medio

10.- ***Naturaleza de la luz*** La cuestión sobre cuál es la naturaleza de la luz ha supuesto un problema desde la antigüedad hasta el siglo XX. A lo largo de la historia se han desarrollado principalmente dos teorías contrapuestas: - la teoría corpuscular, que considera que la luz está compuesta de partículas o corpúsculos, y cuyo principal representante fue Newton, y - la teoría ondulatoria, que defiende que la luz se comporta como una onda. Las dos teorías explicaban los fenómenos de reflexión y de refracción. Sin embargo, sólo la teoría ondulatoria pudo explicar satisfactoriamente los fenómenos de interferencia y de difracción y el hecho de que la velocidad de la luz es mayor en los medios menos densos. Esto, junto al desarrollo del electromagnetismo por Maxwell, consolidó como válida la teoría ondulatoria. En el siglo XIX la cuestión quedó zanjada y se admitió que la luz era una onda electromagnética. Sin embargo, a principios del siglo XX, Einstein tuvo que recurrir de nuevo a la naturaleza corpuscular de la luz para explicar ciertos fenómenos de emisión y absorción de luz por la materia, como el efecto fotoeléctrico. A partir de entonces se introdujo en Física la dualidad onda-corpúsculo de la luz, que significa que la luz tiene las dos naturalezas: en unos fenómenos se comporta como una onda electromagnética de una cierta frecuencia, y en otros se comporta como un flujo de partículas llamadas fotones con una determinada energía.

11.- ***Leyes de la reflexión y de la refracción.***

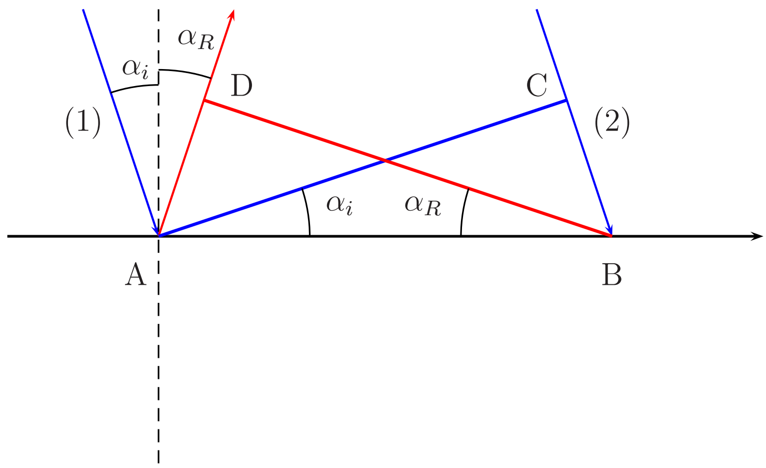
Antes de enunciar las leyes de la reflexión y de la refracción conviene dar las siguientes definiciones previas: a) Frente de ondas: lugar geométrico de los puntos del medio que se encuentran en el mismo estado de vibración. b) Rayo: línea imaginaria perpendicular a los frentes de onda. c) Normal: línea imaginaria perpendicular a la superficie de separación de dos medios. d) Ángulo de incidencia: ángulo que forma el rayo incidente con la normal. e) Ángulo de reflexión: ángulo que forma el rayo reflejado con la normal. f) Ángulo de refracción: ángulo que forma el rayo refractado con la normal.

La reflexión consiste en el cambio de dirección que experimenta un rayo al incidir sobre una superficie sin que el rayo cambie de medio de propagación. Las leyes que rigen este fenómeno son las siguientes:

1) El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado se encuentran en el mismo plano.

2) El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Veamos ahora la demostración de la segunda ley:



Cuando el rayo incidente (1) llega a la superficie, el rayo (2) se encuentra a una distancia vt de dicha superficie, siendo t el tiempo necesario para recorrer dicha distancia y v la velocidad de propagación de la onda. Cuando haya transcurrido un tiempo t, el rayo (2) llega a la superficie, mientras que el rayo (1) se ha reflejado, recorriendo una distancia igual a vt (no hay cambio en el medio de propagación). Teniendo en cuenta que $AD = CB = vt$, tendremos que:

$$\operatorname{sen}\alpha_i = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}} \qquad \operatorname{sen}\alpha_R = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$

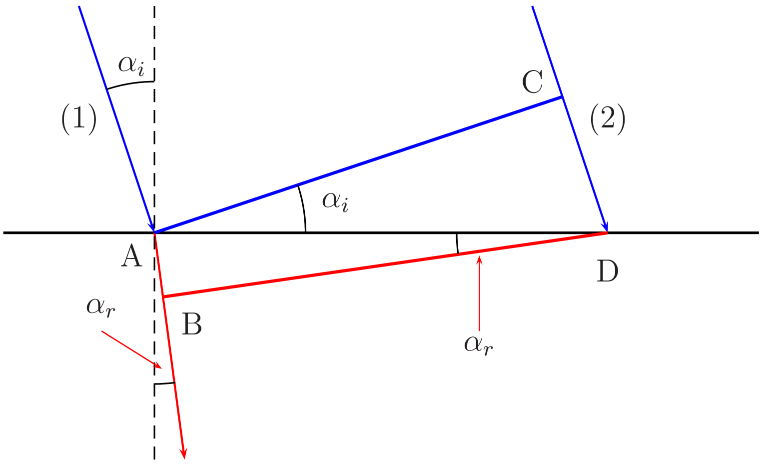
Con lo que $\operatorname{sen}\alpha_i = \operatorname{sen}\alpha_R$ y $\alpha_i = \alpha_R$

La refracción consiste en la desviación que experimenta el rayo al pasar de un medio de propagación a otro diferente. Las leyes que rigen la refracción son las siguientes:

1) El rayo incidente, la normal y el rayo refractado se encuentran en el mismo plano.

2) El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es igual al cociente de las velocidades de propagación de la onda en ambos medios.

Para demostrar la segunda ley supondremos que la velocidad de propagación de la onda en el primer medio es v_1 y en el segundo v_2.



La distancia CD viene dada por $v_1 t$. En el tiempo t, el rayo (1) penetra en el segundo medio , recorriendo un espacio $AB = v_2 t$. A partir del dibujo, podremos poner:

$$\operatorname{sen}\alpha_i = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{v_1 t}{\overline{AD}} \qquad \operatorname{sen}\alpha_r = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{v_2 t}{\overline{AD}}$$

Si dividimos nos quedará:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_i}{\operatorname{sen}\alpha_r} = \frac{v_1}{v_2}$$

Que es la expresión antes mencionada. Para ondas electromagnéticas, podemos enunciar la segunda ley de la refracción de la siguiente forma: El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es igual al cociente inverso de los índices de refracción de la onda en ambos medios (ley de Snell). Teniendo en cuenta que $n_1 = c/v_1$ y $n_2 = c/v_2$, veremos que el cociente v_1/v_2 es igual al cociente n_2/n_1, con lo que queda demostrada la ley de Snell.

12.- ***Potencia y distancias focales de una lente.***

A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Si hacemos $s = \infty$, es decir, suponemos que el objeto se encuentra a una distancia infinita, los rayos procedentes de dicho objeto se concentrarán, tras atravesar la lente, en un punto que llamaremos foco imagen F'. Pondremos en este caso $s' = f'$ y denominaremos a f' distancia focal imagen, cumpliéndose que:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{f'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

De la misma forma, si hacemos $s' = \infty$ tendremos que, tras refractarse los rayos en la lente, se concentran en un punto que llamaremos foco objeto,F, haciéndose en este caso $s = f$ (distancia focal objeto) y cumpliéndose:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{\infty} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Como puede verse, se cumple que $f = -f'$, con lo que el valor absoluto de las dos distancias focales es el mismo.

Se denomina potencia de una lente a la inversa de la distancia focal imagen expresada en metros, es decir: $P = \dfrac{1}{f'}$. Dicha potencia se expresa en *dioptrías*, siendo positiva la potencia si nos referimos a una lente convergente y negativa en el caso de una lente divergente.

13.- ***Carga eléctrica.Ley de Coulomb.***

Para estudiar los fenómenos relacionados con la carga eléctrica utilizamos un péndulo eléctrico, formado por una pequeña esfera de médula de saúco suspendida de un fino hilo. Si frotamos una barra de vidrio y la acercamos al péndulo, veremos que éste es atraído por el vidrio. Cuando se establece contacto, el péndulo es repelido. Si en lugar de vidrio utilizamos ámbar, la situación será exactamente la misma. Si disponemos de dos péndulos eléctricos que han tomado contacto respectivamente con vidrio y con ámbar frotados, veremos que se produce una atracción entre ambos.

Según esto, existen dos tipos de cargas en la naturaleza: Positiva, que es el nombre que se le asignó arbitrariamente a la carga adquirida por el vidrio frotado, y negativa, que es la que por frotamiento adquiere el ámbar. También se deduce que las cargas del mismo signo se repelen, mientras que las de distinto signo se atraen. Los átomos están constituidos por partículas con carga positiva (electrones) y partículas con carga positiva (protones), de forma que el frotamiento puede producir que el material quede con un exceso o con un defecto de electrones al captar o ceder respectivamente electrones con respecto a los átomos del otro material con el que se frota el primero. En los procesos de electrización por frotamiento deben cumplirse dos condiciones:

a) La carga se conserva, es decir, en la electrización no se crea carga, sino que solamente se transmite de un cuerpo a otro.

b) La carga está cuantizada, lo que significa que la carga adquirida por un material es un múltiplo entero de la unidad de carga, es decir, del electrón.

La interacción entre dos cargas, cuya expresión matemática es la ley de Coulomb , puede ser expresada por medio de los siguientes hechos:

a) Cargas del mismo signo se repelen, mientras que si son del mismo signo se atraen.

b) La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas es directamente proporcional al valor de cada una de ellas.

c) La fuerza entre dos cargas depende inversamente del cuadrado de la distancia que las separa.

d) La fuerza entre dos cargas depende del medio en que se encuentren.

La expresión matemática que resume los hechos anteriormente mencionados tiene la siguiente forma:

$$\overrightarrow{F} = \frac{Kqq'}{r^2}\,\overrightarrow{u_r}$$

Siendo q y q'las cargas, r la distancia,K una constante característica del medio y $\overrightarrow{u_r}$ un vector unitario radial. Cabe mencionar, por último, que la constante K puede ser expresada en la forma $K = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}$, donde ϵ se conoce como permitividad del medio, y está relacionada con la permitividad del vacío por la expresión $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$, siendo ϵ_0 la permitividad del vacío y denominándose a ϵ_r constante dieléctrica del medio.

14.- ***Energía potencial y potencial eléctricos.***

Si se tiene en cuenta que el campo eléctrico es conservativo, podemos afirmar que el trabajo realizado para llevar una carga q' desde un punto A hasta otro B no depende del camino seguido , sino únicamente de las posiciones inicial y final. Podemos expresar esto de otra manera asignando una función escalar a la carga en cualquier punto del espacio, función que llamaremos **energía potencial eléctrica**.

Veamos a continuación cual es la expresión matemática de dicha energía potencial. Como es sabido, el trabajo se define como la circulación del vector fuerza a lo largo de una determinada trayectoria, es decir:

$$W = \int_A^B \overrightarrow{F}\,d\overrightarrow{r}$$

Sustituyendo el módulo de la fuerza por su valor,$\dfrac{Kqq'}{r^2}$ y haciendo $r_B = \infty$, tendremos:

$$W = \int_A^\infty \frac{Kqq'}{r^2}\,dr$$

El resultado de esta integral viene dado por $W = \dfrac{Kqq'}{r_A} = U_A$, que podemos definir como la energía potencial eléctrica de una carga q' en un punto situado a una distancia r_A de una segunda carga q. De esta forma podemos poner que, cuando una carga q' se desplaza desde una distancia r_A hasta otra distancia r_B de una carga q fija, el trabajo realizado vendrá dado por:

$$W = \frac{Kqq'}{r_A} - \frac{Kqq'}{r_B} = U_A - U_B = -\Delta U$$

Podemos entonces definir la energía potencial eléctrica de una carga q' en un punto situado a una distancia r de una carga fija q, como el trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar la carga q' desde dicho punto hasta el infinito. Si suponemos que la carga q' vale la unidad, la expresión del trabajo realizado por el campo creado por q es la siguiente:

$$W = \frac{KQ}{r_A} = V_A$$

Esta expresión es el potencial eléctrico creado por la carga q en un punto del espacio. De la misma manera que la energía potencial, es una magnitud escalar, por lo que todo punto del espacio que rodea a una carga q posee un potencial V.

15.- ***Fuerza de Lorentz.***

Supongamos una carga eléctrica q sometida a la acción de un campo magnético en las siguientes situaciones:

a) La carga eléctrica está en reposo.

b) La carga eléctrica se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme de forma paralela a las líneas del campo magnético.

c) La carga eléctrica se mueve de forma no paralela a las líneas del campo magnético.

En el primer caso, la carga seguirá en reposo, mientras que en el segundo, la carga continúa desplazándose con movimiento rectilíneo y uniforme, de lo que se deduce que en ninguno de ambos casos, el campo magnético ejerce ningún tipo de fuerza sobre la carga. No obstante, en el tercer caso se observa que la carga se desvía respecto a su trayectoria inicial, describiendo un movimiento circular en el caso de que las líneas del campo magnético sean perpendiculares a la trayectoria del electrón, y describiendo una trayectoria helicoidal en el caso de que las líneas del campo magnético no sean perpendiculares a la trayectoria de la carga. De todo esto se pueden sacar las siguientes conclusiones:

1) El campo magnético no ejerce fuerza sobre cargas en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme paralelo a las líneas del campo.

2) El campo magnético ejerce una fuerza sobre la carga siempre que la trayectoria de aquella forme un ángulo distinto de 0º (o de 180º) con las líneas del campo.

Si suponemos que las líneas del campo magnético son perpendiculares a la trayectoria de la carga, dicha trayectoria se convertirá en una circunferencia de radio r. Ello implica la aparición de una fuerza sobre la carga perpendicular a la trayectoria de aquella. El radio de la nueva trayectoria dependerá directamente del valor de la carga y de la velocidad de la misma, pudiendo entonces expresarse dicha fuerza mediante la siguiente expresión:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$$

Donde puede apreciarse que la fuerza es perpendicular al plano que contiene a los vectores y , conociéndose a la expresión anterior como fuerza de Lorentz. En caso de que simultáneamente a un campo magnético actúe un campo eléctrico , la fuerza de Lorentz toma la expresión:

$$\overrightarrow{F} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B})$$

16.- ***Inducción electromagnética.***

Una serie de experiencias realizadas por Faraday y Henry pusieron de manifiesto la producción de corrientes eléctricas a partir de la variación de campos magnéticos con el tiempo o el desplazamiento de espiras respecto a campos magnéticos fijos. Dichas experiencias pueden ser descritas de la siguiente forma: Supongamos una bobina que forma un circuito con un galvanómetro. Observaremos que cuando un imán se acerca o aleja con respecto a la bobina, el galvanómetro registra el paso de corriente eléctrica, desplazándose la aguja de aquel en un sentido u otro según el imán se acerque o se aleje de la bobina. Supongamos ahora que la forma de la bobina puede cambiar con el tiempo o que aquella experimenta un movimiento respecto al campo magnético creado por un imán fijo. Se observará también paso de corriente en el galvanómetro, de distinto signo según el área de la bobina atravesada por las líneas del campo magnético tienda a aumentar o a disminuir con el tiempo. Los mismos resultados se obtendrán en los dos casos anteriores si en lugar de utilizar un imán, utilizamos una espira (o una bobina) atravesada por una corriente eléctrica, ya que, como es sabido, la corriente eléctrica genera un campo magnético. Al fenómeno de producción de una corriente eléctrica por medio de cualquiera de las experiencias anteriormente mencionadas se le denomina inducción electromagnética. Como vemos, la fuerza electromotriz inducida está relacionada con la variación del campo magnético o la variación del área de la bobina respecto al tiempo. Si definimos una magnitud denominada flujo del campo magnético, que se representa por la expresión:

$$\phi = \int \overrightarrow{B} d\overrightarrow{S}$$

veremos que en cualquiera de las experiencias anteriores se produce una variación del flujo con respecto al tiempo, por lo que podemos relacionar la fuerza electromotriz inducida con el tiempo de la siguiente forma:

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

Lo que constituye la expresión matemática de la ley de Faraday - Henry, correspondiendo el signo negativo a la ley de Lenz, que expresa que la corriente inducida tiende a oponerse a la variación de flujo que la produce

17.- ***Relatividad especial. Postulados.***

La experiencia de Michelson - Morley demostró que la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas inerciales. Como consecuencia, se deben rechazar las transformaciones de Galileo y la existencia del éter y, por tanto , de un sistema de referencia absoluto. A partir de ello se desarrolló la teoría especial de la relatividad, cuyos postulados son los siguientes:

a) Las leyes de la Física son válidas y tienen la misma expresión matemática en todos los sistemas de referencia inerciales. En otras palabras, las leyes de la electrodinámica y de la óptica son válidas en todos los sistemas de referencia en los lo sean las leyes de la dinámica.

b) La velocidad de la luz es la misma en cualquier sistema inercial, es decir, no varía cualesquiera que sean los movimientos de foco y observador. Como consecuencia, las transformaciones de Galileo tuvieron que ser sustituidas por unas nuevas ecuaciones de transformación, conocidas como las transformaciones de Lorentz, que son las siguientes:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

18.- ***Relación masa - energía.***

Introducción

Una expresión del tipo $(a+b)^n$ se puede desarrollar utilizando el binomio de Newton de la siguiente forma:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \cdots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

donde un número combinatorio como $\binom{n}{x}$ viene dado por la expresión:

$$\frac{n!}{x!(n-x)!} \quad \text{siendo} \quad n! = n(n-1)(n-2)\ldots 1$$

Para conocer el valor de una serie de números combinatorios, podemos poner:

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!n!} = 1 \quad \binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n \quad \binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Y así sucesivamente.

Este desarrollo es aplicable a exponentes del binomio no enteros, obteniéndose en este caso una suma de infinitos términos. No obstante, el desarrollo sólo será válido cuando el binomio sea de la forma $(1+x)$, donde x debe ser, en valor absoluto, menor que la unidad.

Relación masa - energía En la mecánica clásica, una partícula que se desplaza con velocidad v posee una cantidad de movimiento mv. Sin embargo, en mecánica relativista, la aplicación de las transformaciones de Lorentz da lugar a la siguiente expresión para la cantidad de movimiento:

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\, v$$

siendo m_0 la masa en reposo de la partícula. De esta forma, la masa relativista vendrá dada por la expresión:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$$

La expresión $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ puede ponerse como $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ y utilizando el desarrollo de la potencia del binomio que hemos visto anteriormente, nos quedará lo siguiente:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}\left(-\frac{v^2}{c^2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{v^2}{c^2}\right)^2 + \ldots$$

Es decir, $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{3v^4}{8c^4} + \ldots$ Para pequeñas velocidades, se pueden despreciar los sumandos posteriores a los dos primeros del desarrollo, quedando:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

Utilizando esta aproximación, podemos poner que:

$$m = \gamma m_0 = m_0\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = m_0 + \frac{1}{2}\frac{m_0 v^2}{c^2}$$

El aumento relativista de la masa, viene entonces dado por:$m - m_0 = \frac{1}{2}\frac{m_0 v^2}{c^2}$y la energía cinética relativista de un objeto en movimiento será:

$$\frac{1}{2}m_0 v^2 = mc^2 - m_0 c^2$$

El primero de los dos sumandos del segundo miembro representa la energía total de una partícula, mientras que el segundo representa la energía de la partícula en reposo. Cuando la energía cinética es cero, se cumple que $mc^2 = m_0 c^2$, o lo que es lo mismo, la energía total de un cuerpo en reposo es $E = m_0 c^2$, lo que constituye la ecuación de Einstein para la relación masa - energía.

19.- ***Concepto de fotón. Dualidad onda - corpúsculo.***

Desde el siglo XVII existen dos teorías acerca de la naturaleza de la luz: la enunciada por Newton, que considera a la luz formada por corpúsculos y la teoría de Huygens, que atribuye a la luz naturaleza ondulatoria. Las ecuaciones de Maxwell pusieron de manifiesto que la luz es una onda electromagnética, pero esta naturaleza ondulatoria no explicaba el efecto fotoeléctrico, en el cual un haz de luz de determinada frecuencia, al incidir sobre una superficie metálica daba lugar a la emisión de electrones por parte de ésta. Einstein explicó este efecto suponiendo que la energía de las ondas luminosas se concentra en pequeños paquetes o cuantos de energía, denominados fotones. Tenemos así que determinados fenómenos son explicados admitiendo para la luz una naturaleza ondulatoria (difracción, polarización o interferencia), mientras que otros (efectos fotoeléctrico y Compton) son explicados suponiendo para la luz una naturaleza corpuscular. Considerando estos hechos, se admite actualmente un doble comportamiento como onda y como partícula para la luz, es decir una dualidad onda - corpúsculo. La hipótesis de De Broglie pone de manifiesto esta dualidad, no solamente admitiendo un comportamiento dual para la onda, sino también para la partícula. De esta forma, la expresión:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

asigna a una radiación una cantidad de movimiento, pero también una longitud de onda a la materia.

20.- ***Principio de indeterminación.***

Uno de los aspectos más importantes de la mecánica cuántica es el hecho de que no se pueden determinar simultáneamente la posición y la cantidad de movimiento de una partícula. A esta limitación se la conoce con el nombre de principio de incertidumbre (o indeterminación) de Heisenberg. Si x es la coordenada de la posición de una partícula y p su momento lineal, las incertidumbres respectivas, x y p cumplen la relación:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

por lo que es posible determinar con gran precisión x o p, pero no ambas simultáneamente. Todos los objetos están regidos por dicho principio, aunque hay que hacer constar que será significativo solamente para dimensiones tan pequeñas como las correspondientes a las partículas elementales de la materia. En el caso de un cuerpo de masa y velocidad apreciables, el producto de las incertidumbres relativas es tan pequeño que se puede despreciar frente a los errores cometidos en las medidas. La consecuencia más importante de este principio es la imposibilidad de definir el concepto de trayectoria para un electrón, por lo que no tendría sentido hablar de órbitas electrónicas, debiendo ser sustituido este concepto por el de orbital, zona en la que la probabilidad de encontrar el electrón es elevada.

21.- ***Tipos de radiaciones nucleares.*** A partir del descubrimiento de la radiactividad, se trató de determinar las características de las emisiones radiactivas. Para ello se sometió una muestra de un material radiactivo a la acción de un campo magnético, comprobándose que había dos tipos de emisiones que eran desviadas en sentidos contrarios, mientras que una tercera no experimentaba ningún tipo de desviación. El hecho de que la acción del campo magnético provocara desviaciones justifica que las emisiones que experimentan desviación en su trayectoria poseen carga eléctrica, mientras que las desviaciones en sentidos contrarios se explican por el hecho de que las partículas desviadas poseían cargas de diferente signo. Asimismo se dedujo que la radiación que no experimentaba desviación no posee carga eléctrica. Según esto, las radiaciones nucleares se pueden clasificar en tres tipos:

a) Radiación α.- Formada por núcleos de Helio y por tanto con carga positiva. Al tratarse de partículas con carga relativamente elevada y ser emitidas a velocidades no muy altas, su poder de penetración es pequeño.

b) Radiación β.- Formada por electrones, que se originan al convertirse un neutrón en un protón y un electrón. Estos electrones son emitidos a una velocidad próxima a la de la luz y, dada su masa mucho menor que la de las partículas , su poder de penetración es bastante mayor.

c) Radiación γ.- Es una radiación electromagnética de frecuencia muy elevada y con un poder de penetración muy superior al de los otros dos tipos de radiaciones.

22.- Interacciones fundamentales.

Todas las fuerzas de la naturaleza pueden entenderse como manifestación de alguna de las cuatro interacciones fundamentales: gravitatoria, electromagnética, fuerte y débil. Las características de cada una son las siguientes:

a) **Interacción gravitatoria**.- Todos los cuerpos provistos de masa se atraen entre sí. Esta interacción se extiende a distancias infinitas y disminuye inversamente con el cuadrado de la distancia. A la escala de las partículas elementales, su efecto es extraordinariamente débil.

b) **Interacción electromagnética**.- Esta interacción actúa sobre todas las partículas que poseen carga, manifestándose en forma de fuerzas de atracción o de repulsión. De la misma forma que la interacción gravitatoria, su alcance es infinito y varía inversamente con el cuadrado de la distancia, siendo su intensidad muy superior a la de la interacción gravitatoria.

c) **Interacción fuerte**.- Actúa sobre las partículas que constituyen el núcleo atómico, de forma que a pesar de su carga, las mantiene unidas y estables. Su acción solo es perceptible a distancias aproximadamente del diámetro de un núcleo ($10^{-15}\ m$), aunque su intensidad es muy superior a la del resto de interacciones.

d) **Interacción débil**.- El ámbito de esta interacción se limita a las partículas subatómicas y su intensidad es del orden de $10^{1}3$ veces inferior a la de la interacción fuerte. Está asociada a la desintegración espontánea de una partícula en otras más ligeras, como por ejemplo en la reacción:

$$^{1}_{o}n \rightarrow^{o}_{1} p +^{o}_{-1} e + \nu$$

donde el neutrón se descompone en un protón, un electrón y una partícula sin carga, denominada neutrino.

Capítulo 2

Cuestiones

1.- **INTERACCIÓN GRAVITATORIA**

- ¿Cuál es la aceleración de la gravedad a una distancia de la superficie terrestre igual al doble del radio de la Tierra, sabiendo que en la superficie de ésta vale $9,8\ m/s^2$?

  Respuesta: Sabiendo que $g = \dfrac{GM}{r^2}$, si r se hace triple (a la distancia a la superficie terrestre habrá que sumarle el radio de la Tierra), la aceleración de la gravedad se hace la novena parte del valor de la misma en la superficie terrestre, es decir, $9,8/9 = 1,09\ m/s^2$

- El momento angular de una partícula es constante. ¿Qué podemos decir de las fuerzas que actúan sobre ella?

  Respuesta: El momento de las fuerzas que actúan sobre la partícula debe ser nulo, puesto que:
  $$\overrightarrow{M_o} = \frac{d\overrightarrow{L}}{dt}$$
  y la derivada de una constante es nula. Esto se puede producir cuando la resultante de las fuerzas sea nula, o cuando dicha resultante sea paralela a $\overrightarrow{r}$ (recordemos que $M_o = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$)

- ¿Qué relación hay entre la velocidad de escape desde una distancia r del centro de la Tierra y la velocidad de un satélite que realiza un movimiento circular de radio r alrededor de la Tierra?

  Respuesta: La velocidad de escape a una distancia r del centro de la Tierra viene dada por la expresión:
  $$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$
  mientras que la velocidad de un satélite que describe una órbita de radio r es:
  $$v_o = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Por tanto la relación entre ambas velocidades será:

$$\frac{v_e}{v_o} = \sqrt{2}$$

- ¿Depende la velocidad de escape de la dirección? ¿Por qué?

  Respuesta: Al ser la velocidad: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$, no depende de la dirección, sino de la masa del planeta y de su radio.

- Un satélite gira alrededor de la Tierra en una órbita circular. Tras perder cierta energía continúa girando en otra órbita circular cuyo radio es la mitad que el original. ¿Cuál es su nueva energía cinética (relativa a la energía cinética inicial)?

  Respuesta: Cuando el satélite gira en una órbita de radio r, su energía cinética es:

  $$E = \frac{GMm}{2r}$$

  Si el radio se reduce a la mitad, la nueva energía cinética será $E = \frac{GMm}{2r/2}$, con lo que la nueva energía cinética será el doble de la inicial.

- Desde la superficie de la Tierra se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad igual a la mitad de la velocidad de escape de la Tierra. ¿Hasta qué altura asciende el objeto? (Dato: radio de la Tierra $R = 6,38 \cdot 10^6/$ m).

  Respuesta: Aplicando el Principio de Conservación de la Energía, tendremos:

  $$-\frac{GMm}{r_t} + \frac{1}{2}\, mv^2 = -\frac{GMm}{r}\ (*)$$

  Si la velocidad que se comunica al cuerpo es la mitad de la velocidad de escape:

  $$v = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{r_t}}}{2} = \sqrt{\frac{GM}{2r_t}}$$

  tendremos que, sustituyendo dicha velocidad en (*):

  $$-\frac{GMm}{r_t} + \frac{GMm}{4r_t} = -\frac{GMm}{r}$$

  obtenemos $r = \frac{4}{3}\, r_t$

- ¿Cómo varían con la distancia la energía potencial gravitatoria y el campo gravitatorio debidos a una carga puntual?

  Respuesta: La energía potencial gravitatoria varía de forma inversa a la distancia, mientras que el campo gravitatorio varía de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

- Sea v_e la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie de la Tierra. ¿Cuánto valdrá, en función de v_e, la velocidad de escape del cuerpo si éste se sitúa inicialmente a una altura, medida desde la superficie, igual a tres radios terrestres.

  Respuesta: La velocidad de escape es $v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{r_t}}$. A una distancia de la superficie igual a tres radios, la velocidad de escape será:

$$v' = \sqrt{\frac{2GM}{4r_t}}$$

  Con lo que:

$$v' = \frac{1}{2}\, v_e$$

- Supongamos que la masa de la Luna disminuyera, por ejemplo, a la mitad de su valor real. Justifique si veríamos "luna llena" más frecuentemente, menos frecuentemente, o como ahora

  Respuesta: El que la Luna se vea "llena" depende del periodo de rotación de la misma alrededor de la Tierra. Puesto que la expresión del periodo es:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

  y M es la masa de la Tierra, veremos que el periodo de rotación de la Luna es independiente de la masa de la misma.

- Dos satélites idénticos A y B describen órbitas circulares de diferente radio ($R_A > R_B$) alrededor de la Tierra. Razone cuál de los dos tiene mayor energía cinética.

  Respuesta: La energía cinética de un satélite viene expresada por: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, siendo la velocidad: $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Combinando ambas expresiones, obtenemos que:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{GM}{R} = \frac{GMm}{2R}$$

  Así pues, tendrá mayor energía cinética aquel satélite cuya órbita tenga menor radio, en nuestro caso el de órbita de radio R_B.

- Conteste razonadamente cómo es la energía potencial de una masa m debida a la gravedad terrestre, en un punto infinitamente alejado de la Tierra: ¿positiva, negativa o nula? Tome el origen de energía potencial en la superficie terrestre.

  Respuesta: La energía potencial de una masa m en la superficie de la Tierra viene dada por la expresión:

$$U = -\frac{GMm}{r}$$

teniendo, por tanto, un valor negativo. En el infinito, la energía potencial será nula. Ahora bien, si suponemos el origen de energías potenciales (valor cero) en la superficie de la Tierra, la energía potencial en el infinito tomará una valor positivo igual a $\frac{GMm}{r}$, donde r es el radio terrestre pues, para que el la superficie de la Tierra U tome el valor cero, tendremos:

$$-\frac{GMm}{r} + A = 0 \qquad \text{y} \qquad A = \frac{GMm}{r}$$

Con lo que en el infinito:

$$U = 0 + A = \frac{GMm}{r}$$

- De acuerdo con la tercera ley de Kepler, ¿para cuál de estos tres planetas hay algún error en los datos?:

	Radio orbital (m)	Período (s)
Venus	$1,08 \cdot 10^{11}$	$1{,}94 \cdot 10^{7}$
Tierra	$1,49 \cdot 10^{11}$	$3,96 \cdot 10^{7}$
Marte	$2,28 \cdot 10^{11}$	$5,94 \cdot 10^{7}$

Respuesta: Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \qquad \text{(Siendo M la masa del Sol)}$$

tendremos:

$$\text{(Venus)} \qquad (1,94 \cdot 10^7)^2 = \frac{4\pi^2(1,08 \cdot 10^11)^3}{GM}$$

$$\text{(Tierra)} \qquad (3,96 \cdot 10^7)^2 = \frac{4\pi^2(1,49 \cdot 10^11)^3}{GM}$$

$$\text{(Marte)} \qquad (5,94 \cdot 10^7)^2 = \frac{4\pi^2(2,28 \cdot 10^11)^3}{GM}$$

Despejando el valor de GM en las tres expresiones, veremos si se produce alguna discrepancia. Loa valores obtenidos son $1,326 \cdot 10^{20}$; $8,328 \cdot 10^{19}$ y $1,326 \cdot 10^{20}$, de donde deducimos que los datos incorrectos se refieren a la Tierra.

- El terremoto de Chile redistribuyó la masa de la corteza terrestre acercándola respecto al eje de rotación de la Tierra. Explica si, como consecuencia de ello, la duración del día se acorta o se alarga.

  Respuesta: Al tener la Tierra forma esférica,su momento de inercia respecto a su eje viene dado por: I = 2/5 mr^2. Al acercarse la masa al eje, el momento de inercia disminuye, al hacerlo r. Teniendo en cuenta la conservación del momento cinético, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$, comprobaremos que una disminución de I representa un aumento de ω. Dado que $\omega = 2\pi/T$), el periodo de rotación disminuye, con lo que la duración del día se acorta.

- El telescopio espacial Hubble orbita la Tierra a 600 km de altura. ¿Cuánto vale su período orbital? (Dato: radio de la Tierra = 6371 km)

  Respuesta: Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

  y teniendo en cuenta el valor de g en la superficie de la Tierra:

$$9,8 = \frac{GM}{(6,371 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow GM = 3,98 \cdot 10^{14} \quad m^3 \cdot s^{-2}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5)^3}{3,98 \cdot 10^{14}}} = 5976,70 \quad \text{s}$$

- ¿En qué punto de la trayectoria elíptica de la Tierra es mayor su velocidad lineal, cuando se encentra más lejos o más cerca del Sol? Justifica la respuesta.

  Respuesta: La velocidad lineal será mayor cuánto más cerca se encuentre la Tierra del Sol, en virtud de la segunda ley de Kepler, $\frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{2}$, donde $\vec{r}$ es la distancia al Sol y $\vec{v}$, la velocidad lineal.

- ¿Cuál es el periodo de Mercurio alrededor del Sol, sabiendo que el radio de su órbita es 0,387 veces el de la Tierra?

  Respuesta: Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

  a cada uno de los dos planetas, tendremos:

  para la Tierra: $(365 \cdot 86400)^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$ para Mercurio $T^2 = \frac{4\pi^2(0,387r)^3}{GM}$

  Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{(365 \cdot 86400)^2}{T^2} = \frac{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}{\frac{4\pi^2(0,387r)^3}{GM}} = \frac{1}{0,387^3}$$

  obteniéndose T = $\sqrt{(365 \cdot 86400)^2 \cdot 0,387^3} = 7,59 \cdot 10^6$ s.

- En Fórmula 1, el KERS (Sistema de Recuperación de la Energía Cinética) sirve para almacenar la energía de las frenadas en un disco rotatorio. Si en un adelantamiento, el piloto recupera $3 \cdot 10^5$ J durante 5 segundos, ¿cuánta potencia extra obtiene?

  Respuesta: La potencia es el cociente trabajo/tiempo, por lo que la potencia obtenida es: P $= \dfrac{3 \cdot 10^5}{5} = 60000$ W (60 kW)

- La Tierra está a 150 millones de kilómetros del Sol Obtén la masa del Sol utilizando la tercera ley de Kepler (Dato: G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2/kg^2)

  Respuesta: De la tercera ley de Kepler, $T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GM}$, se decuce que $M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$. Teniendo en cuenta que el periodo de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es de 365 días ($3,154 \cdot 10^7$ s), la masa del Sol valdrá:

$$M = \frac{4\pi^2(1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11}(3,154 \cdot 10^7)^2} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

- Razona si la velocidad de escape desde la superficie de un astro aumenta con su radio, disminuye o no depende del mismo.

  Respuesta: Si tenemos en cuenta la expresión que nos da la velocidad de escape de un astro:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

  podríamos deducir que, cuanto mayor sea el radio del astro, menor sería la velocidad de escape. Esto sería así, ***suponiendo que la masa del mismo se mantuviera constante*** . No obstante, si tenemos en cuenta que la masa de un cuerpo (supuesto esférico) viene dada por:

$$M = V \cdot d = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot d$$

  la velocidad de escape tomaría la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{8Gd\pi r^2}{3}}$$

  Con lo que, suponiendo una densidad constante (suposición más real que el la de considerar constante la masa), la velocidad de escape aumentaría al hacerlo el radio del astro.

- Contesta razonadamente cómo es la energía potencial de una masa m, debida a la gravedad terrestre, en un punto infinitamente alejado de la Tierra: ¿positiva, negativa o nula? Toma el origen de energía potencial en la superficie terrestre.

  Respuesta: La energía potencial de una masa *(m)* debida a la interacción gravitatoria terrestre viene expresada por:

$$U = -\frac{GMm}{r}$$

Si tomamos la anterior expresión, a una distancia infinita de la Tierra, la energía potencial de la masa sería nula, mientras que, en la superficie terrestre tomaría el valor:

$$U = -\frac{GMm}{R}$$

Siendo R el radio de la Tierra, pero, si tomamos el origen (valor cero) de la energía potencial en dicha superficie, tendremos que:

$$0 = -\frac{GMm}{R} + E$$

El término E tendrá el valor $\frac{GMm}{r}$, por lo que, para calcular la energía potencial en cualquier punto, deberemos sumar a la expresión conocida el término E antes introducido. En consecuencia, la energía potencial de la masa m a una distancia infinita sería positiva ($0 + E$).

- El terremoto de Nepal del pasado abril desencadenó en el Everest una enorme avalancha de nieve. Calcula la energía de 10 000 toneladas de nieve tras caer desde los 7 000 m de altura a los 6 500 m.

  Respuesta: La energía de las 10000 toneladas de nieve es:

  $$E = mg(h_1 - h_2) = 10^7 \cdot 9,8\ (7000 - 6500) = 4,9 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

- Critica la siguiente afirmación: ''los planetas se mueven con velocidad lineal constante alrededor del Sol".

  Respuesta: La afirmación es falsa pues, basándonos en la 2ª Ley de Kepler: "*El radio vector que une un planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales*" es decir, la velocidad areolar del planta es constante, pero no así su velocidad lineal. De hecho, la velocidad lineal es mayor cuanto más cerca del Sol se encuentre el planeta.

- Sabiendo que un satélite geoestacionario orbita a una distancia de 42164 km del centro de la Tierra, calcular la distancia de la Luna al centro de la Tierra sabiendo que el periodo orbital de la Luna alrededor de la Tierra es de 27 días. (Suponer todas las órbitas circulares).

  Respuesta: El periodo para un satélite geoestacionario es de 86400 s, por lo que podremos poner:

  $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

  . Sustituyendo:

  $$86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (4,2164 \cdot 10^7)^3}{GM}}$$

  De donde se obtiene: GM $= 3,96 \cdot 10^{14}$. Para la Luna:

  $$T_L^2 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_{LT}^3}{GM}}$$

Sustituyendo valores y despejando r_{LT}, tendremos;

$$r_{LT} = \sqrt[3]{\frac{(27 \cdot 86400)^2 3,96 \cdot 10^{14}}{4\pi^2}} = 3,79 \cdot 10^8 \text{ m}$$

- El planeta Urano orbita al doble de distancia del Sol que Saturno. Razonar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "El periodo orbital de Saturno es la mitad que el de Urano".

  Respuesta: Los periodos respectivos de Urano y Saturno son:

$$T_U = \sqrt{\frac{4\pi^2(2r)^3}{GM_{Sol}}} \qquad \text{y} \qquad T_S = \sqrt{\frac{4\pi r^3}{GM_{Sol}}}$$

  Siendo r la distancia de Saturno al Sol. Así pues, podremos poner que:

$$T_S = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{4\pi r^3}{GM_{Sol}}} = 2\sqrt{2}T_S$$

  De donde se deduce que la frase es incorrecta.

2.- **VIBRACIONES Y ONDAS**

- ¿Qué intensidad posee una onda sonora de 0 dB de nivel de intensidad?

  Respuesta: Puesto que el nivel de intensidad es:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 0$$

  deberá cumplirse que $\frac{I}{I_0} = 1$, con lo que $I = I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$

- ¿En qué tipos de ondas se producen los fenómenos de interferencia y de difracción?

  Respuesta: Ambos fenómenos tienen lugar en cualquier tipo de ondas, ya sean mecánicas o electromagnéticas, longitudinales o transversales.

- ¿Cuáles de las siguientes ondas pueden propagarse en el vacío: luz, rayos X, ultrasonidos, microondas?

  Respuesta: Sólo las ondas electromagnéticas pueden propagarse en el vacío, por lo que se propagarán a través de él la luz, los rayos X y las microondas.

- ¿Con qué longitud de onda emite una emisora que utiliza una frecuencia de 92 MHz?

Respuesta: La longitud de onda está relacionada con la frecuencia mediante la expresión:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{9,2 \cdot 10^7} = 3,26\ m$$

- ¿Qué frecuencia posee una onda electromagnética con una longitud de onda de 2 m?

  Respuesta: Aplicando la relación anterior:

  $$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2} = 1,5 \cdot 10^8\ Hz$$

- Un sonido de 2 m de longitud de onda en el aire penetra en el agua, en donde se mueve con una velocidad de 1500 m/s. ¿Cuál es su longitud de onda en el agua?

  Respuesta: Al pasar de un medio a otro, no varía la frecuencia de una onda. Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, la frecuencia de la onda será:

  $$\nu = \frac{340}{2} = 170\ Hz$$

  La longitud de onda en el agua será:

  $$\lambda = \frac{1500}{170} = 8,82\ m$$

- ¿Cómo varían con la distancia la amplitud y la intensidad de una onda esférica (en ausencia de atenuación)?

  Respuesta: La amplitud varía de forma inversamente proporcional con la distancia, mientras que la intensidad lo hace de forma inversamente proporcional con el cuadrado de la distancia.

- Una onda luminosa posee una longitud de onda de 600 nm. ¿Cuál es su frecuencia?

  Respuesta: La frecuencia será:

  $$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14}\ Hz$$

- ¿Cuáles de las siguientes ondas se pueden propagar en el vacío y cuáles no: sonido. luz, microondas y ondas de radio?

  Respuesta: Salvo el sonido, que es una onda mecánica, todas las demás se pueden propagar en el vacío.

- Una trompeta produce un nivel de intensidad de 90 dB. ¿Qué nivel de intensidad producirán cinco trompetas idénticas a la anterior?

  Respuesta: La intensidad emitida se obtiene de:

$$90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad \text{de donde} \quad I = 10^{-3}\ W/m^2$$

  El sonido de cinco trompetas idénticas a la anterior, producirá una intensidad de $5 \cdot 10^{-3}\ W/m^2$, por lo que el nivel de intensidad producido será:

$$\beta = 10 \log \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 96,99\ dB$$

- ¿Cuál es el nivel de intensidad de una onda sonora de $3 \cdot 10^{-4} W/m^2$?

  Respuesta: El nivel de intensidad será:

$$\beta = 10 \log \frac{3 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} = 84,77\ dB$$

- Indique cuáles de los siguientes tipos de ondas son transversales y cuáles son longitudinales: láser, ondas en una cuerda, ultrasonidos, microondas, rayos γ.

  Respuesta: Los ultrasonidos son ondas longitudinales, mientras las demás son transversales (suponemos que las ondas en la cuerda se producen cuando ésta se encuentra sujeta por un extremo y la agitamos perpendicularmente a su posición por el extremo libre).

- ¿Cuál es la intensidad de una onda sonora de 85 dB?.

  Respuesta: Aplicando la expresión $85 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, y despejando, obtenemos:

$$I = 3,16 \cdot 10^{-4}\ W/m^2$$

- Una cuerda de 40 cm con sus dos extremos fijos vibra en un modo con dos nodos internos. ¿Cuál es la longitud de onda de la vibración?

Respuesta: La longitud de onda para una onda estacionaria, viene dada por la expresión

$$\lambda = \frac{2L}{n-1}$$

siendo n el número total de nodos. Por tanto:

$$\lambda = \frac{0,8}{3}\ m$$

- ¿Cuál es la intensidad de un sonido de 80 dB?

  Respuesta: Aplicando la expresión $80 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$, y despejando, obtenemos:

  $$I = 10^{-4}\ W/m^2$$

- En la primera cuerda de una guitarra las ondas se propagan a 422 m/s. La cuerda mide 64 cm entre sus extremos fijos. ¿Cuánto vale la frecuencia de vibración (en el modo fundamental)

  Respuesta: La expresión que nos da la frecuencia es

  $$\nu = \frac{nv}{2L}$$

  Al tratarse del modo fundamental, n valdrá 1, por lo que:

  $$\nu = \frac{440}{2\cdot 0,64} = 326,69\ \text{Hz}$$

- Si un teléfono móvil emite ondas electromagnéticas en la banda 1700-1900 MHz. ¿cuál es la longitud de ondas más corta emitida?

  Respuesta: La menor longitud de onda corresponderá a la mayor frecuencia, es decir, la de 1900 MHz. La longitud de onda se halla con la expresión:

  $$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8}{1,9\cdot 10^9} = 0,158\ \text{m}$$

- ¿Qué nivel de intensidad produce un altavoz que emite una onda sonora de $2\cdot 10^{-3}$ W/m^2?

  Respuesta: El nivel de intensidad viene dado por la expresión $\beta = 10\log\frac{I}{I_0} =$ $10\log\frac{2\cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 93,01$ dB

- Indique cuáles de las siguientes son ondas electromagnéticas y cuáles no: ultrasonidos, luz visible, luz ultravioleta, microondas, vibración de la membrana de un altavoz, vibración de una cuerda metálica, rayos X, olas del mar y rayos de luz infrarroja. Ondas electromagnéticas

$$\begin{cases} \text{Luz visible} \\ \text{luz ultravioleta} \\ \text{microondas} \\ \text{rayos X} \\ \text{rayos de luz infrarroja} \end{cases}$$

Ondas mecánicas

$$\begin{cases} \text{ultrasonidos} \\ \text{vibración de una membrana} \\ \text{vibración de una cuerda metálica} \\ \text{rayos X} \\ \text{olas del mar} \end{cases}$$

- El período de un péndulo es de 1 s. ¿Cuál será el nuevo valor del período si duplicamos la longitud del péndulo?

  Respuesta: Teniendo en cuenta que el periodo de un péndulo viene expresado por:

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

  veremos que al duplicar la longitud del péndulo, su periodo queda multiplicado por $\sqrt{2}$.

- Separe en dos columnas las siguientes ondas según sean electromagnéticas o no: vibración de la cuerda de una guitarra eléctrica, luz verde, sonido de llamada de un teléfono móvil, luz ultravioleta, ultrasonidos, microondas, luz roja, vibración de la membrana de un altavoz, rayos X, olas del mar, rayos de luz infrarroja, ondas de radio de FM.

  Respuesta:

Ondas mecánicas	**Ondas electromagnéticas**
vibración de una cuerda...	luz verde
sonido de llamada...	luz ultravioleta
ultrasonidos	microondas
vibración de la membrana...	luz roja
olas del mar	rayos X
	rayos de luz infrarroja
	ondas de radio de FM

- El oído humano es capaz de percibir frecuencias entre 20 y 20000 Hz. Indique, justificando su respuesta, si será o no audible un sonido de 1 cm de longitud de onda.

  Respuesta: La frecuencia del sonido vendrá expresada por:

  $$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,01} = 34000 Hz$$

  por lo que el sonido será inaudible.

- Indique, justificando cada caso, cuáles de las siguientes funciones pueden representar a una onda estacionaria y cuáles no: sen(Ax)·cos(Bx), sen(Ax)·cos(Bt), cos(100t)·sen(x), sen(Ax)+cos(Bx), sen(Ax/λ)·cos(Bt/T), sen 2π(x/λ + t/T).

  Respuesta: Teniendo en cuenta que la ecuación de una onda estacionaria puede ser expresada por:

  $$y = 2A \cos \omega t \operatorname{sen} Kx \qquad \text{o bien} \qquad y = 2A \operatorname{sen} \omega t \cos Kx$$

  veremos que de las funciones indicadas en el enunciado, la primera, la cuarta y la sexta no representan a una onda estacionaria. La segunda y la quinta representan a una onda estacionaria, mientras que la tercera representa a una onda estacionaria cuando la velocidad de propagación sea de 100 m/s, ya que ω = 100 y K = 1, cumpliéndose que $K = \frac{\omega}{v}$

- Una cuerda de guitarra de 70 cm de longitud emite una nota de 440 Hz en el modo fundamental. Indique, justificando la respuesta, cuál ha de ser la longitud de la cuerda para que emita una nota de 880 Hz.

  Respuesta: La frecuencia fundamental de una cuerda viene dada por la expresión:

  $$\nu_0 = \frac{v}{2L}$$

  Para que la frecuencia sea doble, teniendo en cuenta que la velocidad de propagación de la onda en la cuerda es la misma, la longitud deberá ser la mitad, es decir, 0,35 m.

- Si acortamos la longitud de una cuerda vibrante, la frecuencia emitida: ¿aumenta, disminuye o no cambia? Razone la respuesta.

  Respuesta: La frecuencia de una onda estacionaria en una cuerda sujeta por los dos extremos es:

  $$\nu = \frac{nv}{2L}$$

  por lo que si disminuimos la longitud, la frecuencia aumenta.

- Diga si la siguiente afirmación es correcta o incorrecta y por qué: "El nivel de intensidad acústica producido por tres violines que suenan a la vez, todos con la misma potencia, es el triple que el nivel que produce un solo violín".

Respuesta: La afirmación es incorrecta, pues lo que se hace triple es la intensidad acústica. Los niveles de intensidad cuando suenan uno o tres violines son, respectivamente:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad \text{y} \qquad \beta_3 = 10 \log \frac{3I}{I_0} = 10 \left(\log 3 + \log \frac{I}{I_0} \right)$$

con lo cual podremos poner:

$$\beta_3 = \beta_1 + 10 \log 3 = \beta_1 + 4,77$$

Es decir, el nivel de intensidad aumenta en 4,77 dB y no hasta el triple.

- Demuestra que en un MAS la velocidad y la posición se relacionan mediante la expresión: $v^2 = \omega^2$ (A^2 -x^2).

  Respuesta: En un MAS, la elongación se extresa por x = A sen($\omega t + \phi_0$), mientras que la velocidad se expresa mediante la ecuación v = -Aωcos($\omega t + \phi_0$). Si elevamos al cuadrado la velocidad y la elongación tendremos:

  $$v^2 = A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi_0) \quad \text{y} \quad x^2 = A^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi_0)$$

  Si restamos al cuadrado de la amplitud el cuadrado de la elongación obtendremos: A^2 - x^2 =A^2-$A^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi_0)$=$A^2[1 - \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi_0)] = A^2 \cos^2(\omega t + \phi_0)$. Al multiplicar esta diferencia por ω^2 tendremos $\omega^2(A^2 - x^2) = A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi_0)$, que es el cuadrado de v, tal como queríamos demostrar.

- Una oscilación viene descrita por la función A·cos 10t, donde t es el tiempo en segundos. ¿Cuánto vales el periodo?

  Respuesta: La pulsación ω valdrá 10, por lo que:

  $$\omega = 10 = \frac{2\pi}{T}$$

  obteniéndose T = $\frac{\pi}{5}$ s.

- ¿Cuál es el periodo de un péndulo de 1 m de longitud?

  Respuesta: El periodo de un péndulo viene dado por la expresión:

  $$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2,00\ s$$

- Indica de cada uno de los siguientes enunciados si es verdadero o falso:
  - Con un altavoz superpotente se podría escuchar en la Luna un sonido emitido en la Tierra.
  - Las ondas electromagnéticas son transversales.
  - La vibración de la cuerda de un violín produce una onda estacionaria.
  - El tono de un tubo de órgano no depende de su longitud.

- El nivel de intensidad acústica es proporcional a la intensidad del sonido.

Respuesta:

- Falso: el sonido no se propaga en el vacío y el espacio es prácticamente vacío.
- Verdadero.
- Verdadero.
- Falso: la frecuencia (tono) de un tubo depende de su longitud.
- El nivel de intensidad es proporcional al logaritmo de la intensidad del sonido.

- ¿Cuál es la longitud de onda, en el modo fundamental, de la vibración de una cuerda de guitarra de 60 cm de longitud.

  Respuesta: $\lambda_0 = \dfrac{2L}{1} = 2 \cdot 0,60 = 1,20m$

- La longitud de la cuerda de una guitarra es de 60 cm, y vibra con una longitud de onda de 30 cm. Indica, demostrándolo con un dibujo, el número de nodos que presenta la cuerda.

  Respuesta: Dado que la longitud de onda para una onda estacionaria viene expresada por $\lambda = \frac{2L}{n}$, siendo n el número de nodos menos uno, con los datos del enunciado tendremos:

  $$0,3 = \frac{2 \cdot 0,6}{n}$$

  Obteniéndose n = 4. El número de nodos será, pues, cinco.

- El acelerómetro de una boya de medida del movimiento ondulatorio de las olas registró una variación de aceleraciones dada por la ecuación: a(t) = -0,5 cos (0,25 t), donde la aceleración se mide en m/s^2 y el tiempo en s. Calcula cuál fue la amplitud de las ondas.

  Respuesta: A partir de las ecuaciones del movimiento armónico simple que nos dan la posición, velocidad y aceleración:

  $$x = A\cos(\omega t) \qquad v = -A\omega\,\mathrm{sen}(\omega t) \qquad a = -A\omega^2\cos(\omega t)$$

  Al comparar con la expresión dada en el enunciado, tendremos que:

  $$\omega = 0,25 \quad \text{y} \quad -0,5 = -A\omega^2 = -0,0625A$$

  Por lo que A = 8 m.

- Razona si la longitud de onda de una luz cuando penetra en el agua es mayor, igual o menor que la que tiene en el aire.

  Respuesta: Al cambiar de medio de propagación, la frecuencia de una onda no varía. Si tenemos en cuenta que se cumple que $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$, y que la velocidad de la luz en el agua es inferior a dicha velocidad en el aire, la longitud de onda de la luz se hará menor cuando penetre en el agua.

- Colgamos dos masas idénticas de dos muelles A y B de igual longitud pero distinta constante elástica. La constante del muelle A es el triple que la del B. Razona si, tras la elongación, lalongitud del muelle A es: el triple que la del muelle B, la tercera parte, o ninguna de las dos.

  Respuesta: La relación que existe entre la deformación,Δx que experimenta un muelle al colgar de él una masa m y el valor de ésta, es: $mg - K\Delta x = 0$.

  Aplicando la anterior expresión a cada uno de los muelles, tendremos:

  $$mg - K_A \Delta x_A = mg - K_B \Delta x_B$$

  Con lo que:

  $$3\ K_B \Delta x_A = K_B \Delta x_B \qquad \text{y} \qquad \Delta x_A = \frac{\Delta x_B}{3}$$

  La elongación del muelle A será entonces la tercera parte de la que experimenta el muelle B. En cuanto a la longitudes finales de cada muelle serán, respectivamente

  $$x + \frac{\Delta x_B}{3} \quad \text{y} \quad x + x_B$$

  Por lo que la respuesta válida es *ninguna de las dos.*

- Una oscilación viene descrita por la función 5·cos(15·t), donde t es el tiempo en segundos. ¿Cuánto vale el período?

  Respuesta: Comparando con la expresión general, y = A cos ωt = A cos $\frac{2\pi}{T}$, podemos poner que $15 = \frac{2\pi}{T}$, con lo que:

  $$T = \frac{2\pi}{15}\ \text{s}$$

- Considérese un oscilador armónico formado por una masa m sujeta a un muelle de constante elástica k. Si utilizando la misma masa y el mismo muelle se duplica la energía mecánica del oscilador, razona qué ocurre con la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.

  Respuesta: La energía de un oscilador viene expresada por:

  $$E = \frac{1}{2}\, kA^2$$

  . Si hacemos doble la energía, tendremos que:

  $$E_1 = \frac{1}{2}\, kA_1^2 \quad \text{y} \quad E_2 = 2\ E_1 = \ kA_1^2 = \frac{1}{2}\, kA_2^2$$

  De donde se obtiene que $A_2 = A_1\sqrt{2}$.

  Puesto que:

  $$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

  Veremos que, al utilizar el mismo muelle, no varía la frecuencia.

- Consideremos un péndulo de una cierta longitud. Si multiplicamos la longitud por 4, razonar cuánto valdría el nuevo periodo: 4 veces más, 2 veces más o lo mismo.

  Respuesta: La expresión del periodo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

  , Si $l' = 4l$:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{4l}{g}} = 2\,T$$

3.- ÓPTICA

- La potencia óptica, medida en dioptrías, de una lente es doble que su distancia focal, medida en metros. ¿Cuánto valen ambos parámetros?

  Respuesta: A partir del enunciado, podemos poner:

$$P = \frac{1}{f'} = 2f' \Rightarrow 2f'^2 = 1 \quad \text{y} \quad f' = 0,707\ m;\ P = 1,41 \text{ dioptrías}$$

- ¿Cuándo produce una lente convergente una imagen real y cuándo la produce virtual?

  Respuesta: Se producirá una imagen real cuando el objeto se encuentre a una distancia del vértice óptico mayor que la distancia focal, mientras que se producirá una imagen virtual cuando el objeto esté entre el foco y la lente.

- Un rayo de luz penetra en el agua desde el aire con un ángulo de incidencia de 30^o. ¿Cuál es el ángulo de transmisión? (Índice de refracción del agua = 1,33).

  Respuesta: Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen} 30^o}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{1,33}{1}$$

  por lo que $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{0,5}{1,33} = 0,376$ y $\alpha = 22,08^o$

- Determine el ángulo crítico para la reflexión total entre el agua y el aire. Índice de refracción del agua 1,33.

  Respuesta: Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen} 90^o} = \frac{1}{1,33}$$

  por lo que $\operatorname{sen}\alpha = 0,752$ y $\alpha = 48,75^o$

- Determine el ángulo a partir del cual se produce reflexión total entre el aire y un medio en el que la luz viaja con una velocidad de 120000 km/s.

  Respuesta: En primer lugar, calculamos el índice de refracción del medio:

  $$n = \frac{3 \cdot 10^8}{1,2 \cdot 10^8} = 2,5$$

  A continuación, aplicamos la Ley de Snell:

  $$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen} 90^o} = \frac{1}{2,5} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 0,4 \quad \text{y} \quad \alpha = 23,58^o$$

- ¿Cuál es la potencia óptica de una lente bicóncava con ambos radios de curvatura iguales a 20 cm y un índice de refacción igual a 1,4?

  Respuesta: A partir de la ecuación general de las lentes delgadas, podemos poner:

  $$-\frac{1}{f'} = -P = (1-1,4)\left(\frac{1}{-0,2} - \frac{1}{0,2}\right) = 4$$

  por lo que, la potencia óptica de la lente será de -4 dioptrías.

- Determine el ángulo a partir del cual se produce reflexión total entre el aire y un medio con un índice de refracción de 1,5.

  Respuesta: A partir de la ley de Snell:

  $$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen} 90^o} = \frac{1}{1,5} = 0,667$$

  Con lo que $\alpha = 41,81^o$

- Calcule la posición de la imagen de un objeto situado a 1 m de un espejo plano.

  Respuesta: Aplicando la ecuación de los espejos:

  $$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

  y teniendo en cuenta que para un espejo plano, R $=\infty$, nos queda:

  $$\frac{1}{s} = -\frac{1}{s'} \Rightarrow s = -s'$$

- ¿Cuál es el ángulo límite (o crítico) para un rayo que pasa del agua (n = 1,33) al aire?

  Respuesta: Aplicando la ley de Snell:

  $$\frac{\operatorname{sen}\alpha_i}{\operatorname{sen}90^{\text{o}}} = \frac{1}{1,33}$$

  obtenemos que $\operatorname{sen}\alpha_i = \dfrac{1}{1,33}$ y α_i = 48,75º

- ¿Cuánto vale el radio de curvatura de las superficies de una lente biconvexa simétrica de 5 D de potencia y 1,45 de índice de refracción?

  Respuesta: De la ecuación general de las lentes delgadas se puede obtener la expresión:

  $$-P = (1-n')\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

  En nuestro caso, al tratarse de una lente biconvexa simétrica, tendremos que $R_1 > 0$ y $R_2 < 0$, cumpliéndose además que $|R_1| = |R_2|$, por lo que podremos poner:

  $$-5 = (1-1,45)\left(\frac{2}{R}\right)$$

  despejando, obtenemos para R el valor de 0,18 m.

- Sea una lupa de 5 D. Situamos un objeto luminoso 40 cm por delante de la lente. Calcule la posición donde se forma la imagen.

  Respuesta: A partir de las expresiones:

  $$-\frac{1}{f'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -P \quad \text{y} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

  tendremos:

  $$\frac{1}{-0,4} - \frac{1}{s'} = -5$$

  expresión que nos da un resultado de s′= 0,4 m

- Disponemos de cinco lentes de potencias: 20, 10, 5, -15, y -2 dioptrías. Señale, razonadamente, cuál de ellas deberíamos escoger para fabricar una cámara de fotos lo más estrecha posible.

  Respuesta: La cámara de fotos más estrecha será aquella cuya lente tenga menor distancia focal. Al necesitar de una lente convergente, eliminamos aquellas de potencia negativa. De las restantes, teniendo en cuenta que P = 1/f′, elegiremos la de 20 dioptrías, ya que su distancia focal es la menor (1/20 m).

- Una persona miope de -5 D porta unas gafas con cristales “reducidos” de índice 1.6. ¿Qué potencia tiene una lente cuya geometría es idéntica a las lentes del caso anterior pero de índice de refracción igual a 1.5?

Respuesta: Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -P$$

por lo que en este caso concreto podremos poner:

$$(1-1,6)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 5 \qquad \text{y} \qquad (1-1,5)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -P$$

al dividir miembro a miembro se obtiene:

$$\frac{1-1,6}{1-1,5} = \frac{5}{-P}$$

obteniéndose P = -4,17 D

item Razona si la longitud de onda de una luz cuando penetra en el agua es mayor, igual o menor que la que tiene en el aire.

Respuesta: La velocidad de la luz cambia en función del índice de refracción del medio en que se propague aquella. En el agua, el índice de refracción de la luz es mayor que en el aire. Si tenemos en cuenta que:

$$n = \frac{c}{v}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y v la velocidad de la luz en el medio que consideremos, podremos comprobar que la velocidad de la luz en el agua es inferior a dicha velocidad en el aire. Si además, tenemos en cuenta que:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

y que la frecuencia de la luz no cambia al variar el medio, tendremos que, en el agua, la longitud de onda de la luz se hará menor que en el aire.

- Las lentes convergentes producen imágenes, ¿sólo reales, sólo virtuales o de ambos tipos? Justifica la respuesta.

  Respuesta: Pueden formarse ambos tipos de imágenes .Cuando el objeto se sitúa a la izquierda del foco, la imagen es real, mientras que, cuando se sitúa entre el foco y la lente, la imagen es virtual.

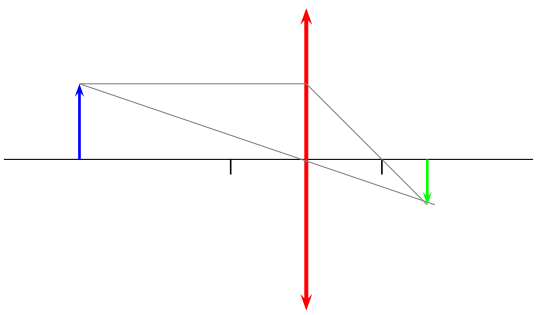


Imagen meyor, invertida y real

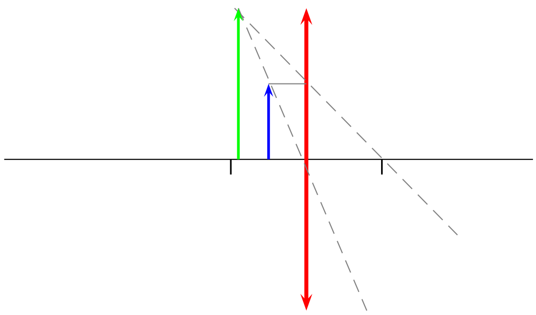


Imagen mayor, derecha y virtual

- Queremos aumentar la potencia de una lente biconvexa simétrica. Para conseguirlo, describe razonadamente cómo deberíamos modificar (aumentando o disminuyendo) tanto su radio de curvatura como su índice de refracción.

  Respuesta: Puesto que la potencia de la lente viene expresada por:

$$-P = (1 - n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (1 - n)\,\frac{2}{R}$$

  (teniendo en cuenta que R_2 = - R_1 = R), podemos observar que al aumentar el índice de refracción (n es siempre superior a 1) o disminuir el radio de curvatura, R, la potencia de la lente se hace mayor.

- Razona si existe ángulo límite en la interfase aire-agua y en la interfase agua-aire.

  Respuesta: Al pasar un rayo luminoso de un medio de índice de refracción n_i a otro de índice de refracción n_r, dicho rayo experimenta una desviación, siguiendo la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\alpha_i}{\text{sen}\alpha_r} = \frac{n_r}{n_i}$$

  Para que se produzca reflexión total, se cumplirá que senα_r = 1, de donde se deduce que:

$$\text{sen}\alpha_i = \frac{n_r}{n_i}$$

  Esto sólo puede suceder cuando $n_r < n_i$, es decir, cuando el rayo pase del agua al aire,por lo que sólo existirá ángulo límite en la interfase agua-aire.

- Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1.33) y dirige el haz luminoso hacia la superficie. ¿Cuál es el ángulo del haz luminoso respecto de la vertical a partir del cual no saldrá la luz del agua (ángulo límite)?

  Respuesta: Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 90^{\text{o}}} = \frac{n_2}{n_1}$$

  De donde, despejando, se obtiene:

$$\text{sen } \alpha_i = \frac{1}{1,33} \quad \text{y} \quad \alpha = 48,75^{\text{o}}$$

- Una lente delgada convergente de distancia focal imagen 50 mm forma la imagen de un cierto objeto a 4 cm de la lente. Si sustituimos la lente por otra de distinta potencia, calcula la potencia de la nueva lente si la imagen del mismo objeto se forma ahora a 6cm de la lente.

  Respuesta: Para que la imagen se encuentre entre la lente y el foco, aquella debe ser virtual. Suponiendo el objeto situado a la izquierda de la lente, tendremos que $s' = -0,04$ m. Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{-0,04} = -\frac{1}{0,05} = -20$$

De donde obtenemos: $s = -0,022$ m.
Si la imagen se forma ahora a 6 cm, tomando esta distancia con signo positivo (es decir, la imagen es real y se forma a la derecha de la lente, tendremos:

$$\frac{1}{-0,022} - \frac{1}{0,06} = -\frac{1}{f'} = -P$$

Despejando, obtendremos una potencia P = 62,12 dioptrías.
Si, por el contrario, tomamos la distancia con signo negativo (lo que correspondería a una imagen virtual), la potencia se hallaría así:

$$\frac{1}{-0,022} - \frac{1}{-0,06} = -\frac{1}{f'} = -P$$

Con lo que obtendríamos: P = 28,79 dioptrías.

4.- **INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA**

- Dos iones, uno con carga doble que el otro, se mueven con la misma velocidad bajo la acción de un campo magnético uniforme. El diámetro de la circunferencia que describe el ion de menor carga es cinco veces mayor que el de la circunferencia que describe el otro ion. ¿Cuál es la relación entre las masas de los dos iones?

  Respuesta: Sabiendo que el radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

  y aplicando dicha expresión a cada uno de los iones:

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad \text{y} \qquad R = \frac{Mv}{2qB}$$

  Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{r}{R} = 5 = \frac{2m}{M}$$

  con lo que el cociente M/m tiene el valor $2/5$.

- ¿Qué sabemos del campo eléctrico y del potencial eléctrico en el interior de un conductor cargado?

  Respuesta: El campo eléctrico en el interior de un conductor cargado es nulo (la carga se encuentra en la superficie del conductor), mientras que el potencial en su interior es constante, ya que:

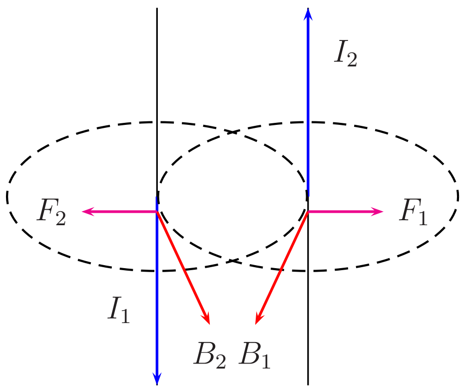
$$\overrightarrow{E} = \frac{-dV}{d\overrightarrow{r}} = 0$$

- ¿Puede una partícula cargada moverse en línea recta en el interior de un campo magnético constante? (Suponga que sobre la partícula sólo actúa la fuerza magnética).

  Respuesta: Sí, siempre que la partícula se mueva de forma paralela a las líneas del campo magnético.

- Se tienen dos corrientes eléctricas paralelas y de sentidos contrarios. ¿Se atraen o se repelen? ¿Por qué?

  Respuesta: A partir de la siguiente representación gráfica:



  Y aplicando la regla de la mano izquierda, vemos que la fuerza que actúa sobre cada uno de los conductores es de la misma dirección y de sentido contrario a la otra, ya que los vectores campo magnético creados por cada una de las corrientes sobre el otro conductor van dirigidos en la misma dirección y sentido.

- ¿Cuánto vale el campo eléctrico en una región del espacio en la que el potencial eléctrico es constante e igual a 120 V?

  Respuesta: Al ser el campo igual a la derivada (con signo menos) del potencial con respecto a r, y ser el primero constante, el campo eléctrico será nulo.

- Un motor eléctrico consiste en una bobina que gira en presencia de un campo magnético debido al paso de una corriente eléctrica. ¿Qué transformación energética tiene lugar en dicho motor?

  Respuesta: Se produce una transformación de energía eléctrica en energía mecánica.

- ¿Qué transformación energética tiene lugar en una dinamo?

  Respuesta: Se produce una transformación de energía mecánica en energía eléctrica.

- ¿Cómo son las líneas de fuerza del campo magnético?

Respuesta: Son líneas cerradas, sin origen ni extremo.

- ¿Cómo son las líneas de fuerza del campo eléctrico producido por un hilo rectilíneo infinito y uniformemente cargado?

  Respuesta: Las líneas de fuerza tienen como origen (o extremo) el conductor, y se distribuyen de forma radial.

- ¿Cómo varían con la distancia el potencial eléctrico, el campo eléctrico y la fuerza eléctrica (sobre una carga de prueba) debidos a una partícula con carga?

  Respuesta: El potencial eléctrico varía inversamente con la distancia, mientras que el campo eléctrico y la fuerza varían inversamente con el cuadrado de la distancia.

- ¿Cómo son las líneas de fuerza del campo magnético generado por una corriente rectilínea?

  Respuesta: Son circunferencias concéntricas cuyo centro se encuentra sobre el conductor.

- ¿Cómo son el campo y el potencial eléctricos en el interior de un conductor perfecto?

  Respuesta: La intensidad de campo es nula, mientras que el potencial es constante, debido a:

$$\overrightarrow{E} = \frac{-dV}{d\overrightarrow{r}} = 0$$

- ¿Cómo es el campo eléctrico en el interior de una esfera metálica cargada? ¿Y el potencial?

  Respuesta: La respuesta es la misma que en el ejemplo anterior, puesto que el campo y el potencial en el interior no dependen de la forma del conductor

- ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el centro geométrico de un anillo que posee una carga Q uniformemente repartida?

  Respuesta: Por razones de simetría, el campo eléctrico en el centro del anillo es nulo, puesto que, cada elemento de campo, $d\overrightarrow{E}$ se compensa con el creado por el elemento de carga simétrico respecto del anterior.

- Se quiere medir g a partir del periodo de oscilación de un péndulo formado por una esfera de cierta masa suspendida de un hilo. La esfera tiene una carga q positiva y el péndulo se encuentra en una región con un campo eléctrico dirigido hacia abajo; sin embargo, el experimentador no conoce estos hechos y no los tiene en cuenta. Responda, justificando su respuesta, si el valor de la gravedad que obtiene es mayor o menor que el real.

Respuesta: La existencia de carga sobre la esfera y de un campo eléctrico dirigido hacia abajo, hará que la fuerza sobre la esfera sea mayor que mg, con lo que, el efecto neto será $mg' > mg$, con lo que $g' > g$. Al ser el periodo del péndulo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Tendremos que, al sustituir g por g', el periodo del péndulo en esta situación será menor que en ausencia de campo eléctrico.

- ¿Qué campo magnético es mayor en módulo: el que existe en un punto situado a una distancia R de una corriente rectilínea de intensidad I, o el que hay en un punto a una distancia 2R de otra corriente rectilínea de intensidad 2I?

  Respuesta: Aplicando la Ley de Biot y Savart, el campo magnético depende directamente de la intensidad, e inversamente del cuadrado de la distancia:

  $$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int\frac{d\overrightarrow{l} \times \overrightarrow{u_r}}{r^2}$$

  Al resolver esta integral para un conductor rectilíneo, obtenemos:

  $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

  Siendo de la distancia del punto al conductor con lo que, en ambos casos, el módulo del campo magnético será el mismo.

- ¿Dónde es mayor el campo magnético: en el interior de un solenoide de 10 cm de longitud que contiene 100 espiras, o en el interior de otro solenoide de 20 cm de longitud que tiene 500 espiras? Justifique la respuesta.

  Respuesta: El campo magnético en el interior de un solenoide viene expresado por $B = \mu n I$, siendo n el número de espiras por unidad de longitud. Por tanto, $n_1 = \dfrac{100}{0,1}$ y $n_2 = \dfrac{500}{0,2}$. Al ser $n_2 > n_1$ (suponiendo que la intensidad de corriente y μ sean los mismos), se cumplirá que $B_2 > B_1$

- Si el campo eléctrico de una onda electromagnética viene expresado por el vector $\overrightarrow{E} = E_0 \cos 2\pi(t/T - z/\lambda)(\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j})$, indique, justificando la respuesta, en qué dirección oscila el campo magnético.

  Respuesta: Los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entres sí, por lo que el vector correspondiente al campo magnético será:

  $$\overrightarrow{B} = B_0 \cos 2\pi(t/T - z/\lambda)(\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2})$$

Siendo $\overrightarrow{u_1}$ y $\overrightarrow{u_2}$ dos vectores unitarios. Al ser perpendiculares $\overrightarrow{E}$ y $\overrightarrow{B}$, el producto escalar de ambos valdrá cero, por lo cual:

$$\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0$$

Lo cual se cumplirá cuando $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{i}$ y $\overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{-j}$ o cuando $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{-i}$ y $\overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{j}$. A partir de estas igualdades, podremos poner el vector $\overrightarrow{B}$ de cualquiera de estas dos formas:

$$\overrightarrow{B} = B_0 \cos 2\pi(t/T - z/\lambda)(\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j})$$
$$\overrightarrow{B} = B_0 \cos 2\pi(t/T - z/\lambda)(\overrightarrow{-i} + \overrightarrow{j})$$

- Si una carga puntual produce, a una cierta distancia r, un potencial eléctrico de 10 V y un campo de módulo E, ¿cuánto vale el potencial en otro punto en el cual el campo es E/4?

  Respuesta: El módulo del campo eléctrico es E= Kq/r_1^2. Cuando el campo sea E/4, tendremos:

  $$\frac{E}{4} = \frac{Kq}{r_2^2} = \frac{Kq}{(2r_1)^2}$$

  con lo que $r_2=2r_1$ y, por tanto:

  $$V_2 = \frac{Kq}{2r_1}$$

  Si $V_1 = \dfrac{Kq}{r_1} = 10$, $V_2 = \dfrac{10}{2} = 5$ V

- Una partícula de masa m y carga q penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular a la velocidad v de la partícula. Indique si el radio de la órbita descrita crece o decrece con cada una de estas magnitudes: m, v, q, energía cinética de la partícula, B.

  Respuesta: El radio de la órbita viene expresado por:

  $$r = \frac{mv}{qB}$$

  Por lo que al aumentar la masa, velocidad o energía cinética, aumentará el radio de la trayectoria. Por el contrario, al aumentar q o B, el radio de giro disminuirá.

- En la superficie de una esfera conductora se acumula un exceso de un millón de electrones. Indique, justificando su respuesta, si el campo eléctrico en el interior de la esfera es positivo, negativo o nulo.

  Respuesta: Si tomamos una superficie gaussiana esférica, concéntrica con la esfera del problema y de menor radio que ésta, veremos que, al aplicar el teorema de Gauss:

  $E = \dfrac{q}{\varepsilon} = 0,$ puesto que la carga en el interior de la superficie gaussiana es nula

- En una tormenta de polvo en la superficie de Marte la nube de partículas tiene una densidad de carga de 10 electrones/cm^3. Calcule el campo eléctrico (en módulo) que crea una nube de 100 m^3 a una distancia de 5 m del centro de la misma. Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2

  Respuesta: La densidad de carga , expresada en el S.I. será:

  $$\sigma = 10\ \frac{e}{cm^3} \cdot 10^6\ \frac{cm^3}{m^3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ \frac{C}{e} = 1,6 \cdot 10^{-12}\ C/m^3$$

  Suponiendo la nube de forma esférica, su radio será:

  $$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 100}{4\pi}} = 2,88 \text{ m}$$

  con lo que un punto situado a 5 m del centro de la nube se encontrará fuera de ella. En consecuencia, el campo eléctrico creado en dicho punto será el mismo que crearía una carga puntual a esa distancia, es decir:

  $$|\overrightarrow{E}| = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \cdot 100}{25} = 0,0576 N/C$$

- Explique en qué dirección a lo largo del suelo (Norte-Sur, Este-Oeste u otras) ha de colocar un cable recto por el que circula corriente eléctrica para que la fuerza ejercida sobre él por el campo magnético terrestre sea máxima, y diga qué dirección tiene la fuerza.

  Respuesta: La fuerza que ejerce un campo magnético $\overrightarrow{B}$ sobre un conductor atravesado por una corriente eléctrica de intensidad I es:

  $$\overrightarrow{F} = I\,\overrightarrow{l} \times \overrightarrow{B}$$

  Teniendo en cuenta la dirección N-S del campo magnético terrestre, el conductor debe colocarse en la dirección E-O para que la fuerza magnética sobre él sea máxima ($\overrightarrow{l} \times \overrightarrow{B}$ es máximo cuando el ángulo es de 90º). La fuerza será perpendicular al plano que contiene a $\overrightarrow{l}$ y a $\overrightarrow{B}$, estando dirigida hacia el centro de la Tierra o en sentido contrario según sea el sentido de la corriente en el conductor.

- Dos cargas estáticas e idénticas se ejercen mutuamente una fuerza de 2 N cuando están separadas 1 m. ¿Cuánto valdrá la fuerza si la distancia entre ellas pasa a ser de 1 km?

  Respuesta: De la expresión:

  $$F = \frac{Kq^2}{r^2}$$

  sustituyendo r por 1 m y F por 2 N, obtenemos Kq^2 = 2 (S.I.). Sustituyendo r por 1000 m, tendremos:

  $$F = \frac{Kq^2}{10^6} = 2 \cdot 10^{-6} \quad \text{N}$$

- Indica una analogía y una diferencia entre los campos gravitatorio y eléctrico.

  Respuesta: Entre las diversas analogías y diferencias existentes podemos mencionar, como analogía, el que ambos campos varían con la inversa del cuadrado de la distancia. Se trata en ambos casos de campos conservativos. Como diferencia, podemos citar que el campo gravitatorio da siempre lugar a fuerzas de atracción, mientras que el eléctrico puede dar lugar a fuerzas de atracción o de repulsión.

- Indique una analogía y una diferencia entre los campos eléctrico y magnético.

  Respuesta: De entre las semejanzas entre uno y otro campo podemos citar el que tanto en la ley de Biot-Savart como en la de Coulomb, el campo (magnético o eléctrico, respectivamente) varían con la inversa del cuadrado de la distancia al elemento de corriente o la carga puntual. Como diferencia, podemos mencionar que la dirección de E es radial respecto a la carga puntual, mientras que la dirección de B es perpendicular al plano que contiene al elemento de longitud,dl, y la distancia r.

- Acercamos un imán a un aro metálico, lo pasamos por su centro atravesándolo y lo alejamos por el otro lado. Explica lo que sucede en el aro durante el movimiento del imán.

  Respuesta: Tanto cuando el imán se acerca como cuando se aleja con respecto al anillo, se crea sobre éste una corriente inducida, dada por las leyes de Faraday-Henry y de Lenz:

  $$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}$$

  la variación del flujo del campo magnético se debe al movimiento del imán y, por tanto, a la variación de $\overrightarrow{B}$ respecto al tiempo. Por último, el sentido de la corriente cuando el imán se acerca al anillo será el contrario de cuando el imán se aleje de aquel.

- En un acelerador, las partículas cargadas se mueven en un túnel horizontal con forma de circunferencia, debido a la acción de un campo magnético. Argumenta en qué dirección actúa el campo: ¿hacia el centro del túnel, vertical o según el avance de las cargas?

  Respuesta: El campo magnético está dirigido perpendicularmente al plano del túnel, puesto que la fuerza debida al campo magnético se dirige hacia el centro de la circunferencia del túnel y el vector velocidad es tangente a dicha circunferencia. La fuerza sobre una carga, $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$ es perpendicular al plano formado por los vectores $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{B}$.

- Explica de forma razonada cómo es el campo eléctrico en el interior de una esfera hueca cuya superficie posee una cierta densidad de carga.

  Respuesta: Aplicando el teorema de Gauss, la intensidad de campo viene dada por: $E = \dfrac{q}{\epsilon \cdot S}$, siendo q la carga encerrada por una superficie gaussiana, S el área de la misma y ϵ, la permitividad del medio. Como quiera que la carga encerrada por la superficie gaussiana (en nuestro cado, una esfera concéntrica con la esfera hueca y de radio inferior al de aquella) es nula, puede deducirse que el campo eléctrico en el interior de la esfera hueca es cero.

- Entre los electrodos de un tubo de rayos catódicos existe una diferencia de potencial de 20000 V. ¿Qué energía cinética alcanza un electrón que, partiendo del reposo, se mueve desde un electrodo a otro?

  Respuesta: El trabajo viene expresado por:

$$W = q\Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^4 \Rightarrow \Delta E_c = E_c - 0$$

  . Por tanto, $E_c = 3,2 \cdot 10^{-15}$ J.

- Una carga puntual produce a una distancia r, un potencial eléctrico de 10 V y un campo de módulo E. ¿Cuánto vale el potencial en otro punto en el cuál el campo es $E/4$?

  Respuesta: Teniendo en cuenta que el campo y el potencial creados por una carga puntual a una distancia r vienen expresados respectivamente por:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{Kq}}{\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{y} \qquad \mathrm{V} = \frac{\mathrm{Kq}}{r}$$

  podremos poner:

$$\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}'} = \frac{\mathrm{Kq/r}^2}{\mathrm{Kq/r}'^2} = \frac{\mathrm{r}'^2}{\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{y} \qquad \frac{10}{\mathrm{V}'} = \frac{\mathrm{r}'}{\mathrm{r}}$$

  Al ser $\mathrm{E}' = \mathrm{E}/4$, podremos poner:

$$\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}'} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}/4} = \frac{\mathrm{r}'^2}{\mathrm{r}^2} = 4 \Rightarrow \frac{\mathrm{r}'}{\mathrm{r}} = \sqrt{4} = 2 \qquad \mathrm{y} \qquad \frac{10}{\mathrm{V}'} = \frac{\mathrm{r}'}{\mathrm{r}} = 2$$

  Obteniéndose, por tanto, $\mathrm{V}' = 5$ V.

- En la superficie de una esfera conductora se acumula un exceso de un millón de electrones. Indique, justificando su respuesta, si el campo eléctrico en el interior de la esfera es positivo, negativo o nulo.

  Respuesta: Aplicando el teorema de Gauss, la intensidad de campo viene dada por: $E = \dfrac{q}{\epsilon \cdot S}$, siendo q la carga encerrada por una superficie gaussiana, S el área de la misma y ϵ, la permitividad del medio. Como quiera que la carga encerrada por la superficie gaussiana (en nuestro cado, una esfera concéntrica con la esfera y de radio inferior al de aquella) es nula, ya que la carga sobre una esfera conductora se acumula en su superficie, puede deducirse que el campo eléctrico en el interior de la esfera hueca es cero.

- El pasado abril se produjeron tormentas magnéticas a causa de la llegada a la atmósfera de un viento solar de protones a 500 km/s. ¿Cuánto vale la energía, en eV, de cada uno de estos protones? (Datos: masa del protón = $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J.)

Respuesta: La energía cinética del protón será:

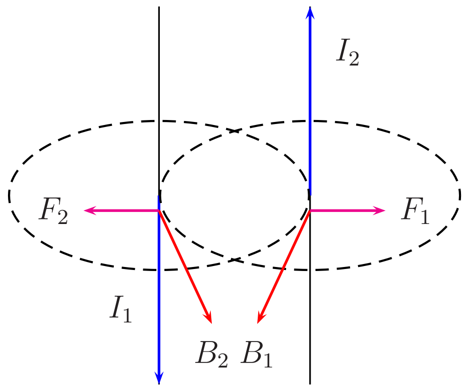
$$E_c = \frac{1}{2}\, mv^2 = \frac{1}{2}\, 1,67 \cdot 10^{-27}(5 \cdot 10^5)^2 = 4,175 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

La energía del protón, expresada en eV vendrá dada por:

$$E_c = \frac{4,175 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2609,37 \text{ eV}$$

- Sean dos cable conductores rectilíneos y paralelos por los que circulan corrientes en sentido contrario. Razona si la fuerza entre los cables es atractiva, repulsiva o nula.

  Respuesta: A partir de la siguiente representación gráfica:



  Aplicando la regla de la mano derecha, determinamos la dirección y sentido del vector campo magnético creado por cada uno de los conductores sobre el otro. Aplicando la regla de la mano izquierda, vemos que la fuerza que actúa sobre cada uno de los conductores es de la misma dirección y de sentido contrario a la otra, ya que los vectores campo magnético creados por cada una de las corrientes sobre el otro conductor van dirigidos en la misma dirección y sentido. De esta forma, podemos afirmar que la fuerza entre ambos conductores será de repulsión.

- Situamos cuatro cargas iguales de 1 C en los vértices de un cuadrado de 10 cm de lado. Calcula el potencial eléctrico en el centro del cuadrado. (Dato: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot m^2/\text{C}^2$)

  Respuesta: El potencial eléctrico será la suma algebraica de los potenciales creados por cada una de las cargas. Cada uno de estos tiene el mismo valor, que es:

$$V = \frac{Kq}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1}{\sqrt{0,05^2 + 0,05^2}} = 1,27 \cdot 10^{11} \text{ V}$$

  Por lo que el potencial en el centro del cuadrado será: $V_c = 4\text{ V} = 5,1 \cdot 10^{11}$ V

- Considérese dos cargas eléctricas de igual módulo pero de signo contrario separadas una distancia d. ¿En qué puntos del espacio el potencial eléctrico es nulo? (Razonar la respuesta).

Respuesta: El potencial creado por cada una de cargas será, respectivamente:

$$V_1 = \frac{Kq}{r_1} \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{-Kq}{r_2}$$

Para que el potencial en un punto del espacio sea nulo, deberá cumplirse que:

$$V_1 + V_2 = \frac{Kq}{r_1} + \frac{-Kq}{r_2} = 0$$

Con lo que se deduce que $r_1 = r_2$. El potencial será, por tanto, nulo en cualquier punto de la recta perpendicular en el punto medio al segmento que une ambas cargas.

- Razone qué opción (a, b ó c) es la correcta en la siguiente frase: La fuerza magnética que experimenta una carga en movimiento con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético $\vec{B}$:

4.a.- Tiene la misma dirección que $\vec{B}$.
4.b.- Es nula si $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$.
4.c.- Es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$.

Respuesta: La fuerza sobre una carga en movimiento tiene la expresión: $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{q}V \times \overrightarrow{B}$, de donde se deduce:

4.a.- La afirmación es falsa, pues la fuerza es perpendicular a $\overrightarrow{B}$
4.b.- La afirmación es falsa, pues $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$ es máxima
4.c.- La afirmación es correcta, en aplicación del concepto de producto vectorial.

5.- FÍSICA MODERNA

- ¿Cuáles de las interacciones fundamentales son de largo alcance y cuáles no?

  Respuesta: Las interacciones gravitatoria y electromagnética son de largo alcance, mientras la fuerte y la débil son de corto alcance.

- ¿Qué relación hay entre el defecto de masa y la energía de enlace de un núcleo atómico?

  Respuesta: La energía de enlace es el producto del defecto de masa por el cuadrado de la velocidad de la luz.

- ¿Qué porcentaje de núcleos radiactivos queda en una muestra (respecto del número inicial) después de transcurrir un intervalo igual a tres veces el período de semidesintegración?

  Respuesta: Puesto que en un periodo, se desintegran la mitad de los núcleos, cuando hayan transcurrido tres periodos, el número de núcleos será $\frac{N_0}{2^3}$, es decir, la octava parte del número inicial de núcleos.

- ¿Qué energía se libera por núcleo en una reacción nuclear en la que se produce un defecto de masa de 0,1 u? (Dato: 1 u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg).

  Respuesta: La energía liberada será:

  $$0,1 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}(3 \cdot 10^8)^2 = 1,49 \cdot 10^{-11}\ J$$

- El defecto de masa de un núcleo es de 0,06 u. ¿Cuál es su energía de enlace? (Dato: la unidad de masa unificada es igual a $931,5MeV/c^2$.)

  Respuesta: La energía de enlace será:

  $$E = 0,06 \cdot 931,5 = 55,89\ MeV$$

- Determine la energía de enlace del núcleo ${}^{14}_{6}C$, cuya masa atómica es 14,003242 u. Datos: 1 u = $931,50MeV/c^2$, masa del protón = 1,007276 u y masa del neutrón = 1,008655 u.

  Respuesta: La masa teórica del núcleo será:

  $$m = 6 \cdot 1,007276 + 8 \cdot 1,008655 = 14,112896\ u$$

  El defecto de masa será:

  $$14,112896 - 14,003242 = 0,10965\ u$$

  La energía de enlace será $0,10965 \cdot 931,5 = 102,14\ MeV$

- Una muestra radiactiva emite la décima parte de sus núcleos en un día. ¿Cuál es su vida media?

  Respuesta: Aplicando la expresión general $N = N_0 e^{-\lambda t}$, y sustituyendo:

  $$\frac{N_0}{10} = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 0,1 = -\lambda \cdot 1 \quad \text{de donde} \quad \lambda = 2,302\ \text{días}^{-1}$$

  La vida media es:

  $$v_m = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2,302} = 0,43\ \text{días}$$

- ¿Se produce corriente fotoeléctrica cuando una luz de 400 nm, incide sobre un metal con una función de trabajo de 2,3 eV)? (Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

Respuesta: La energía de la radiación incidente será:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = 4,97 \cdot 10^{-19}\ J$$

Puesto que el trabajo de extracción es $2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,68 \cdot 10^{-19}\ J$, se producirá emisión fotoeléctrica.

- Una muestra radiactiva contiene en el instante actual la quinta parte de los núcleos que poseía hace cuatro días. ¿Cuál es su vida media?

  Respuesta: Aplicando la expresión general:

  $$\frac{N_0}{5} = N_0 e^{-\lambda \cdot 4}$$

  con lo que $\ln 0,2 = -4\lambda$, y $\lambda = 0,402$ días^{-1}. La vida media será entonces:

  $$v_m = \frac{1}{\lambda} = 2,48 \text{ días}$$

- Una muestra radiactiva con una vida media de 100 días contiene en el instante actual la décima parte de los núcleos iniciales. ¿Qué antigüedad posee?

  Respuesta: A partir de la vida media, calculamos la constante de desintegración:

  $$\lambda = \frac{1}{v_m} = 0,01 \text{ días}$$

  Conocido este valor, aplicamos:

  $$\frac{N_0}{100} = N_0 e^{-0,01t}$$

  de la cual se deduce $\ln 0,01 = -0,01t$,y $t = \dfrac{\ln 0,01}{0,01} = 460,51$ días

- Calcule la energía cinética de los electrones emitidos cuando un metal cuya función de trabajo es 2,3 eV se ilumina con luz de 450 nm (Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s; |e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$).

  Respuesta: La energía cinética vendrá dada por:

  $$E_c = h\nu - h\nu_0$$

  siendo $h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \dfrac{3 \cdot 10^8}{4,5 \cdot 10^{-7}} = 4,42 \cdot 10^{-19}\ J$ y $h\nu_0 = 2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,68 \cdot 10^{-19}\ J$. Por tanto:

  $$E_c = 4,42 \cdot 10^{-19} - 3,68 \cdot 10^{-19} = 7,4 \cdot 10^{-20}\ J$$

- ¿Se puede producir el efecto fotoeléctrico cuando incide luz de $4{\cdot}10^{14}$ Hz sobre un metal con una función de trabajo de 2,3 eV?. Datos: $h = 6,63{\cdot}10^{-34}\ J \cdot s$ y $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$.

  Respuesta: La energía de la radiación incidente será:

  $$E = h\nu = 2,65 \cdot 10^{-19}\ J$$

  Puesto que el trabajo de extracción es $2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,68 \cdot 10^{-19}\ J$, no se producirá emisión fotoeléctrica.

- Al iluminar cierto metal, cuya función de trabajo es 4,5 eV, con una fuente de 10 W de potencia, que emite luz de $10^{15}\ Hz$, no se produce el efecto fotoeléctrico. Conteste y razone si se producirá el efecto si se duplica la potencia de la lente.

  Respuesta: Al duplicarse la potencia de la lente, se duplica la energía por unidad de tiempo, es decir, el número de fotones. Puesto que la energía de cada uno de ellos, $h\nu$ no varía, seguirá sin producirse el efecto fotoeléctrico.

- Razone si aumentará o no la energía cinética de los electrones arrancados por efecto fotoeléctrico, si aumentamos la intensidad de la radiación sobre el metal.

  Respuesta: No aumentará, pues aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

  $$h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

  vemos que la energía cinética sólo aumentará si lo hace la frecuencia de la radiación incidente.

- Un fotón de luz roja de 700 nm de longitud de onda, tiene una energía igual a $2,84 \cdot 10^{-19}$ J. ¿Cuál es la energía de un fotón de luz verde de 550 nm?

  Respuesta: Con la energía del fotón de luz roja, podemos hallar el valor de la constante de Planck:

  $$2,84 \cdot 10^{-19} = h\,\frac{3 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{-9}} \quad \text{de donde} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ en unidades de S.I.}$$

  La energía del fotón de luz verde será:

  $$E = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} = 3,62 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

  .

- Justifique que, según la ley de desintegración radiactiva, el siguiente enunciado no puede ser correcto:Ünа muestra contenía hace un día el doble de núcleos que en el instante actual, y hace dos días el triple que en el instante actual".

  Respuesta: La frase es falsa pues, si hace un día la muestra tenía el doble de núcleos que en el instante actual, el periodo de semidesintegración será de 1 día, por lo que dos días antes, el número de núcleos será el doble del que existían hace un día, es decir, ***cuatro veces mayor*** que en el momento actual.

- Clasifique las siguientes interacciones según sean de corto o de largo alcance: repulsión de dos electrones; fuerza que une a protones y neutrones en el núcleo; atracción entre la Tierra y un coche; atracción entre un protón y un electrón; fuerza responsable de la radiación beta; fuerza entre el Sol y Mercurio.

  Respuesta:

Corto alcance	**Largo alcance**
fuerza que une a protones y neutrones...	repulsión de dos electrones
fuerza responsable de la radiación β	atracción entre la Tierra y un coche
	atracción entre un protón y un electrón
	fuerza entre el Sol y Mercurio

- Se sabe que una muestra radiactiva contenía hace cinco días el doble de núcleos que en el instante actual. ¿Qué porcentaje de núcleos quedará, respecto de la cantidad actual, dentro de otros cinco días?

  Respuesta: Si hace cinco días contenía el doble de los núcleos que en la actualidad, deducimos que el periodo de desintegración será, precisamente, de cinco días, por lo que, al cabo de otros cinco días, nos quedará la mita de de núcleos que en la actualidad (o la cuarta parte del número inicial).

- La fusión nuclear en el Sol produce Helio a partir de Hidrógeno según la reacción:

  $$4 \text{ protones} + 2 \text{ electrones} \rightarrow 1 \text{ núcleo He} + 2 \text{ neutrinos} + \text{Energía}$$

  ¿Cuánta energía se libera en la reacción (en MeV)? Masas: núcleo de He = 4.0015 u, protón = 1.0073 u, electrón = 0.0005 u, neutrino = 0 Dato: 1 u = 931.50 MeV/c^2

  Respuesta: La masa conjunta de los protones y electrones es: m $= 4 \cdot 1,0073 + 2 \cdot 0,0005 = 4,032$ **u**. Al carecer de masa el neutrino, el defecto de masa será:

  $$\Delta m = 4,0302 - 4,0015 = 0,0287 \textbf{ u}$$

  La energía desprendida, expresada en MeV será:

  $$E = \Delta m \cdot c^2 \cdot 931,50/c^2 = 26,73\ MeV$$

- Responda razonadamente si el siguiente enunciado es o no correcto: "Si aumentamos el número de fotones que inciden sobre un metal, aumenta la velocidad de los electrones extraídos´´.

  Respuesta: La afirmación no es correcta, puesto que la velocidad de los electrones emitidos dependerá sólo de la frecuencia de la radiación incidente, no del número de fotones incidentes.

- En cada reacción de fusión nuclear en el Sol se emiten 26.7 MeV en forma de 6 fotones de radiación gamma. Calcule la frecuencia de dicha radiación.

Respuesta: La energía de cada fotón será 26,7/6 = 4,6 MeV. Para transformarla a julios, multiplicamos por $1,6 \cdot 10^{-13}$ J/Mev, obteniendo E = $7,36 \cdot 10^{-13}$ J. Aplicando la igualdad E = hν, tendremos:

$$7,36 \cdot 10^{-13} = 6,63 \cdot 10^{-34} \nu$$

por lo que ν = 1,11·10^{21} s^{-1}

- El pasado abril se produjeron tormentas magnéticas a causa de la llegada a la atmósfera de un viento solar de protones a 500 km/s. ¿Cuánto vale la energía, en eV, de cada uno de estos protones? (Datos: masa del protón = 1.67·10-27 kg; 1 eV = 1.6·10-19 J)

  Respuesta: La energía cinética de los protones será:

  $$\frac{1}{2} 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (5 \cdot 10^5)^2 = 2,088 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

  Para transformar a eV, dividimos por 1,6·10^{-19}, obteniendo E = 1304,69 eV

- Si se desintegra totalmente 1 g de materia, ¿cuánta energía se produce?

  Respuesta: Utilizando la expresión E = mc^2, tendremos que E =10^{-3}(3·10^8)^2 = $9 \cdot 10^{13}$ J

- En las auroras boreales, la atmósfera emite luz de 557,7 nm. ¿Cuánto vale la energía de un fotón de dicha luz?

  Respuesta: La energía viene dada por:

  $$E = h\nu = h\,\frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,577 \cdot 10^{-7}} = 3,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- Entre los elementos radiactivos emitidos en la fuga de la central de Fukushima está el Plutonio-238, cuyo periodo de semidesintegración es de 88 años. ¿Cuántos años pasarán hasta que quede la octava parte de la cantidad emitida?

  Respuesta: Aplicando la ecuación $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ y teniendo en cuenta que el periodo de semidesintegración está relacionado con la constante de decaimiento por la expresión:

  $$\lambda = \frac{0,693}{\tau} = \frac{0,693}{88} = 7,875 \cdot 10^{-3} \text{ años}^{-1}$$

  Con estos datos, planteamos la igualdad:

  $$\frac{N_0}{8} = N_0\, e^{-7,875 \cdot 10^{-3} t}$$

  tomando logaritmos neperianos, nos queda:

  $$\ln \frac{1}{8} = -7,875 \cdot 10^{-3} t$$

  despejando, obtenemos t = 264 años.

- Si proporcionamos cada vez más energía a un electrón, ¿qué velocidad máxima podría alcanzar y por qué?

  Respuesta: La velocidad límite de cualquier cuerpo es la de la luz, puesto que según la transformación relativista m = γ m_0, donde m_0 es la masa en reposo, a una velocidad igual a la de la luz, la masa sería infinita, al ser;

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \infty$$

- La función de trabajo del aluminio vale 4,3 eV. ¿Cuál es la frecuencia mínima de una luz necesaria para producir elefecto fotoeléctrico.

  Respuesta: Para que comience a producirse el efecto fotoeléctrico, deberá cumplirse que hν = hν_0, or lo que:

$$6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \nu = 4,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

  obteniéndose $\nu = 1,038 \cdot 10^{15}$ s^{-1}

- En un libro de Física leemos:“Los neutrinos no se ven afectados por las fuerzas electromagnética o nuclear fuerte, pero sí por la fuerza nuclear débil y la gravitatoria.” Indique si los neutrinos tienen carga o no, y si tienen masa o no.

  Respuesta: Al no ser afectados por la fuerza electromagnética, carecen de carga eléctrica, mientras que al ser afectados por la interacción gravitatoria, poseen masa.

- La fusión nuclear en el Sol produce Helio a partir del Hidrógeno según la reacción:

$$4 \text{ protones} + 2 \text{ electrones} \rightarrow 1 \text{ núcleo He} + 2 \text{ neutrinos} + \text{Energía}$$

  ¿Cuánta energía se libera en la reacción (en MeV)?

  Masas: núcleo de He = 4,0015 u; protón = 1,0073 u; electrón = 0,005 u; neutrino = 0

  Dato: 1 u = 931,50 MeV/c^2

  Respuesta: El defecto de masa de la reacción será:

$$\Delta\, m = 4,0015 - 4 \cdot 1,0073 - 2 \cdot 0,0005 = -0,0287\ \mathbf{u}$$

  que corresponderá a una energía:

$$\text{E} = 0,0287 \cdot 931,50 = 26,73 \text{ MeV}$$

- Determina la frecuencia de la luz que incide sobre una célula fotoeléctrica de silicio, si sabemos que los electrones arrancados tienen velocidad nula.

  Datos: función de trabajo del silicio = 4,85 eV; 1 eV = 1,6·10^{-19} J; h = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Respuesta: A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico: $h\nu = h\nu_0 + E_c$ y, teniendo en cuenta que la energía cinética será nula, podremos poner:

$$h\nu = h\nu_0 = 4,85 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,76 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$6,63 \cdot 10^{-34}\nu = 7,76 \cdot 10^{-19} \qquad \text{por lo cual} \qquad \nu = 1,17 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

- Entre los elementos radiactivos emitidos en el accidente de la central nuclear de Fukushima de 2011 está el Plutonio-238, cuyo periodo de semidesintegración es de 88 años. ¿Cuántos años pasarán hasta que quede la octava parte de la cantidad emitida?

  Respuesta: El número de núcleos en un momento dado viene expresado por: $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Al ser 88 años el periodo de semidesintegración, tendremos que:

  $$N_0/2 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 88}$$

  De donde se deduce que la constante de desintegración será:

  $$\lambda = \frac{ln\ 2}{88} = 7,877 \cdot 10^{-3} \text{ años}^{-1}$$

  Utilizando esta constante, tendremos que:

  $$\frac{N_0}{8} = N_0 \cdot e^{-7,877 \cdot 10^{-3} \cdot t}$$

  Con lo cual:

  $$t = \frac{ln\ 8}{7,877 \cdot 10^{-3}} = 264 \text{ años}$$

- La radiación cósmica de microondas proveniente de los instantes posteriores del Big Bang tiene una frecuencia de 160,2 GHz. Calcula su longitud de onda.

  Respuesta: A partir de la relación:

  $$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

  podremos poner que:

  $$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,602 \cdot 10^{11}} = 1,87 \cdot 10^{-3} \quad \text{m}$$

- La edad de la Tierra es 4.5 mil millones de años. El período de semidesintegración del uranio-235 es 704 millones de años. ¿Qué porcentaje de uranio-235 natural hay en la actualidad en la Tierra respecto a la cantidad inicial?

  Respuesta: El periodo de semidesintegración está relacionado con la constante λ de la forma:

  $$\lambda = \frac{0,693}{T}$$

. De aquí, obtenemos:

$$\lambda = \frac{0,693}{7,04 \cdot 10^8} = 9,84 \cdot 10^{-10}$$

.

Para obtener el porcentaje de uranio-235 actual respecto a la cantidad inicial, podemos poner:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-9,84 \cdot 10^{-10} \cdot 4,5 \cdot 10^9} = 0,012\ N_0$$

Así pues, el porcentaje será:

$$\% = \frac{N}{N_0}\, 100 = 1,2$$