PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

12 de julio de 2019

1. Gravitación.

1. El planeta Tierra tiene 6370 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es 9,8 m/s^2. Calcule: a) La densidad media del planeta. b) La velocidad de escape desde su superficie. Datos: Volumen de una esfera = $4/3\pi r^3$; G =6,67·10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}

   Respuesta:

   a) Sustituyendo la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra:

$$g = \frac{GM}{r^2} \longrightarrow 9,8 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} 4/3\pi r^3 d}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} 4/3\pi \cdot 6,37 \cdot 10^6 d$$

   De donde despejamos d = **5506 kg· m^{-3}**

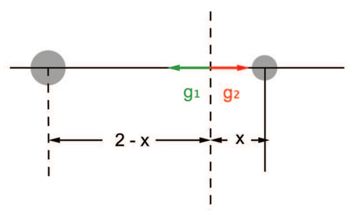
   b) La velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 11174\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Dos masas de 5000 y 15000 kg distan 2 metros entre sus centros. Determine y discuta la posición del punto o puntos en que la intensidad del campo gravitatorio es nula. ¿En ese lugar cuál es el potencial del campo? Datos: G = 6,67·10^{-11}Nm^{2}Kg^{-2}

   Respuesta:

   Solamente es posible que la intensidad de campo gravitatorio sea nula en un punto situado sobre el segmento que une ambas masas, según puede verse en la siguiente imagen:



   En dicho punto se cumplirá que:

$$\frac{Gm_1}{r_1^2} = \frac{Gm_2}{r_2^2} \longrightarrow \frac{G \cdot 5000}{x^2} = \frac{G \cdot 15000}{(2-x)^2}$$

   Despejando, tendremos:

$$\left(\frac{2-x}{x}\right)^2 = 3$$

   Tomando raíces cuadradas en ambos miembros (pues un resultado negativo de x no sería válido), tendremos:

$$2 - x = \sqrt{3}x \qquad x = 0,73\,\mathrm{m}$$

   El potencial en ese punto será:

$$V_g = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 15000}{1,27} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5000}{0,73} = -1,24 \cdot 10^{-6}\mathrm{N \cdot m \cdot kg^{-1}}$$

3. Un mini-satélite artificial de 310 kg utilizado para aplicaciones de observación de la Tierra con alta resolución, gira en una órbita circular a 600 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcule: a) Velocidad en órbita y Periodo orbital. b) Energía potencial y Energía mecánica del mismo. c) Energía necesaria para que, partiendo de esa órbita se coloque en otra órbita circular a una altura de 1000 km. Datos: G = 6,67· 10^{-11} Nm^2kg^{-2}, R_T = 6370 km, M_T = 5,98·10^{24}Kg.

Respuesta:

a) la velocidad orbital es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5}} = 7564,8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

El periodo será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\,(6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5)}{7564,8} = 5789\,\mathrm{s}$$

b) La energía potencial y mecánica del mismo serán:

$$U_1 = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 310}{6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5} = -1,77 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

$$E_1 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 310}{2\,(6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5)} = -8,87 \cdot 10^9\,\mathrm{J}$$

c) La energía de la órbita circular a 1000 km de la superficie terrestre será:

$$E_2 = -\frac{GMm}{2r_2} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 310}{2\,(6,37 \cdot 10^6 + 10^6)} = -8,39 \cdot 10^9\,\mathrm{J}$$

La energía que hay que suministrar será, por tanto:

$$E = -8,39 \cdot 10^9 - (-8,87 \cdot 10^9) = 4,8 \cdot 10^8\,\mathrm{J}$$

4. El planeta X tiene el mismo radio que la Tierra pero su densidad es el doble de la terrestre. ¿Qué valor tendrá la intensidad del campo gravitatorio en su superficie (g_{X0})? ¿A qué altura el valor de gx será el mismo que en la superficie terrestre? Datos: R_T= 6370 km; g_{T0} = 9,8 m·s^{-2}; G = 6,67·10^{-11} Nm^2Kg^{-2}; M_T = 5,98·10^{24} kg.

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta que la masa es el producto del volumen por la densidad, y que el volumen del planeta X es el mismo que el de la Tierra, y la densidad doble, la masa de X será dos veces la masa terrestre, por lo cual:

$$\mathrm{g_{X0}} = \frac{\mathrm{G2M}}{\mathrm{r^2}} = 2\,\mathrm{g_{T0}} = 19,6\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

La altura a la que g_X sea igual que g_{T0} se calcula a partir de:

$$9,8 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{r^2} \qquad r = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{9,8}} = 9,02 \cdot 10^6\mathrm{m}$$

Es decir, a $9,02 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 2,65 \cdot 10^6$ m de la superficie de X.

5. El planeta Marte dista del Sol 2,28·10^{11} m , mientras que la Tierra dista 1,5·10^{11} m. Considerando para ambos planetas órbitas circulares: a) ¿Cuántos años terrestres transcurren en un periodo orbital de Marte? b) Determine la masa del Sol. Datos: 1 año terrestre = 365,25 días, G = 6,67·10^{-11}N m^2Kg^{-2}

Respuesta:

a) Aplicando la 3ª Ley de Kepler para la órbita alrededor del Sol de los planetas Marte y Tierra, y dividiendo miembro a miembro, tendremos:

$$\frac{T_M}{T_T} = \frac{\sqrt{\dfrac{4\pi^2 r_{MS}^3}{GM_S}}}{\sqrt{\dfrac{4\pi^2 r_{MTS}^3}{GM_S}}} = \sqrt{\frac{r\ :_{MS}^3}{r_{TS}^3}} = \sqrt{\frac{(2,28\cdot 10^{11})^3}{(1,5\cdot 10^{11})^3}} = 1,87$$

Por lo que el año marciano equivale a 1,87 años terrestres.

b) Aplicando de nuevo la 3ª Ley de Kepler:

$$365,25\cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2(1,5\cdot 10^{11})^3}{6,67\cdot 10^{-11}M_S}} \qquad \text{Despejando}:\ M_S = 2\cdot 10^{30}\ \text{kg}$$

6. En el punto A (2,0) se sitúa una masa de 2 kg y en el punto B (5,0) se coloca otra masa de 4 kg. Las longitudes se miden en m. Calcula: a) El potencial del campo gravitatorio en el origen de coordenadas y en el punto (2,4), b) Si se sitúa una masa de 1 kg en el origen de coordenadas ¿Qué fuerza resultante actúa sobre ella? c) ¿Puede indicar el valor del trabajo realizado para llevar esa masa desde el origen de coordenadas hasta fuera del campo? Datos: G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$N m^2Kg^{-2}

Respuesta:

a) En el origen de coordenadas y en el punto (2,4), los potenciales gravitatorios será, respectivamente:

$$V_0 = -\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 2}{2} + \left(-\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 4}{5}\right) = -1,2\cdot 10^{-10}\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$$

$$V_1 = -\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 2}{4} + \left(-\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 4}{\sqrt{3^2+4^2}}\right) = -8,67\cdot 10^{-11}\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$$

b) La fuerza sobre la masa situada en el origen de coordenadas será:

$$\vec{F} = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 1}{2^2}\vec{i} + \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 4\cdot 1}{5^2}\vec{i} = 4,40\cdot 10^{-11}\,\vec{i}\ \text{N}$$

c) El trabajo pedido sería el necesario para llevar la masa desde el origen de coordenadas hasta una distancia infinita, es decir:

$$W = m\,(V_0 - V_\infty) = 1\,(-1,2\cdot 10^{-10}) = -1,2\cdot 10^{-10}\ \text{N}$$

El signo negativo del trabajo significa que este debe realizarse en contra del campo gravitatorio.

7. Un satélite gira en órbita circular alrededor de la Tierra a 30000 km de distancia de su centro. Si hubiese otro satélite girando también en órbita circular, con la mitad de la velocidad que el anterior pero alrededor de Plutón: a) ¿A qué distancia del centro de Plutón estaría situado? b) ¿Cuál sería la relación entre los periodos de ambos satélites? Datos: La masa de Plutón es aproximadamente el 2 % de la masa de la Tierra.

Respuesta:

a) Las velocidades de las respectivas órbitas alrededor de la Tierra y Plutón serían:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{3\cdot 10^7}} \qquad \frac{v_1}{2} = \sqrt{\frac{G\cdot 0,02M_T}{r}}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$2 = \sqrt{\frac{r}{3 \cdot 10^7 \cdot 0,02}} \qquad r = 2,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

b) Los respectivos periodos serían:

$$T_T = \sqrt{\frac{4\pi^2(3 \cdot 10^7)^3}{GM_T}} \qquad T_P = \sqrt{\frac{4\pi^2(2,4 \cdot 10^6)^3}{G0,02M_T}}$$

La relación sería entonces:

$$\frac{T_T}{T_P} = 6,25$$

Otra forma de calcular esta relación es relacionando las velocidades con los respectivos periodos:

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1} \qquad v_2 = \frac{v_1}{2} = \frac{2\pi r_2}{T_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{2 \cdot r_2} = \frac{3 \cdot 10^7}{2 \cdot 2,4 \cdot 10^6} = 6,25$$

8. Un satélite artificial de comunicaciones, de 500 kg de masa, describe una órbita circular de 9000 km de radio en torno a la Tierra. a) Calcule su energía en esa órbita. b) En un momento dado, se decide variar el radio de su órbita, para lo cual enciende uno de los cohetes propulsores del satélite, comunicándole un impulso tangente a su trayectoria antigua. Si el radio de la nueva órbita descrita por el satélite, en torno a la Tierra, es de 13000 km, calcule el trabajo de los motores en el proceso. c) Determine el periodo de la nueva órbita. Datos: Radio de la Tierra = 6380 km; g_0 = 9,8 m/s^2

Respuesta:

a) La energía en la órbita será:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{GM \cdot 500}{2 \cdot 9 \cdot 10^6} \quad (*)$$

A partir del valor de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre y del radio de la Tierra, tendremos:

$$9,8 = \frac{GM}{(6,38 \cdot 10^6)^2} \qquad GM = 3,99 \cdot 10^{14} m^3 \cdot s^{-2}$$

Con este valor, sustituimos en (*):

$$E_1 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{3,99 \cdot 10^{14} \cdot 500}{2 \cdot 9 \cdot 10^6} = -1,11 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

b) La energía para una órbita de radio 13000 km es:

$$E_2 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{3,99 \cdot 10^{14} \cdot 500}{2 \cdot 1,3 \cdot 10^7} = -7,67 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Aplicando el Principio de Conservación de la Energía, podemos calcular la energía E que debe suministrarse al satélite :

$$E_1 + E = E_2 \qquad E = E_2 - E_1 = -7,67 \cdot 10^9 - (-1,11 \cdot 10^{10}) = 3,33 \cdot 10^9 \text{ J}$$

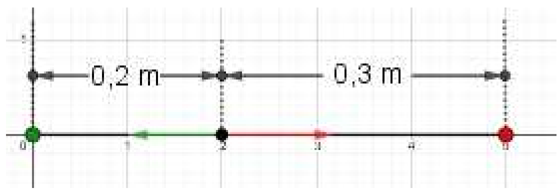
c) El periodo de la nueva órbita será:

$$T_T = \sqrt{\frac{4\pi^2(1,3 \cdot 10^7)^3}{3,99 \cdot 10^{14}}} = 14744 \text{ s}$$

9. Dos masas puntuales A (m_A = 8 kg) y B (m_B = 15 kg) se encuentran a una distancia fija de 50 cm. Una partícula de masa m se abandona inicialmente en reposo en un punto del segmento que conecta A y B a una distancia de 20 cm de la masa A. a) Calcule la aceleración que adquiere la partícula en ese punto (módulo, dirección y sentido). b) Obtenga la energía potencial gravitatoria en ese punto si la partícula tiene una masa m = 5 kg. Datos: G = $6.67{\cdot}10^{-1}1$ N·m^2·kg^{-2}

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta la siguiente representación gráfica:



Podemos apreciar que Las fuerzas ejercidas sobre la masa m tienen la misma dirección y sentido contrario, cumpliéndose:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 8 \cdot \mathrm{m}}{0,2^2} - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 15 \cdot \mathrm{m}}{0,3^2} = 2,2 \cdot 10^{-9}\mathrm{m\,N} = \mathrm{ma}$$

Con lo que la aceleración tendrá el valor:

$$\vec{a} = 2,2 \cdot 10^{-9}\vec{i}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

b) La energía potencial será:

$$\mathrm{U} = -\frac{\mathrm{GM_1m}}{\mathrm{r_1}} + \left(-\frac{\mathrm{GM_2m}}{\mathrm{r_2}}\right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5\left(\frac{8}{0,2} + \frac{15}{0,3}\right) = -3 \cdot 10^{-8}\mathrm{J}$$

10. En el año 2119 una astronauta que forma parte de una misión espacial internacional llega a un planeta esférico en una lejana galaxia. Una vez en la superficie del planeta, la astronauta observa que al dejar caer una pequeña roca desde una altura de 1.90 m llega al suelo con una velocidad de 8 m/s. Si el radio del planeta es $8.60{\cdot}10^7$ m, calcule: a) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. b) La velocidad de escape del planeta. Datos: G = $6.67{\cdot}10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad puede ser calculada de la forma:

$$\mathrm{v^2 = 2gh} \qquad \mathrm{g} = \frac{8^2}{2 \cdot 1,90} = 16,84\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

b) La velocidad de escape es:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{2GM}}{\mathrm{r}}} \quad (*)$$

Por lo que, para calcularla, es necesario conocer el valor de GM:

$$\mathrm{g} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r^2}} \qquad \mathrm{GM} = 16,84\,(8,60 \cdot 10^7)^2 = 1,25 \cdot 10^{17}\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-1}}$$

Sustituyendo en (*):

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25 \cdot 10^{17}}{8,6 \cdot 10^7}} = 53808,5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

11. Se envía a Marte en un cohete un vehículo explorador cuyo peso en la Tierra es de 6860 N. Calcule: a. La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte. b. El peso del vehículo en la superficie de Marte. Datos: G = $6.67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$; R_T = 6370 km, $M_T = 5.98\cdot10^{24}$ kg; R_M = 3400 km, $M_M = 6.42\cdot10^{23}$ kg.

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad es:

$$g_M = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{(3,4 \cdot 10^6)^2} = 3,70\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

b) La masa del vehículo se deduce de:

$$6860 = m\,\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \qquad m = 697,87\,\mathrm{kg}$$

El peso del vehículo en la superficie marciana es:

$$P = mg_M = 697,87 \cdot 3,70 = 2582,12\,\mathrm{N}$$

12. Un satélite para estudiar el clima se encuentra a una distancia de 705 km sobre la superficie de la Tierra describiendo una órbita circular. Calcule: a. ¿A qué velocidad se desplaza el satélite? b. ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra debería situarse para que fuera un satélite geoestacionario? Datos: G = $6.67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$; R_T = 6370 km; $M_T = 5.98\cdot10^{24}$ kg.

Respuesta:

a) La velocidad orbital viene dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6 + 7,05 \cdot 10^5}} = 7508,5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) Para que sea geoestacionario, su periodo debe ser igual al terrestre, es decir, 24 h. Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} 86400^2}{4\pi^2}}$$

La distancia será: r = $4{,}22\cdot10^7$ m. La distancia a la superficie terrestre será, entonces:

$$h = 4,22 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,59 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Una onda unidimensional, armónica y transversal se propaga por una cuerda en la dirección positiva del eje X. Su amplitud es A = 0,3 m, su frecuencia es f = 20 Hz y su velocidad de propagación es de 12 m/s. a. Calcule el valor de la longitud de onda. b. Escriba la ecuación de la onda, si y(x = 0, t = 0) = 0, calculando razonadamente el valor de todas las magnitudes que aparecen en ella. c. Determine la expresión de la velocidad de un punto de la cuerda y calcule su valor máximo. d. Si la cuerda tiene una longitud de 1 m, y una densidad lineal de 0,3 g/cm, determine la energía transmitida por la onda.

Respuesta:

a) la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 0,6\,\mathrm{m}$$

b) la ecuación de la onda es de la forma:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

Siendo A = 0,3 m, $\omega = 2\pi\nu = 40\pi$ s^{-1} y $K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,6} = \frac{10\pi}{3}$ m^{-1}. En cuanto a φ_0, si y(x = 0, t = 0) = 0, tendremos que $\varphi_0 = 0$. De esta forma, la ecuación de la onda quedará así:

$$y = 0,3\,\mathrm{sen}\left(40\pi t - \frac{10\pi}{3}x\right)$$

c) La velocidad de un punto de la cuerda es:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A\omega\mathrm{cos}\,(\omega t + Kx + \varphi_0) = 0,3 \cdot 40\pi cos\left(40\pi t + \frac{10\pi}{3}x\right)$$

El valor máximo es: $v_{máx} = A\omega = 12\pi\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

d) La energía transmitida es:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\,m\cdot\omega^2\cdot A^2 = \frac{1}{2}\,\mu\cdot L\cdot\omega^2\cdot A^2$$

Siendo μ la densidad lineal, y L la longitud de la cuerda. Sustituyendo valores, tendremos:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\,3\cdot 10^{-2}\cdot 1\cdot(12\pi)^2 = 21,32\,\mathrm{J}$$

2. La intensidad física de un sonido que tiene una frecuencia de 1000 Hz es de 10^{-12} W/m^2. a) Determine el nivel de intensidad sonora de este sonido b) Cuanto aumenta el nivel de intensidad si la intensidad física del sonido se multiplica por cien. c) Determine el nivel de intensidad sonora si los dos sonidos anteriores se emiten simultáneamente. d) Se ha medido experimentalmente la intensidad física del sonido que emite un altavoz, a las distancias de 1 m, 1,5 m, 2 m y 2,5 m del mismo (se supone que el altavoz es una fuente puntual y que el medio no disipa energía). Posteriormente se han representado gráficamente estos valores de intensidad frente al inverso del cuadrado de la distancia del centro emisor. Se observa en la gráfica que los datos muestran una tendencia lineal cuya pendiente es 31,83 W. d) Determine la potencia sonora del altavoz. Dato $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2; Área de una esfera=4πr^2

Respuesta:

a) El nivel de intensidad será:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_o} = 10\log\frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 0\,\mathrm{dB}$$

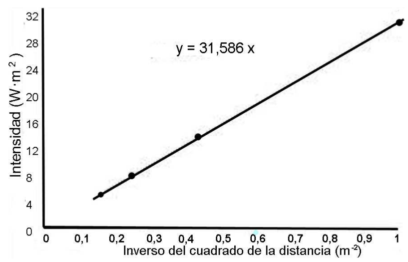
b) Cuando la intensidad sea $I = 10^{-10}$ W$\cdot$ m^{-2}, el nivel de intensidad será:

$$\beta = 10 \log \frac{10^{-10}}{10^{-12}} = 20\,\mathrm{dB}$$

c) La intensidad total será: $I = I_1 + I_2 = 10^{-12} + 10^{-10} = 1{,}01 \cdot 10^{-10}$ W/m^2. El nivel de intensidad tendrá el valor:

$$\beta = 10\,log\,\frac{1,01 \cdot 10^{-10}}{10^{-12}} = 20,04\,\mathrm{dB}$$

d) La representación gráfica es la siguiente:



Puesto que la ecuación de la recta responde a la expresión:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{k}{r^2} = \frac{31,83}{r^2}$$

Siendo k la pendiente de la recta, podremos escribir:

$$P = 4\pi \cdot k = 4\pi \cdot 31,83 = 400\,\mathrm{W}$$

3. Una onda transversal se propaga a lo largo de un hilo en el sentido positivo del eje OX. La distancia mínima entre dos puntos en fase es de 2 mm. El foco emisor, situado en el extremo del hilo (x=0), oscila con una amplitud de 3 mm y una frecuencia de 25 Hz. Determine: a) Velocidad de propagación de la onda. b) Frecuencia angular o pulsación. c) Número de onda. d) Ecuación de la elongación en función de la posición y el tiempo, sabiendo que en el instante inicial y en el origen de la onda, dicha elongación es nula. e) Represente gráficamente la elongación en el extremo del hilo en función del tiempo. f) Velocidad máxima en un punto del hilo. g) Aceleración máxima de un punto del hilo.

Respuesta:

a)

$$\mathrm{v} = \lambda \cdot \nu = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 25 = 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La pulsación es; $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 25 = 50\pi\,\mathrm{s^{-1}}$

c) El número de onda tiene la expresión:

$$\mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2 \cdot 10^{-3}} = 1000\pi\,\mathrm{m^{-1}}$$

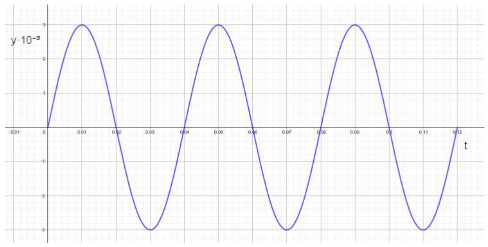
d) La ecuación de la onda es de la forma:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx} + \varphi_0)$$

Si tenemos en cuenta que para $\mathrm{x} = 0$ e $\mathrm{y} = 0$, la elongación es nula, podremos poner: $0 = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(\varphi_0)$, por lo que$\varphi_0 = 0$. Utilizando los parámetros de la onda ya deducidos, tendremos que la ecuación quedará así:

$$\mathrm{y} = 0,003\,\mathrm{sen}\,(50\pi \mathrm{t} - 1000\pi \mathrm{x})$$

e) La representación gráfica será la siguiente:



f) La velocidad transversal será:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,003 \cdot 50\pi \cos(50\pi t - 1000\pi x) \qquad v_{tmáx} = 0,47\,m \cdot s^{-1}$$

g) La aceleración tendrá el valor:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -0,003\,(50\pi)^2 sen\,(50\pi t - 1000\pi x) \qquad a_{máx} = 74,02\,m \cdot s^{-2}$$

4. Las ondas transversales que se propagan a lo largo de una cuerda larga y tensa en el sentido negativo del eje x lo hacen con una velocidad de 8 m/s, con una amplitud de 7 cm y una longitud de onda de 32 cm. El extremo x = 0 posee su máximo desplazamiento vertical positivo en el instante t = 0. a) Calcule la frecuencia, el periodo y el número de onda de dichas ondas b) Escriba la función de onda que describe dichas ondas. c) Calcule el módulo y el sentido de la velocidad que tendrá una partícula situada en la posición x = 16 cm en el instante t = 0.05 s. d) ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir desde el instante t = 0.05 s para que la partícula situada en la posición x = 16 cm vuelva a tener el mismo desplazamiento y la misma velocidad que en ese instante?

Respuesta:

a) El número de ondas será: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,32} = 6,25\pi \mathbf{m}^{-1}$, mientras que la pulsación tendrá el valor:

$$\omega = v \cdot k = 8 \cdot 6,25\pi = 50\pi s^{-1}$$

A partir de este valor, tendremos: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 25\,s^{-1}$, y $T = \frac{1}{25} = 0,04\,s$

b) la ecuación de la onda tomará la forma:

$$y = 0,07\,sen\,(50\pi t + 6,25\pi x + \varphi_0)$$

Cuando x = 0 y t = 0, la elongación coincide con la amplitud, por lo que:

$$0,07 = 0,07\,sen\,\varphi_0 \qquad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad$$

Quedando, por tanto, la ecuación de la onda de la forma:

$$y = 0,07\,sen\,\left(50\pi t + 6,25\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

c) Para los valores indicados, tendremos:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,07 \cdot 50\pi cos\,\left(2,5\pi + \pi + \frac{\pi}{2}\right) = 3,5\pi m \cdot s^{-1}$$

d) debe transcurrir un tiempo igual al periodo, es decir, **0,04 s**.

5. Una cuerda larga y tensa tiene uno de sus extremos fijo a una pared. El otro extremo lo agarra una persona proporcionándole un movimiento vertical sinusoidal con una frecuencia de 2 Hz y una amplitud de 7,5 cm. La velocidad de propagación de la onda a lo largo de la cuerda es v = 12 m/s. En el instante inicial, t = 0, el extremo sujetado por la persona está en la posición de máximo desplazamiento vertical positivo e instantáneamente en reposo. Asumimos que no existen ondas propagándose desde el extremo fijo de la cuerda ni amortiguación debida al rozamiento con el aire. a. Calcule y exprese en unidades del Sistema Internacional la amplitud de la onda, la frecuencia angular, el periodo, la longitud de onda y el número de onda. b. Escriba una ecuación que describa la onda. c. Encuentre la relación entre la energía que transporta la onda en la cuerda y la que transportaría otra onda en la misma cuerda con la mitad de amplitud e igual frecuencia.

Respuesta:

a) y b) La ecuación de la onda es:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0)$$

De los datos del enunciado podemos deducir: $\mathbf{A = 0{,}075\ m;}\omega = 2\pi \cdot 2 = 4\pi\ \mathbf{s^{-1}};\ \mathbf{k} = \frac{\omega}{v} = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$ $\mathbf{m^{-1}}$ Para t = 0 y x = 0, y = 0,075 y $v_t = 0$, por lo que:

$$0,075 = 0,075\,\mathrm{sen}\varphi_0 \qquad \varphi_0 = n\frac{\pi}{2} \quad (n > 0)$$

$$v = A\omega\cos\varphi_0 = 0 \qquad \varphi_0 = (2n+1)\,\frac{\pi}{2}$$

El menor valor posible deφ_0 es $\pi/2$, por la que la ecuación de la onda quedará así:

$$y = 0,075\,\mathrm{sen}\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

c) La energía transmitida por una onda depende directamente del cuadrado de la pulsación y del cuadrado de la amplitud, por lo que la relación sería:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\left(\frac{A}{2}\right)^2 \nu^2}{A^2\nu^2} = \frac{1}{4}$$

3. Óptica.

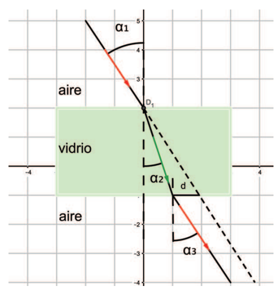
1. Un buceador emite un rayo de luz, utilizando una potente linterna, que incide desde el agua hacia el fondo de la piscina que consiste en un medio transparente. Si el ángulo de incidencia es de 70º el rayo de luz se refleja, pero si el ángulo es menor se refracta. a. Calcule el índice de refracción del segundo medio. b. Determine el ángulo de incidencia para el cual se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. c. El buceador saca parcialmente el brazo extendido fuera del agua (hacia el aire formando con la superficie del agua un ángulo menor de 90º); sin embargo, lo observa doblado. Explique razonadamente y con trazado de rayos la causa d. Si el buceador se quitase las gafas bajo el agua tendría una percepción de las imágenes como si fuese hipermétrope. Explique el concepto de hipermetropía y cómo se puede corregir con una lente. Datos: Considere que el índice de refracción del aire =1; y que el índice de refracción del agua = 1,33

   Respuesta:

   a) Aplicando la Ley de Snell, y teniendo en cuenta que el ángulo límite es de 70º tendremos:

   $$\frac{\operatorname{sen} 70^{\circ}}{1} = \frac{n_i}{1,33} \longrightarrow n_i = 1,25$$

   b) A partir de la siguiente representación gráfica:

   Podemos ver que se cumple:

   $$90 - \alpha_1 + 90 - \alpha_2 = 90$$

   Con lo que: $\alpha_1 = 90 - \alpha_2$. Aplicando de nuevo la Ley de Snell:

   $$\frac{\operatorname{sen} \alpha_1}{\operatorname{sen} \alpha_2} = \frac{\cos \alpha_2}{\operatorname{sen} \alpha_2} = \frac{1,33}{1,25} \longrightarrow \alpha_2 = 43,22^{\circ} \text{ y } \alpha_1 = 46,78^{\circ}$$

   c) Al observar desde el agua el brazo (situado en el aire, de menor índice de refracción que el agua), el rayo luminoso se acerca a la normal, con lo que percibimos el brazo doblado

   d) La hipermetropía es el defecto de la visión por el cual, las imágenes de objetos próximos se ven borrosas. Esto se debe a que los rayos luminosos convergen más allá de la retina. Para solucionar este problema, se utilizan lentes convergentes.

2. Tenemos una imagen luminosa de 2 cm que está situada a 4 m de distancia a la izquierda de una pantalla. Se necesita colocar una lente (convergente o divergente), entre la imagen luminosa y la pantalla, de tal manera que la imagen que se refleje en la pantalla sea 3 veces mayor que la original y que esté invertida. a) Determine la posición del objeto respecto a la lente, y la clase de lente necesaria. b) Determine la distancia focal de la lente c) Realice la construcción geométrica de la imagen.

   Respuesta:

   a) La lente que debe ser colocada es convergente, pues una lente divergente no produce en ningún caso una imagen real (proyectable en una pantalla).Utilizando la expresión del aumento lateral:

   $$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -3 \quad s' = -3s$$

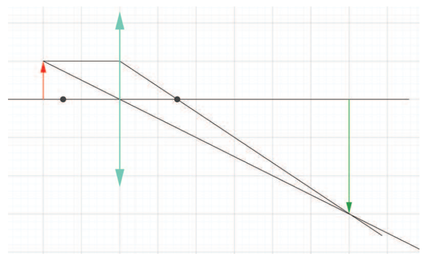
Teniendo en cuenta que -s + s′ =4 m, podremos escribir: s′ = $4 + s$.Utilizando esta expresión junto con la anteriormente deducida, $s' = -3s$, tendremos:

$$4 + s = -3s \qquad s = -1\,\mathrm{m}$$

b) Para calcular la distancia focal de la lente:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \quad \frac{1}{-1} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{f'} \quad f' = 0,75\,\mathrm{m}$$

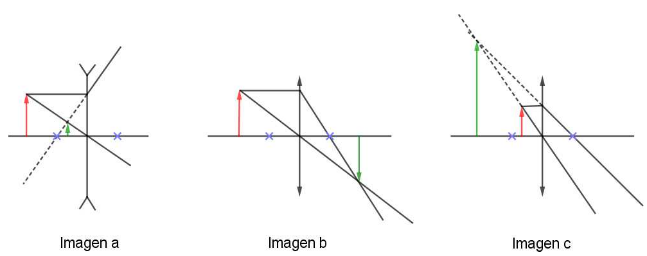
c) El diagrama de rayos es el siguiente:



3. Indique si son verdaderas o falsas, razonando las respuestas y utilizando el trazado de rayos, las siguientes afirmaciones relacionadas con las lentes: a) Una lente divergente no puede formar una imagen real de un objeto real. b) Una lente convergente puede formar una imagen real de un objeto real. c) Una lupa produce imágenes virtuales mayores que el objeto. d) El objetivo de una cámara fotográfica puede ser una lente divergente.

Respuesta:

A partir de las imágenes que aparecen a continuación, podemos responder lo siguiente:



a) La afirmación es verdadera: la imagen se forma en todos los casos por intersección de un rayo y la prolongación de otro. La imagen será siempre virtual.
b) Como puede verse en la imagen b, la imagen se forma por intersección de dos rayos, siendo, por tanto, real. La afirmación es, por tanto, verdadera.
c) La imagen se forma por intersección de las prolongaciones de ambos rayos. La imagen será virtual y mayor que el objeto. La afirmación es verdadera.
d) La afirmación es falsa, pues la imagen obtenida sería virtual, no pudiendo proyectarse sobre una pantalla.

4. Se necesita proyectar una diapositiva de 2 cm de altura sobre una pantalla situada a 3 m de la misma, de forma que la imagen sea invertida y de 50 cm de altura. Calcule: a) Distancia del objeto a la lente del proyector. b) Potencia de la lente del proyector. c) Haga un esquema de la formación de la imagen mediante un trazado de rayos.

Respuesta:

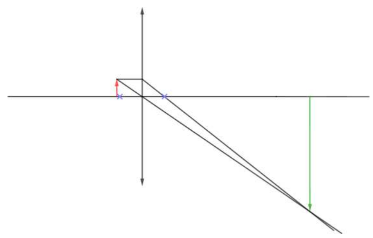
a) A partir de la expresión del aumento lateral, podemos escribir:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{-50}{2} = \frac{3}{s} \qquad s = -0,12\,\mathrm{m}$$

b) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} = -P \qquad \frac{1}{-0,12} - \frac{1}{3} = -P \qquad P = 8,67\,\mathrm{dp}$$

c) El diagrama de rayos (no realizado a escala) es el siguiente:



5. Un haz de luz roja con frecuencia f = 4,6·10^{14} Hz se mueve por el agua, donde el índice de refracción es n = 1,3, e incide sobre una superficie de separación agua-aire formando un ángulo de 45º con la normal a dicha superficie. Calcule: a) La velocidad de propagación de la onda en el agua. b) La longitud de onda en ambos medios (en el agua y en el aire). c) Si las longitudes de onda calculadas proporcionan distintos valores, ¿Significa esto que al cambiar de medio la luz cambia de color? Justifique la respuesta. d) El ángulo de refracción . e) El ángulo límite. Datos: Velocidad de la luz en aire, c=3·10^8 m/s; índice de refracción del aire, n_{aire}= 1.

Respuesta:

a) la velocidad de propagación en el agua es:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,3} = 2,31 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La frecuencia de la radiación es invariable, por lo que la longitud de onda en cada medio es:

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,6 \cdot 10^{14}} = 6,52 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \qquad \lambda_{\text{agua}} = \frac{2,31 \cdot 10^8}{4,6 \cdot 10^{14}} = 5,02 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

c) No se produce cambio de color, pues lo que determina éste es la frecuencia de la radiación.

d) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,45^{\text{o}}}{\text{sen}\,\alpha_r} = \frac{1,3}{1} \qquad \alpha_r = 32,95^{\text{o}}$$

e) Para calcular el ángulo límite:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha_L}{\text{sen}\,90^{\text{o}}} = \frac{1}{1,3} \qquad \alpha_L = 50,28^{\text{o}}$$

6. En una pantalla, situada 3 m por detrás de una lente delgada convergente, se forma la imagen de un pequeño objeto vertical situado 60 cm delante de la lente. a) Calcule la potencia de la lente. b) Calcule la altura de la imagen si la altura del objeto es de 5 mm. c) Trace el esquema de rayos correspondiente. d) Explique el defecto de visión del ojo humano que puede corregirse con este tipo de lentes.

Respuesta:

a) A partir de la expresión:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} = -P$$

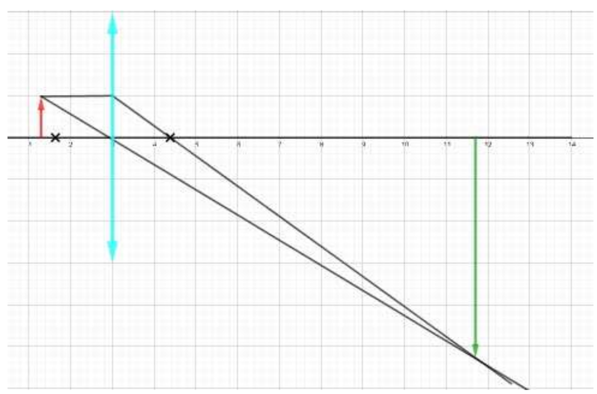
Sustituyendo, tendremos:

$$P = \frac{1}{0,6} + \frac{1}{3} = 2\,\text{dp}$$

b) La altura de la imagen será:

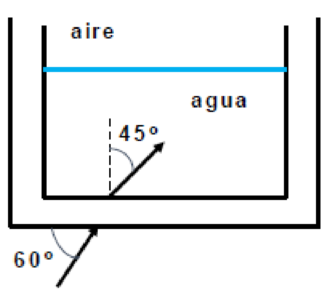
$$y' = y\,\frac{s'}{s} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 3}{-0,6} = -0,025\,\text{m}$$

c) El diagrama de rayos es el siguiente:



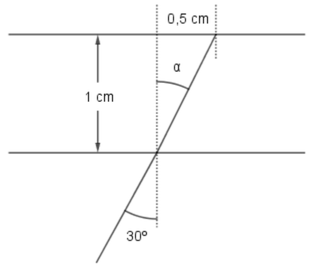
d) El defecto de la visión que puede ser corregido con una lente convergente es la hipermetropía, en la que la imagen de un objeto próximo se forma detrás de la retina. El efecto de la lente convergente es, conjuntamente con el cristalino, situar la imagen del objeto sobre la retina.

7. La base de un recipiente cilíndrico que contiene agua está fabricada con un material transparente de 1 cm de espesor. El recipiente se encuentra abierto al aire en su parte superior. Un rayo de luz que incide sobre la base del recipiente con un ángulo de 60º respecto a la horizontal atraviesa la base del recipiente, sufre una desviación horizontal de 0.5 cm y penetra en el agua formando un ángulo de 45º respecto a la normal. a. Calcule el índice de refracción del material. b. Justifique si la luz viaja a mayor velocidad en el agua o en el material. c. Calcule el ángulo respecto a la normal que forma el rayo de luz en el aire cuando ha atravesado la capa de agua. d. Justifique desde qué medio, el agua o el aire, debe incidir un rayo de luz monocromática para que se produzca reflexión total. Datos: $n_{agua} = 1,33$; $n_{aire} = 1,00$



Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Se puede deducir que tg $\alpha = \frac{0,5}{1}$ $\quad \alpha = 26,56^{o}$. Aplicando la segunda ley de la refracción:

$$\frac{\text{sen}\,30^{o}}{\text{sen}\,26,56^{o}} = \frac{\text{n}}{1} \qquad \text{n} = 1,12$$

b) Sabiendo que el índice de refracción es: $\text{n} = \frac{\text{c}}{\text{v}}$, cuanto mayor sea el índice de refracción, menor será la velocidad de la luz en el medio. Por tanto, la velocidad de la luz **es menor en el agua**, al ser mayor su índice de refracción.

c) Aplicando de nuevo la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,45}{\text{sen}\alpha} = \frac{1}{1,33} \qquad \alpha = 70,13^{o}$$

d) Al hacerse mayor el ángulo al pasar de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción, la reflexión total se producirá cuando un rayo pase **del agua al aire**.

4. Electromagnetismo.

1. Dos cargas eléctricas distantes 3 cm y una con el triple de carga que la otra, se atraen con una fuerza de 30 N. a) Razone el signo de las cargas y calcule su valor. b) Calcule el potencial en un punto A que diste 3 cm de cada carga, considerando que la que tiene triple de carga es positiva. c) En estas condiciones, calcule el trabajo realizado por el campo al llevar una carga de 10^{-6} C desde ese punto A al centro del segmento que une las cargas. Razone el significado de su signo. Datos: K = $9{\cdot}10^9$ Nm^2/C^2

Respuesta:

a) Las cargas tendrán signos opuestos, como corresponde a la atracción entre ellas. Para calcular su valor, tendremos:

$$F = 30 = \frac{9\cdot 10^9\cdot 3q^2}{(3\cdot 10^{-2})^2} \longrightarrow q = \sqrt{\frac{30\,(3\cdot 10^{-2})^2}{2,7\cdot 10^{10}}} = 10^{-6}\mathrm{C}$$

b) El potencial tendrá la expresión:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-2}} + \frac{9\cdot 10^9(-10^{-6})}{3\cdot 10^{-2}} = 6\cdot 10^5\mathrm{V}$$

c) En el centro del segmento que une las cargas, el potencial valdrá:

$$V' = V_1' + V_2' = \frac{9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-6}}{1,5\cdot 10^{-2}} + \frac{9\cdot 10^9(-10^{-6})}{1,5\cdot 10^{-2}} = 1,2\cdot 10^6\mathrm{V}$$

El trabajo realizado es, por tanto:

$$W = 10^{-6}(6\cdot 10^5 - 1,2\cdot 10^6) = -0,6\,\mathrm{J}$$

El signo negativo nos indica que el trabajo debe ser realizado por una fuerza contra el campo eléctrico. El trabajo de este fuerza será: W $=0,6\,\mathrm{J}$

2. Una carga eléctrica de $5{\cdot}10^{-6}$ C se mueve en el seno de un campo magnético $\overrightarrow{B} = 5{\cdot}10^{-3}\,\overrightarrow{j}$ (T) con velocidad $\overrightarrow{v} = 5{\cdot}10^3\,\overrightarrow{i}$ (m/s). a. Calcule la trayectoria (radio de curvatura) que tendría si su masa es 5 ng. b. Calcule el campo eléctrico que se debe aplicar (módulo, dirección y sentido), para que la carga siga con trayectoria rectilínea.

Respuesta:

a) Al ser perpendiculares el campo magnético y la velocidad, la trayectoria será circular, con un radio:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{5\cdot 10^{-9}\cdot 5\cdot 10^3}{5\cdot 10^{-6}\cdot 5\cdot 10^{-3}} = 1000\,\mathrm{m}$$

b) Para que la carga siga con una trayectoria rectilínea, debe cumplirse que: $\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v}\times\overrightarrow{B} = 0$, es decir: $\overrightarrow{E} + 5\cdot 10^3\overrightarrow{i}\times 5\cdot 10^{-3}\overrightarrow{j} = 0$ $\overrightarrow{E} = -25\overrightarrow{k}$ **N· C^{-1}**

3. Calcule el módulo de la inducción de campo magnético generado por una corriente de 3 A que recorre un conductor rectilíneo, en un punto situado a 10 cm de él. ¿Qué fuerza experimenta una carga de 20 µC que se mueve, a esa distancia de 10 cm, paralelamente a él en el mismo sentido que la corriente eléctrica con una velocidad de 10^5 m/s? ¿Será de atracción o repulsión?

Respuesta:

a) El módulo del campo es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 3}{2\pi\cdot 0,1} = 6\cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

El módulo de la fuerza que actúa sobre la fuerza sobre la carga es:

$$F = qvB\, sen\, 90^{\underline{o}} = 2\cdot 10^{-5}\cdot 10^{5}\cdot 6\cdot 10^{-6} = 1,2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

La fuerza será de atracción, al desplazarse la carga positiva de forma paralela a la intensidad de corriente en el conductor.

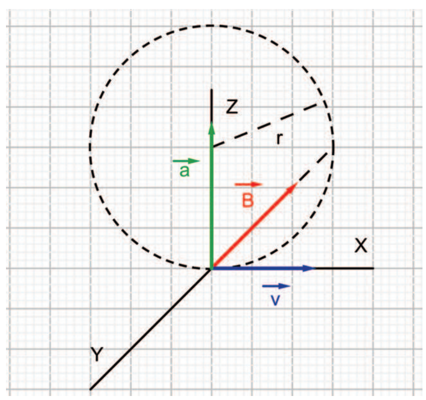
4. En el seno de un campo magnético $\overrightarrow{B} = -10\,\overrightarrow{j}$ T viaja un electrón con velocidad inicial $\overrightarrow{v} = 1,5\cdot 10^{6}\,\overrightarrow{i}$ m/s. Calcule el radio de la trayectoria que describe y dibuje un esquema que indique el sentido de giro. b) Viaja un protón con la misma velocidad inicial. Calcule el radio de la trayectoria e indique el sentido de giro al igual que en el apartado anterior. c) ¿Qué velocidad (módulo, dirección y sentido) debe tener el citado protón para describir una trayectoria de igual radio y sentido que la del electrón? Datos: $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg; $q_e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ C

Respuesta:

a) El radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 1,5\cdot 10^{6}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10} = 8,53\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

la representación gráfica sería: El sentido de giro sería el contrario al de las agujas del reloj.



b) Para un protón, el radio sería:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67\cdot 10^{-27}\cdot 1,5\cdot 10^{6}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10} = 1,56\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

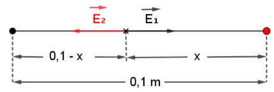
La fuerza sobre el protón tendría la misma dirección y sentido contrario que la fuerza sobre el electrón. El movimiento sería ahora en el sentido de las agujas del reloj.

c) La velocidad deberá tener la misma dirección que la del electrón, pero sentido contrario. Su módulo saldrá de la igualdad:

$$\frac{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 1,5\cdot 10^{6}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10} = \frac{1,67\cdot 10^{-27}\cdot v}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10} \qquad v = 817\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

5. Discuta en qué punto la intensidad de campo eléctrico creado por dos cargas de 3 y 5 nC que distan entre si 10 cm se anula y calcule su posición ¿Cuánto vale el potencial en ese punto? Dato: $K = 9\cdot 10^{9}$ Nm^2/C^2

Respuesta:



a) El campo eléctrico se anulará en un punto situado entre ambas cargas.
Dicho punto se encontrará a una distancia x de la carga de 5 nC y a una distancia 0,1-x de la de 3 nC. Dado que el módulo de la fuerza creada por cada una de las cargas debe tener el mismo valor, podremos escribir:

$$\frac{\mathrm{K}\cdot 3\cdot 10^{-9}}{(0,1-\mathrm{x})^2}=\frac{\mathrm{K}\cdot 5\cdot 10^{-9}}{\mathrm{x}^2}$$

Resolviendo la ecuación, y teniendo en cuenta que sólo será válido el resultado positivo, tendremos que: x = 0,056 m
El potencial en dicho punto tendrá el valor:

$$\mathrm{V}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-9}}{0,056}+\frac{9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-9}}{(0,1-0,056)}=1417\,\mathrm{V}$$

6. Una bobina está formada por 100 espiras de superficie unitaria 20 cm^2.El eje de dicha bobina coincide inicialmente con el eje X y gira con una frecuencia de 50 Hz en el plano XY. Si la bobina se encuentra en el seno de un campo magnético $\overrightarrow{B}=5\,\overrightarrow{i}$ T , indique: a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en el instante en que éste es máximo, y la posición relativa de la bobina con respecto al campo magnético en dicho instante. b) Escriba la ecuación de la fuerza electromotriz en función del tiempo. c). Determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

Respuesta:

a) El flujo magnético a través de la espira tiene el valor máximo cuando el eje de aquella esté alineado con el campo magnético (por tanto, en la dirección del eje X). En este caso, tendremos::

$$\varphi=\mathrm{N}\overrightarrow{B}\overrightarrow{S}=\mathrm{NBS}\cdot\cos 0^{\circ}=100\cdot 5\cdot 20\cdot 10^{-4}=1\,\mathrm{wb}$$

b) La fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}=-\frac{\mathrm{d}\left(100\cdot 5\cdot 20\cdot 10^{-4}\cdot\cos\left(50\cdot 2\pi\mathrm{t}\right)\right.}{dt}=100\pi\mathrm{sen}\,100\pi\mathrm{t}$$

c) El valor máximo de la f.e.m. inducida será: $\varepsilon_{máx}=100\pi=314\,\mathrm{V}$

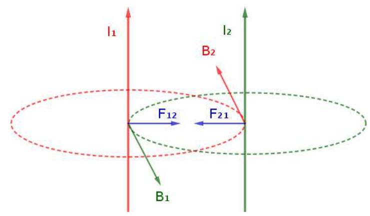
7. Responda a las siguientes cuestiones: a) ¿Con qué fuerza se atraen dos conductores paralelos de 1 metro de longitud por los que circulan corrientes de intensidad 2 y 5 A si la distancia entre ellos es de 5 cm? Razone el sentido de las corrientes. b) Dos cargas eléctricas distantes 9 cm, una 3q y la otra − q, se atraen con una fuerza de 5 N. Calcule el valor de sus cargas e indique el valor del potencial en el centro del segmento que las une. Datos: k = 9 10^9 $\mathrm{Nm}^2\mathrm{C}^{-2}$

Respuesta:

a) La fuerza con que se atraen ambos conductores es:

$$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{l}}=\frac{\mu_0\mathrm{I}_1\mathrm{I}_2}{2\pi\mathrm{d}}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 5}{2\pi\cdot 0,05}=4\cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

Esta es la fuerza por unidad de longitud que cada conductor ejerce sobre el otro. Al ser 1 m la longitud de cada conductor, coincidirá con la fuerza sobre cada uno de ellos. Las corrientes tendrán el mismo sentido, como puede verse en la siguiente imagen:



b) La fuerza entre las dos cargas es:

$$5 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot q^2}{8,1 \cdot 10^{-3}} \qquad q = 1,22 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

El potencial en el punto medio del segmento que une ambas cargas será:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 1,22 \cdot 10^{-6}}{(4,5 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{9 \cdot 10^9(-1,22 \cdot 10^{-6})}{(4,5 \cdot 10^{-2})^2} = 1,09 \cdot 10^7\,\mathrm{V}$$

8. Una carga eléctrica $5{\cdot}10^{-9}$ C se mueve horizontalmente y perpendicular a un campo magnético de -$5{\cdot}10^{-3}$ T con velocidad de $5{\cdot}10^6$ m/s. a) Calcule la trayectoria que tendría si su masa es 5 ng. b) ¿Qué campo eléctrico debería actuar, en qué dirección y con qué sentido para que la carga siguiera con trayectoria rectilínea?

Respuesta:

a) El radio de la trayectoria será:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^6}{5{\cdot}10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 10^9\,\mathrm{m}$$

b) Suponiendo que la carga se desplaza en el sentido positivo del eje Y, y el campo esta orientado en el sentido negativo del eje X, la fuerza sobre dicha partícula estaría dirigida en el sentido positivo del eje Z. El campo eléctrico que debería actuar para que la trayectoria de la partícula se mantuviera rectilínea, debería estar dirigido a lo largo del eje Z, en sentido negativo. Su módulo debería ser tal que:

$$qE = qvB \qquad E = 5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^4\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

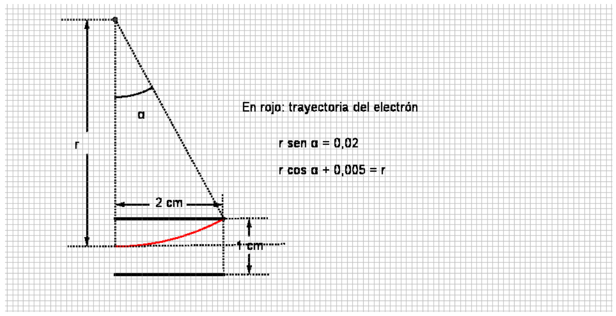
9. Un electrón viaja en línea recta con una velocidad constante de $v_0 = 1.6{\cdot}10^6$ m/s y entra en una región entre dos placas paralelas donde existe un campo magnético uniforme y perpendicular a la velocidad del electrón. La separación entre las placas es de 1 cm y su longitud de 2 cm. Asuma que el campo magnético en el exterior de la región delimitada por las placas es nulo y que cuando el electrón entra en el espacio entre las placas está a la misma distancia de ambas. a) Si el electrón curva su trayectoria hacia la placa superior y la libra justamente cuando sale del espacio entre placas, calcule la intensidad del campo magnético. b) Suponga que un protón con la misma velocidad inicial reemplaza al electrón. ¿Logrará salir del espacio entre las placas o impactará en una de ellas, de ser así, en la superior o en la inferior? Justifique su respuesta. Datos: $|q_e|$ = -$1.6{\cdot}10^{-19}$ C; $m_e = 9.1{\cdot}10^{-31}$ kg; $m_p = 1.7{\cdot}10^{-27}$ kg

Respuesta:

a) El radio de la trayectoria del electrón bajo la acción del campo magnético es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19}B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-6}}{B} \qquad (*)$$

A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos relacionar la trayectoria del electrón y las dimensiones de las placas con el radio de la trayectoria. Esta relación puede ser expresada de la forma:

$$\mathrm{r}\operatorname{sen}\alpha = 0,02$$

$$\mathrm{r}\cos\alpha + 0,005 = \mathrm{r}$$

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Resolviendo este sistema de tres ecuaciones obtendremos r = 0,042 m. Sustituyendo este valor en (*) tendremos:

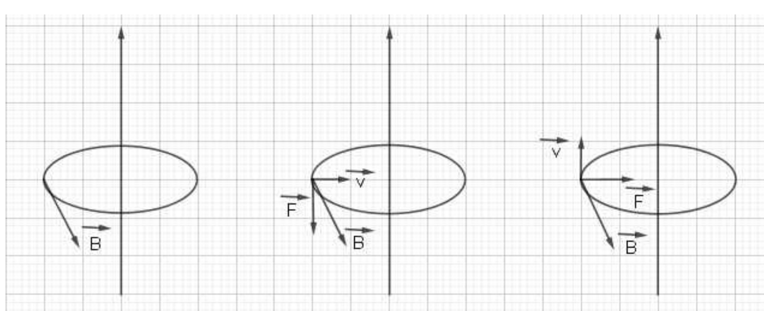
$$\mathrm{B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-6}}{0,042} = 2,17 \cdot 10^{-4}\mathrm{T}$$

b) En caso de que la partícula sea un protón, éste se desviará en sentido contrario al electrón, esto es, hacia abajo. Dado que la masa del protón es mayor que la del electrón, y suponiendo la misma velocidad que éste, el radio de la trayectoria del protón, $\mathrm{r}_p = \dfrac{\mathrm{mv}}{\mathrm{qB}}$ será mayor que el de la trayectoria del electrón, por lo que sobrepasaría la longitud de las placas sin chocar contra la inferior.

10. Por un conductor rectilíneo indefinido circula una corriente eléctrica de intensidad I = 200 A. Determine: a) El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético en un punto situado a 20 cm del conductor. b) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica q = +3 μC que se acerca hacia el conductor en dirección perpendicular a éste, con una velocidad de $4{\cdot}10^3$m·s-1 cuando la carga se encuentra a 20 cm del conductor. c) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre la misma carga si se mueve paralela al conductor en el mismo sentido que la corriente. Datos: K = $9{\cdot}10^9$ N·m^2·C^{-2}; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ N·A^{-2}

Respuesta:

a) En la siguiente imagen:



Podemos ver, de izquierda a derecha, la representación del vector pedido en cada uno de los apartados. Podemos ver que el vector $\vec{B}$ se encuentra en un plano perpendicular al que contiene el conductor, mientras que el vector fuerza magnética que actúa sobre la carga se encontrará sobre el plano del conductor. Los módulos pedidos son los siguientes:

a) $B = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200}{2\pi \cdot 0,2} = 2 \cdot 10^{-4}\mathrm{T}$

b) $F = qvB = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-6}\mathrm{N}$

c) $F = qvB = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-6}\mathrm{N}$

11. Un dipolo está formado por dos cargas puntuales, q_1= +12 nC y q_2 = -12 nC, situadas a una distancia mutua de 10 cm. Calcule en un punto Q localizado entre las dos cargas y a una distancia de 6 cm respecto de la carga positiva: a. El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico creado por el dipolo. b. El potencial eléctrico creado por el dipolo. c. El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida sobre una tercera carga puntual q = +2 µC situada en ese punto. Dato: K = $9{\cdot}10^9$ N·m^2 ·C^{-2}.

Respuesta:

a) Suponiendo ambas cargas situadas sobre el eje X, con la carga positiva situada a la izquierda, tendremos:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}}{0,06^2}\overrightarrow{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}}{0,04^2}\overrightarrow{i} = 9,75 \cdot 10^4\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

b) El potencial eléctrico en ese punto es:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}}{0,06} + \frac{9 \cdot 10^9(-1,2 \cdot 10^{-8})}{0,04} = -900\,\mathrm{V}$$

c) La fuerza sobre la mencionada carga es:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 9,75 \cdot 10^4 = 0,195\,\mathrm{N}$$

12. Un electrón es acelerado mediante una diferencia de potencial de 150 V y entra en una región en la que se aplican un campo eléctrico y un campo magnético constantes, mutuamente perpendiculares y a su vez perpendiculares a la trayectoria del electrón. La magnitud del campo eléctrico es de $6{\cdot}10^6$ N/C. a. Suponiendo despreciable la velocidad del electrón antes de ser acelerado, calcule la energía del electrón cuando entra en dicha región en unidades del Sistema Internacional. b. La intensidad de campo magnético necesaria para que el electrón atraviese esa región sin modificar su trayectoria. c. Cuando la partícula acelerada es un protón entra en la región con la misma velocidad que el electrón y en este caso el campo magnético que se aplica es de $1.2{\cdot}10^{-4}$ T ¿Cómo se debe modificar el campo eléctrico para que el protón siga una trayectoria rectilínea? Datos: $|q_e|$ = $-1.6{\cdot}10^{-19}$ C; m_e = $9.1{\cdot}10^{-31}$ kg; m_p = $1.7{\cdot}10^{-27}$ kg.

Respuesta:

a) La energía del electrón será:

$$E = q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 150 = 2,4 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{J}$$

b) La velocidad adquirida por el electrón es:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 150}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 7,26 \cdot 10^6\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Para que el electrón no modifique su trayectoria, deberá cumplirse que: $q\overrightarrow{E} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$, con lo que: $\left|\overrightarrow{E}\right| = \left|\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}\right|$. Despejando:

$$B = \frac{E}{v} = \frac{6 \cdot 10^6}{7,26 \cdot 10^6} = 0,83\,\mathrm{T}$$

c) El campo eléctrico tendrá el valor:

$$E = Bv = 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 7,26 \cdot 10^6 = 871,2\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

5. Física moderna.

1. Calcule los valores de los números atómico y másico del Rh en la siguiente reacción e indica el tipo al que pertenece:

$$^{239}_{94}\mathrm{Pu} +^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow \mathrm{Rh} +^{133}_{49}\mathrm{In} + 3\,^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Sabiendo que la pérdida de masa del plutonio en esta reacción nuclear es del orden del 0,05 %, calcule la energía en julios desprendida al utilizar 10 Kg de plutonio. Datos: c = $3{\cdot}10^8$ m/s

Respuesta:

a) La suma de los números atómicos en el primer miembro es de 94 (94 + 0), mientras que la suma de los números másicos es 240 (239+1). De esta forma, podremos poner:

$$^{239}_{94}\mathrm{Pu} +^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{Rh} +^{133}_{49}\mathrm{In} + 3\,^{1}_{0}\mathrm{n}$$

$$240 = \mathrm{A} + 139 + 3 \rightarrow \mathrm{A} = 103 \qquad 94 = \mathrm{Z} + 49 \rightarrow \mathrm{Z} = 45$$

Quedando así $^{103}_{45}Rh$

b) La masa de plutonio transformada en energía es: Δm= $10 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$= $5{\cdot}10^{-3}$ kg.

$$\mathrm{E} = \Delta \mathrm{m} \cdot \mathrm{c}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 4,5 \cdot 10^{14}\mathrm{J}$$

2. Determine la energía de la primera transición de la serie de Lymann, de la serie de Balmer y de la serie de Paschen para el átomo de hidrógeno. Indique de forma razonada en que zona del espectro electromagnético se encuentra cada una. Considere que una transición pertenece a la región del ultravioleta, otra a la región del visible y otra a la región del infrarrojo Datos: c = 3 10^8 m/s; h = 6,63 10^{-34}4 J·s; R (Cte de Rydberg) = 10967757 m^{-1}.

Respuesta:

Serie de Lymann:

$$\lambda = 10967757 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 8225817\,\mathrm{m}^{-1}\ E = \frac{hc}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 8225817 = 1,64 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

Serie de Balmer:

$$\lambda = 10967757 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 152399\,m^{-1}\ E = \frac{hc}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 152399 = 3,03 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Serie de Paschen:

$$\lambda = 10967757 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 533155\ \mathrm{m}^{-1} E = \frac{hc}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 533155 = 1,06 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Una menor longitud de onda corresponderá a la zona ultravioleta del espectro, mientras que otra menor, corresponderá a la zona infrarroja. De esta forma, la primera transición de la Serie de Lymann se produce en el ultravioleta, la de la Serie de Balmer tendrá lugar en la zona del visible, mientras que la correspondiente a la Serie de Paschen se producirá en la zona del infrarrojo.

3. El isótopo $^{210}_{84}Po$, que emite partículas alfa, es un contaminante natural del tabaco como ya publicaba la prestigiosa revista científica “Science” en Enero de 1964. a) Indique cuantos protones y neutrones tiene este isótopo b) Considerando que el periodo de semidesintegración de este isótopo es de 138,39 días, ¿cuál la constante de desintegración o decaimiento de este isótopo? c) Calcule la actividad que tiene inicialmente una muestra de 2 µg de . d) Calcule la actividad de la anterior muestra después de que haya transcurrido 1 año. Datos: Número de Avogadro = $6{,}022{\cdot}10^{23}$

Respuesta:

a) El número de protones es 84, y el de neutrones, 210 - 84 = 126

b) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{0,693}{138,39 \cdot 86400} = 5,8 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}^{-1}$$

c) Una masa de 2μg de este isótopo contiene un número de núcleos:

$$N_0 = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{210} 6,022 \cdot 10^{23} = 5,73 \cdot 10^{15}\,\text{núcleos}$$

La actividad inicial es: $A_0 = \lambda\ N_0 = 3{,}32 \cdot 10^8$ Bq

d) Al cabo de un año, el número de núcleos restantes será:

$$N = 5,73 \cdot 10^{15} e^{-(5,8 \cdot 10^{-8} \cdot 86400 \cdot 365)} = 10^{15}\,\text{núcleos}$$

la actividad será, entonces;

$$A = \lambda N = 5,8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{15} = 5,8 \cdot 10^{7}\,\mathrm{Bq}$$

4. Los fotoelectrones emitidos por una superficie metálica de aluminio tienen una energía cinética máxima de 10^{-20} J para una radiación incidente de 10^{15} Hz. Calcule: a) El trabajo de extracción o función de trabajo. b) La longitud de onda umbral. c) Cuando la superficie del metal se ha oxidado, la energía cinética máxima para la misma luz incidente se reduce. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal, la frecuencia umbral de emisión y la función trabajo. Datos: h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; c= $3 \cdot 10^8$ m/s.

Respuesta:

a) A partir de la expresión:

$$h\nu = W_{ext} + E_c$$

El trabajo de extracción tendrá el valor:

$$W_{ext} = h\nu - E_c = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{15} - 10^{-20} = 6,53 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

b) La frecuencia umbral es:

$$\nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{6,53 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 9,85 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Siendo $\lambda_0 = c/\nu_0 = 3 \cdot 10^8 / 9,85 \cdot 10^{14} = 3{,}05 \cdot 10^{-7}$ m

c) La reducción de la energía cinética máxima para una misma radiación incidente, implica que, tanto el trabajo de extracción (función de trabajo), como la frecuencia umbral han aumentado.

5. Una muestra radiactiva tiene una actividad de 200 Bq en el momento de su obtención. Al cabo de 30 minutos su actividad es de 150 Bq. Calcule: a) Valor de la constante de desintegración radiactiva. b) Periodo de semidesintegración c) Número inicial de núcleos d) Núcleos que quedan al cabo de 90 minutos.

Respuesta:

a) A partir de los datos del enunciado, podemos escribir lo siguiente:

$$200 = \lambda \mathrm{N_o} \qquad 150 = \lambda \mathrm{N_1} \qquad \frac{\mathrm{N_0}}{\mathrm{N_1}} = \frac{200}{150} \qquad \mathrm{N_1} = \frac{3}{4}\mathrm{N_0}$$

Aplicando la ley de la desintegración radiactiva:

$$\frac{3}{4}\mathrm{N_0} = \mathrm{N_0 e^{-\lambda \cdot 30}} \qquad \lambda = 9,59 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

b) El periodo de semidesintegración es:

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{9,59 \cdot 10^{-3}} = 72,27\,\mathrm{min}$$

c) El número inicial de núcleos se obtendrá de:

$$\mathrm{A_0} = \lambda \mathrm{N_0} \qquad 200 = 9,59 \cdot 10^{-3}\mathrm{N_0}$$

Despejando, se obtiene $\mathrm{N_0}$ = 20855 núcleos.

d) Al cabo de 90 minutos, el número de núcleos restantes será:

$$\mathrm{N} = 20855 \cdot \mathrm{e}^{-9,59 \cdot 10^{-3} \cdot 90} = 8798\,\text{núcleos}$$

6. El efecto fotoeléctrico se produce en un determinado metal para una longitud de onda máxima de 710 nm. a) Explique en qué consiste el efecto fotoeléctrico. b) Calcule el trabajo de extracción. c) Determine el potencial de frenado de los electrones emitidos y su energía cinética máxima si se utiliza una radiación de longitud de onda 500 nm, d) ¿Qué tipo de gráfica se obtiene si se representa la energía cinética máxima frente a la frecuencia de luz con que se ilumina el metal? Razónelo. Datos: h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; c = $3 \cdot 10^8$ m/s; q_e = − $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Respuesta:

a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de una superficie metálica al ser iluminada por una radiación de frecuencia superior a un valor mínimo, denominado frecuencia umbral.

b) El trabajo de extracción es:

$$\mathrm{W_{ext}} = \mathrm{h}\nu_0 = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,1 \cdot 10^{-7}} = 2,8 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

c) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

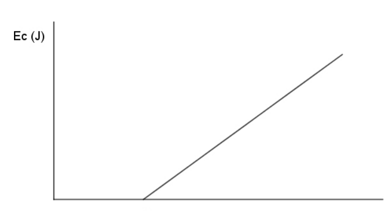
$$\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \mathrm{W_{ext}} + \mathrm{qV_f} \qquad \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 2,8 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19}\mathrm{V_f}$$

Obteniéndose un valor: V_f = 0,74 V

d) La ecuación del efecto fotoeléctrico puede escribirse como: $h\nu = W_{ext} + E_c$, por lo que la ecuación que representa la energía cinética frente a la frecuencia es del tipo:

$$E_c = h\nu - W_{ext}$$

La representación gráfica es una línea recta, de pendiente h, y que tiene su comienzo a partir de un valor mínimo de la frecuencia, lo que se conoce como frecuencia umbral. La gráfica será, pues, del tipo:



7. Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene 1 mol de átomos de ^{224}Ra, cuyo período de semidesintegración es de 3,64 días. Calcule: a) La constante de desintegración radiactiva del ^{224}Ra y la actividad inicial de la muestra en Bq. b) el número de átomos de ^{224}Ra en la muestra al cabo de 30 días. Dato: Número de Avogadro = 6.022·10^{23}.

Respuesta:

a) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{0,693}{\mathrm{T}} = \frac{0{,}693}{3,64} = 0{,}19\,\text{días}^{-1}$$

La actividad inicial de la muestra será:

$$\mathrm{A_0} = \lambda \mathrm{N_0} = 0{,}19 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 1,144 \cdot 10^{23}\,\mathrm{Bq}$$

b) El número de átomos será:

$$\mathrm{N} = 6,022 \cdot 10^{23} \mathrm{e}^{-0,19 \cdot 30} = 2,01 \cdot 10^{21}\ \text{átomos}$$

8. La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de 2,3 eV. a) Explique si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con luz roja de longitud de onda 680 nm y con luz azul de longitud de onda: 360 nm. b) Indique el valor de la energía cinética máxima de los electrones extraídos. c) Calcule el valor del potencial de frenado de los mismos. Datos: h = 6,63·10^{-34} J.s; c = 3·10^{8} m/s; q_e = 1,6·10^{-19} C

Respuesta:

a) Conociendo el trabajo de extracción:

$$6,63 \cdot 10^{-34} \nu_0 = 2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \qquad \nu_0 = 5,55 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1} \qquad \lambda_0 = 5,40 \cdot 10^{-7}\mathrm{m}$$

Por lo que sólo producirá emisión fotoeléctrica para la luz azul, pues $\lambda < \lambda_0$

b) La energía cinética máxima será:

$$\mathrm{E_c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} 3 \cdot 10^8}{3,6 \cdot 10^{-7}} - 2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,85 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

c) El potencial de frenado se obtendrá de:

$$\mathrm{E_c} = \mathrm{q} \cdot \mathrm{V_f} \qquad \mathrm{V_f} = \frac{1,85 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,15\,\mathrm{V}$$

9. En los experimentos de difracción en cristales las longitudes de onda habituales son del orden de 0.2 nm. Calcule: a. La energía en eV de un fotón con dicha longitud de onda. b) Las longitudes de onda que corresponderían a un protón y a un electrón, respectivamente, que tuviesen una energía cinética igual a la energía del fotón del apartado anterior. Datos: c = 3·10^{8} m/s; m_e = 9.1·10^{-31} kg; m_p = 1.7·10^{-27} kg; h = 6.626·10^{-34} J·s; |qe| = 1.6·10^{-19} C

Respuesta:

a) La energía del fotón será:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-10}} = 9,94 \cdot 10^{-16}\mathrm{J}\ \text{equivalentes a}\ \frac{9,94 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6212,5\,\mathrm{eV}$$

b) La velocidad de un electrón y de un protón con esta energía serían, respectivamente:

$$\text{electrón}: \quad 9,94\cdot 10^{-16} = \frac{1}{2}9,1\cdot 10^{-31}\mathrm{v_e^2} \qquad \mathrm{v_e} = 4,67\cdot 10^{7}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\text{protón}: \quad 9,94\cdot 10^{-16} = \frac{1}{2}1,7\cdot 10^{-27}\mathrm{v_p^2} \qquad \mathrm{v_p} = 1,08\cdot 10^{6}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Las respectivas longitudes de onda serían:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{6,626\cdot 10^{-34}\cdot}{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 4,67\cdot 10^{7}} = 1,56\cdot 10^{-11}\mathrm{m}$$

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p v_p} = \frac{6,626\cdot 10^{-34}\cdot}{1,7\cdot 10^{-27}\cdot 1,08\cdot 10^{5}} = 3,61\cdot 10^{-12}\mathrm{m}$$

10. El isótopo más común del uranio (Z = 92) es el ^{238}U, tiene un periodo de semidesintegración de $4.47\cdot 10^{9}$ años y decae a ^{234}Th mediante emisión de partículas alfa. Calcule: a) La constante de desintegración radiactiva del ^{238}U. b) El número de moles de ^{238}U requeridos para una actividad de 100 Bq. Dato: $N_A = 6.022\cdot 10^{23}$ átomos·mol^{-1}

Respuesta:

a) La constante de desintegración radiactiva es:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{4,47\cdot 10^{9}\cdot 365\cdot 86400} = 4,92\cdot 10^{-18}\mathrm{s^{-1}}$$

b) La actividad será:

$$A = \lambda N \qquad 100 = 4,92\cdot 10^{-18}N \qquad N = \frac{100}{4,92\cdot 10^{-18}} = 2,03\cdot 10^{19}$$

El número de moles será:

$$n = \frac{2,03\cdot 10^{19}}{6,022\cdot 10^{23}} = 3,38\cdot 10^{-5}\text{moles}$$

11. La difracción de electrones permite investigar la estructura cristalina de los materiales. En un experimento de difracción de electrones, un haz de electrones acelerados mediante un potencial de 54 V incide sobre un material. Si se considera que los electrones poseen una energía cinética despreciable antes de ser acelerados: a. Calcule la longitud de onda de los electrones que inciden sobre el material objeto de estudio. b. Compare la longitud de onda de los electrones anteriores con la longitud de onda de De Broglie asociada a una partícula de 2 µg de masa con la misma velocidad que dichos electrones. Datos: $|qe| = 1.6\cdot 10^{-19}$ C; me = $9.1\cdot 10^{-31}$ kg; h = $6.626\cdot 10^{-34}$ J·s.

Respuesta:

a) El trabajo realizado sobre los electrones es:

$$W = q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

despejando, obtenemos la velocidad de los electrones:

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 54}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 4,36\cdot 10^{6}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

La longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}626\cdot 10^{-34}}{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 4,36\cdot 10^{6}} = 1,67\cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

b) La longitud de onda asociada a la partícula es:

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-9} \cdot 4,36 \cdot 10^{6}} = 7,6 \cdot 10^{-32}\,\mathrm{m}$$

La relación es:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{7,6 \cdot 10^{-32}}{1,67 \cdot 10^{-10}} = 4,55 \cdot 10^{-22}$$

12. El isótopo ^{57}Co, por captura de un electrón, decae a ^{57}Fe con un período de semidesintegración de 272 días. El núcleo de ^{57}Fe se produce en un estado excitado y casi instantáneamente emite rayos gamma que pueden ser detectados. Calcule para una muestra radiactiva de ^{57}Co: a. La vida media y la constante de desintegración radiactiva del ^{57}Co. b. El número de moles del isótopo ^{57}Co en la muestra si la actividad inicial es de $7.1{\cdot}10^{16}$ Bq (1 punto) Dato: $N_A = 6.022{\cdot}10^{23}$ átomos·mol^{-1}

Respuesta:

a) El periodo de semidesintegración es:

$$\mathrm{T} = \frac{0,693}{\lambda} = 272\,\text{días} \qquad \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{272}{0,693} = 392,5\,\text{días.}$$

La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{1}{392,5} = 2,55 \cdot 10^{-3}\,\text{días}^{-1} = 2,95 \cdot 10^{-8}\mathrm{s}^{-1}$$

b) Teniendo en cuenta que:

$$\mathrm{A} = \lambda\mathrm{N} \qquad 7,1 \cdot 10^{16} = 2,95 \cdot 10^{-8}\mathrm{N} \qquad \mathrm{N} = 2,40 \cdot 10^{24}\,\text{núcleos}$$

El número de moles será:

$$\mathrm{n} = \frac{2,40 \cdot 10^{24}}{6{,}022 \cdot 10^{23}} = 4$$