

# PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

24 de agosto de 2019

## 1. Gravitación.

1. a) ¿ A qué altitud sobre la superficie terrestre, la intensidad del campo gravitatorio será del 20 % del valor en dicha superficie? b) Qué periodo tendría un satélite que orbitara la Tierra a la altura calculada en el apartado anterior? Dato:  $r_T=6370$  km

**Respuesta:**

a) Las aceleraciones de la gravedad en la superficie de la Tierra y a una altura  $h$  respecto a ésta serán, respectivamente:

$$g = \frac{GM}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \quad 0,2g = \frac{GM}{(6,37 \cdot 10^6 + h)^2}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{g}{0,2g} = \frac{(6,37 \cdot 10^6 + h)^2}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \quad \sqrt{\frac{1}{0,2}} = \frac{6,37 \cdot 10^6 + h}{6,37 \cdot 10^6} \quad h = 7,87 \cdot 10^6 \text{ m}$$

b) Aplicando la Tercera Ley de Kepler, y suponiendo conocida la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ):

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,37 \cdot 10^6 + 7,87 \cdot 10^6)^3}{9,8 (6,37 \cdot 10^6)^2}} = 16931 \text{ s}$$

2. a) Considerando exclusivamente el campo gravitatorio terrestre, ¿cuál es la velocidad de escape desde la superficie de la Tierra? b) Un cuerpo ha alcanzado la velocidad anterior mientras se encuentra a una distancia del Sol igual al radio de la órbita de la Tierra. ¿Posee este cuerpo la energía suficiente para escapar del campo gravitatorio solar? Razone la respuesta. Datos: masa del Sol  $M_T = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg; radio medio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol  $R_{ST} = 1,50 \cdot 10^8$ km.

**Respuesta:**

a) La velocidad de escape de la Tierra tiene la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} = 11181 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La velocidad de escape para el Sol será:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r_{ST}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{1,50 \cdot 10^{11}}} = 42068 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Al ser esta velocidad mayor que la que posee el cuerpo, éste **no podrá abandonar el campo gravitatorio solar**.

3. Una sonda espacial de masa  $m = 1200$  kg se ha situado en una órbita circular de radio  $r = 6000$  km alrededor de un planeta. Si la energía cinética de la sonda es  $E_c = 5,4 \cdot 10^9$ J, calcule: a) El periodo orbital de la sonda. b) La masa del planeta.

**Respuesta:**

a) La velocidad de la sonda se deduce de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,4 \cdot 10^9}{1200}} = 3000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

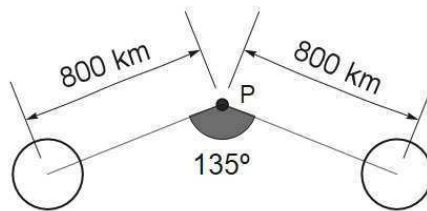
El periodo se puede calcular a partir de la expresión:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 10^6}{3000} = 12566 \text{ s}$$

b) Teniendo en cuenta que la energía cinética es:

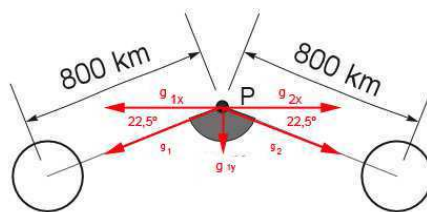
$$E_c = \frac{GMm}{2r} \quad M = \frac{2E_c \cdot r}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1200} = 8,09 \cdot 10^{23} \text{kg}$$

4. La figura representa dos esferas de  $7.2 \cdot 10^{20}$  kg cada una y un punto P que equidista 800 km de ambas esferas. a) ¿Cuál es la intensidad del campo gravitatorio en el punto P? b) ¿Cuánto vale el potencial gravitatorio en dicho punto?



**Respuesta:**

a) En el punto P tienen su origen dos vectores intensidad de campo gravitatorio, que se dirigen respectivamente hacia cada una de las masas, como puede verse en la imagen siguiente:



Las componentes horizontales anulan entre sí, siendo el módulo de la resultante del campo gravitatorio la suma de las componentes verticales, iguales entre sí:

$$g = 2 \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 800}{(8 \cdot 10^5)^2} \text{sen } 22,5^\circ = 6,38 \cdot 10^{-20} \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

b) El potencial gravitatorio será:

$$V_g = -2 \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 800}{8 \cdot 10^5} = 1,33 \cdot 10^{-13} \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

5. Un planeta A se mueve alrededor de una estrella con un periodo de 2.72 años, describiendo una órbita circular de radio  $R_A = 17 \cdot 10^6$  km. a) ¿Cuál es el periodo de otro planeta B del mismo sistema solar que describe una órbita circular de radio  $7R_A$ ? b) Un tercer planeta C de este sistema solar se mueve a 40 km/s cuando pasa por el periastro a 30 millones de kilómetros de la estrella. ¿Qué velocidad tendrá el planeta cuando pase por el apoastro a 34 millones de kilómetros de la estrella? c) Calcula el semieje mayor de la órbita de C y el período orbital.

**Respuesta:**

a) Sabiendo que la relación entre el cuadrado del periodo de revolución y el cubo del radio de la órbita respecto a una estrella es constante, podremos escribir:

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\frac{2,72^2}{(17 \cdot 10^6)^3} = \frac{T_B^2}{(7 \cdot 17 \cdot 10^6)^3} \quad T_B = \sqrt{7^3 \cdot 2,72^2} = 50,37 \text{ años}$$

b) Teniendo en cuenta que el momento angular del planeta se conserva, tendremos:

$$(rmv)_{\text{apoastro}} = (rmv)_{\text{periaastro}}$$

$$30 \cdot 40 = 34 \cdot v \quad v = 35,29 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) ) El semieje mayor es la media aritmética de apoastro y periaastro, es decir:

$$s_M = \frac{40 + 34}{2} = 37 \text{ millones de km}$$

El valor de GM se deduce del periodo y el radio orbital del planeta A:

$$GM = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = \frac{4\pi^2 (1,7 \cdot 10^{10})^3}{(2,7365 \cdot 86400)^2} = 2,67 \cdot 10^{16} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

Aplicando la tercera Ley de Kepler, el periodo será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (3,7 \cdot 10^{10})^3}{2,67 \cdot 10^{16}}} = 2,73 \cdot 10^8 \text{ s}$$

6. La masa y el radio medio de la Luna son  $M_L = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$  y  $R = 1737 \text{ km}$ . a) ¿A qué altura respecto a la superficie de la Luna se reduce la aceleración de la gravedad a la mitad del valor que tiene en la superficie? b) ¿Qué radio debería tener la Luna para que la aceleración de la gravedad en su superficie fuese igual que la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra?

**Respuesta:**

a) A partir de las igualdades:

$$g_L = \frac{G \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(1,737 \cdot 10^6)^2} \quad \text{y} \quad \frac{g_L}{2} = \frac{G \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(1,737 \cdot 10^6 + h)^2}$$

Dividiendo miembro a miembro, tendremos:

$$\frac{g_L/2}{g_L} = \frac{\frac{G \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(1,737 \cdot 10^6 + h)^2}}{\frac{G \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(1,737 \cdot 10^6)^2}} = \frac{(1,737 \cdot 10^6)^2}{(1,737 \cdot 10^6 + h)^2}$$

$$h = 7,19 \cdot 10^5 \text{ m}$$

b) Tomando como  $9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, tendremos:

$$9,8 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{r^2} \quad r = 7,07 \cdot 10^5 \text{ m}$$

7. Considera, por una parte, un satélite de  $2700 \text{ kg}$  en una órbita circular alrededor de la Tierra, y por otra, una sonda de  $2500 \text{ kg}$  que se aleja radialmente de nuestro planeta, ya sin propulsión. La masa de la Tierra es  $M_T = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . a) Si el satélite tiene una energía cinética de  $2,82 \cdot 10^{10} \text{ J}$ , ¿cuál es el radio de la órbita? b) Si la sonda se mueve a  $3,0 \text{ km/s}$  a  $75000 \text{ km}$  del centro de la Tierra, ¿hasta qué distancia máxima de la Tierra llegará?

**Respuesta:**

a) La energía cinética está relacionada con el radio de la órbita por:

$$E_c = \frac{GMm}{2r}$$

Por lo que, despejando:

$$r = \frac{GMm}{2E_c} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 2700}{2 \cdot 2,82 \cdot 10^{10}} = 1,907 \cdot 10^7 \text{ m}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{r_0} + \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{GMm}{r}$$

$$-\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 2700}{7,5 \cdot 10^7} + \frac{1}{2} 2700 \cdot 3000^2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 2700}{r}$$

$$r = 8,85 \cdot 10^7 \text{ m}$$

8. Calcula la masa máxima de un planeta de 5600 km de radio y sin atmósfera para que una sonda lanzada a 5,46 km/s desde la superficie se aleje indefinidamente del planeta sin propulsión.

**Respuesta:**

a) Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$-\frac{GMm}{(5,6 \cdot 10^6)} + \frac{1}{2} m \cdot (5,46 \cdot 10^3)^2 = 0$$

$$M = \frac{(5,46 \cdot 10^3)^2 (5,6 \cdot 10^6)}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,25 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

9. a) Ceres orbita el Sol con un período de 1682 días. Calcula cuántas unidades astronómicas tiene el semieje mayor de la órbita de este planeta enano usando el período. b) Si el semieje mayor de la órbita de otro planeta enano es de 39,24 ua y el perihelio está a 29,67 ua del Sol, calcula la distancia del afelio al Sol para este otro planeta enano en unidades astronómicas. Distancia Tierra-Sol = 1 ua = 149 597 870 700 m. masa del Sol  $M_T = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg

**Respuesta:**

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}} \quad a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} (1682 \cdot 86400)^2}{4\pi^2}} = 4,14 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Expresado en unidades astronómicas:

$$a = \frac{4,14 \cdot 10^{11}}{149597870700} = 2,768 \text{ ua}$$

b) El semieje mayor es la media aritmética de afelio y perihelio, es decir:

$$39,24 = \frac{29,67 + r_{\text{afelio}}}{2} \quad r_{\text{afelio}} = 48,81 \text{ ua}$$

10. Supón que la energía mecánica total de un satélite de 1485 kg en órbita circular alrededor de la Tierra es de  $-7,28 \cdot 10^{10}$  J. La masa de la Tierra es de  $5,972 \cdot 10^{24}$  kg. Calcula: a) La energía potencial del satélite. b) La velocidad del satélite en km/s. c) El radio de la órbita en km.

**Respuesta:**

- a) La energía potencial del satélite es:

$$U = 2E = 2(-7,28 \cdot 10^{10}) = -1,456 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

- b) Para calcular la velocidad del satélite:

$$\frac{1}{2} 1485 \cdot v^2 = -E = 7,28 \cdot 10^{10} \quad v = 9,90 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c) El radio de la órbita se deduce de:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad r = \frac{GM}{v^2} = 4,06 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (*)$$

(\*) Este resultado es imposible, pues el radio obtenido es inferior al radio terrestre, que es de  $6,37 \cdot 10^6$  m.

11. Considera que una sonda sin propulsión se dirige en línea recta hacia Marte, y que se acerca a 8,30 km/s cuando se encuentra a 25400 km del centro del planeta. Calcula la velocidad de la sonda cuando la distancia se haya reducido a la mitad. Masa de Marte =  $6,4185 \cdot 10^{23}$  kg.

**Respuesta:**

Por aplicación del principio de conservación de la energía, tendremos:

$$-\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4185 \cdot 10^{23} \text{ m}}{2,54 \cdot 10^7} + \frac{1}{2} m (8,30 \cdot 10^3)^2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4185 \cdot 10^{23} \text{ m}}{1,27 \cdot 10^7} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{2 \left[ 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4185 \cdot 10^{23} \left( \frac{1}{1,27 \cdot 10^7} - \frac{1}{2,54 \cdot 10^7} \right) + \frac{1}{2} (8,30 \cdot 10^3)^2 \right]} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

## 2. Vibraciones y ondas.

1. Una partícula de 2 kg de masa efectúa un movimiento armónico simple de amplitud 1 cm. La elongación y la velocidad de la partícula en el instante inicial valen 0,5 cm y 1 cm/s, respectivamente. a) Determine la fase inicial y la frecuencia de este movimiento. b) Calcule la energía total del movimiento, así como las energías cinética y potencial en el instante  $t = 1,4$  s.

**Respuesta:**

- a) La ecuación del movimiento armónico es del tipo:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Mientras que la velocidad será:

$$v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Sustituyendo los valores dados en el enunciado, tendremos:

$$0,005 = 0,01 \operatorname{sen} \varphi_0 \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \operatorname{rad}$$

$$0,01 = 0,01 \cdot \omega \cos \frac{\pi}{6} \quad \omega = 1,15 \operatorname{s}^{-1} \quad \nu = 0,184 \operatorname{s}^{-1}$$

- b) La energía total será:

$$E = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,15^2 \cdot 0,01^2 = 1,32 \cdot 10^{-4} \operatorname{J}$$

En el instante  $t = 1,4$  s, la elongación será:

$$x = 0,01 \operatorname{sen} \left( 1,15 \cdot 1,4 + \frac{\pi}{6} \right) = 8,46 \cdot 10^{-3}$$

La energía potencial tendrá el valor:

$$U = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,15^2 (8,46 \cdot 10^{-3})^2 = 9,46 \cdot 10^{-5} \operatorname{J}$$

Mientras que la energía cinética será:

$$E_c = E - U = 1,32 \cdot 10^{-4} - 9,46 \cdot 10^{-5} = 3,74 \cdot 10^{-5} \operatorname{J}$$

2. Una explosión libera  $10^7 \operatorname{J}$  de energía en un segundo. El 50 % de esta energía se convierte en ondas sonoras. a) Si el sonido se propaga en forma de frentes de onda esféricos, ¿cuál es la intensidad de la onda a 110 m de la explosión? b) ¿Cuál es el nivel de intensidad a esta distancia? Dato: intensidad umbral de audición  $I_0 = 10^{-12} \operatorname{W}/\operatorname{m}^2$

**Respuesta:**

- a) La potencia de la onda sonora será:

$$P = \frac{0,5 \cdot 10^7}{1} = 5 \cdot 10^6 \operatorname{W}$$

La intensidad sonora será:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{5 \cdot 10^6}{4\pi \cdot 110^2} = 32,88 \operatorname{W} \cdot \operatorname{m}^{-2}$$

- b) El nivel de intensidad valdrá:

$$\beta = 10 \log \frac{32,88}{10^{-12}} = 135,17 \operatorname{dB}$$

3. La amplitud de una onda esférica de presión a 17 m del centro de la onda es de 0.75 Pa. A qué distancia del centro de la onda la amplitud es de 0.3 Pa?

**Respuesta:**

La amplitud varía de forma inversamente proporcional al cuadrado de la amplitud, la cual está relacionada directamente con el valor de la presión. Así pues, podremos escribir:

$$0,75 = \frac{\text{cte}}{17^2} \quad \text{cte} = 216,75 \text{ Pa} \cdot \text{m}^2$$

$$0,3 = \frac{216,75}{r^2} \quad r = 26,88 \text{ m}$$

4. En la ecuación de una onda mecánica  $h(x, t) = 24 \cos(2\pi(x/10,5) - 4t)$ ,  $x$  debe expresarse en metros,  $t$  en segundos y  $h$  en cm. a) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda? b) ¿Cuál es la máxima velocidad de vibración de las partículas que forman la onda? c) ¿Cuánto vale el desplazamiento  $h$  de la perturbación para  $x = 31,5$  m en el momento en que el desplazamiento es máximo en  $x = 0$ ?

**Respuesta:**

- a) De la ecuación de la onda se desprende:

$$k = \frac{2\pi}{10,5} \quad \omega = 4 \text{ s}^{-1}$$

Teniendo en cuenta que  $k = \frac{\omega}{v}$ , despejamos la velocidad:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{4}{\frac{2\pi}{10,5}} = \frac{21}{\pi} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- b) La velocidad de vibración es:

$$v_t = \frac{dh}{dt} = -24 \cdot (-4) \text{sen}[2\pi(x/10,5) - 4t]$$

Siendo la máxima velocidad de vibración:  $v_{\text{máx}} = 96 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

- c) La longitud de onda es:  $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{10,5}} = 10,5$  m. Como el desplazamiento (31,5 m) es igual a tres veces la longitud de onda, el desplazamiento  $h$  será **máximo**, al igual que en  $x = 0$ .

5. La ecuación de una onda mecánica transversal es  $y(x, t) = 7 \cos(8x - \omega t)$ , donde  $x$  se expresa en metros,  $t$  en segundos e  $y$  en cm. ¿Cuánto vale  $\omega$  si la perturbación se propaga a 3.4 m/s?

**Respuesta:**

De la ecuación de la onda se deduce que  $k = 8 \text{ m}^{-1}$ . Teniendo en cuenta que  $k = \frac{\omega}{v}$ , despejamos  $\omega$ :

$$\omega = kv = 8 \cdot 3,4 = 27,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. La amplitud de una onda esférica a 12 km de su centro es de 7 mm. ¿A qué distancia del centro de la onda la amplitud es de 2 mm?

**Respuesta:**



La amplitud de la onda disminuye de forma inversa con la distancia, cumpliéndose que  $A_1 r_1 = A_2 r_2$ , por lo cual:

$$r = \frac{7 \cdot 12}{2} = 42 \text{ km}$$

7. Dos fuentes, A y B, generan de forma sucesiva sonidos que se propagan a través del aire con un frente de ondas esférico. El nivel umbral de intensidad sonora es:  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Calcula la intensidad sonora: a) A 12 m de la fuente A si el nivel de intensidad sonora en esta posición es de 87 dB. b) A 20 m de la fuente B si la intensidad sonora es de  $2 \text{ mW/m}^2$  a 12 m de la fuente.

**Respuesta:**

a) A partir del nivel de intensidad sonora:

$$87 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 5,01 \cdot 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

b) La intensidad sonora a 12 m es:

$$2 \cdot 10^{-3} = \frac{P}{4\pi \cdot 12^2} \quad P = 3,62 \text{ W}$$

A 20 m de la fuente, la intensidad sonora será:

$$I = \frac{3,62}{4\pi \cdot 20^2} = 7,20 \cdot 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

8. La ecuación de una onda mecánica transversal es  $y(x, t) = 5 \cos(kx - 3 \text{ (rad/s)} t)$ , donde  $y$  debe expresarse en centímetros,  $x$  en metros y  $t$  en segundos. Calcula: a) La velocidad de vibración máxima de las partículas que forman la onda. b) El número de onda para que la velocidad de propagación sea cuatro veces la velocidad de vibración máxima.

**Respuesta:**

a) La velocidad de vibración es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 5 \cdot 3 \text{ sen}(kx - 3t) \quad v_{\text{máx}} = 15 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) El número de ondas es:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{3}{0,6} = 5 \text{ m}^{-1}$$

9. Escribe las ecuaciones de ondas armónicas con las siguientes características, usando en ambos casos la función seno con una fase, si fuese necesario a) Propagación hacia la izquierda, número de onda:  $5,2 \text{ m}^{-1}$ , frecuencia angular:  $1,9 \text{ rad/s}$ , amplitud:  $12 \text{ cm}$ , y elongación nula en el origen de coordenadas en el instante  $t = 0$ . b) Velocidad de propagación:  $5 \text{ m/s}$  hacia la derecha, amplitud:  $3 \text{ cm}$ , velocidad máxima de vibración de las partículas de la onda:  $6 \text{ cm/s}$ , y elongación máxima en el origen de coordenadas para  $t = 0$ .

**Respuesta:**

a) La ecuación de la onda es:

$$y = 0,12 \text{ sen}(1,9t + 5,2x + \varphi_0)$$

Teniendo en cuenta que  $y = 0$  para  $x = 0$  y  $t = 0$ , obtendremos:  $y = 0,12 \text{ sen}(1,9t + 5,2x)$ .

b) De la máxima velocidad de vibración,  $v_t = A\omega$ , deducimos que:  $0,06 = 0,03 \omega$ , por lo que:

$$\omega = 2 \text{ s}^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ m}^{-1}$$

La ecuación, en este caso, tendrá la forma:

$$y = 0,03 \text{ sen}(2t - 0,4x + \varphi_0)$$

Puesto que  $y = A$  para  $x = 0$  y  $t = 0$ , tendremos que:

$$0,03 = 0,03 \text{ sen } \varphi_0 \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

La ecuación quedará, finalmente, así:

$$y = 0,03 \text{ sen} \left( 2t - 0,4x + \frac{\pi}{2} \right)$$

10. Considera la onda  $y(x, t) = 18 \cos(2\pi x/12 + 4\pi t)$ , donde  $y$  se expresa en centímetros,  $x$  en metros, y  $t$  en segundos. a) Indica un tiempo positivo para que la elongación sea nula en el origen de coordenadas. b) ¿Cuál es la longitud de onda? c) Determina cuál es el valor de la elongación a  $x = 45 \text{ m}$  y  $t = 0$ . d) En un instante dado, la elongación es nula a  $x = 47 \text{ m}$ . Determina los valores de  $x$  de las posiciones más cercanas a cada lado de esta posición, donde la elongación es también nula.

**Respuesta:**

a) Para que la elongación sea nula en el origen de coordenadas, tendremos:

$$0 = 18 \cos 4\pi t \quad 4\pi t = 2n\pi \quad t = \frac{2n}{4} \text{ s}$$

Donde  $n$  es un número natural. El primer valor del tiempo para que  $y = 0$  será:  $t = 0,5 \text{ s}$ .

b) La longitud de onda se deduce de:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12 \text{ m}$$

c) Para  $x = 45 \text{ m}$  y  $t = 0 \text{ s}$ , la elongación será:

$$y = 18 \cos(2\pi \cdot 45/12) = 18 \text{ cm}$$

d) Las posiciones más cercanas a  $x = 47 \text{ m}$  y que tengan una elongación nula, distarán de aquella una semilongitud de onda, por lo que dichas posiciones serán:

$$x_1 = 47 - \frac{\lambda}{2} = 47 - 6 = 41 \text{ m} \quad x_2 = 47 + \frac{\lambda}{2} = 47 + 6 = 53 \text{ m}$$

### 3. Óptica.

1. Cuando un rayo de luz incide sobre una superficie plana que separa dos medios, parte de la luz se refleja y parte se refracta. Si el ángulo de reflexión es de  $28^\circ$ , el de refracción de  $35^\circ$  y el índice de refracción del primer medio vale  $n_1 = 1,30$ , determine: a) El índice de refracción del segundo medio. b) El ángulo de incidencia para el cual se produce reflexión total.

**Respuesta:**

a) El ángulo de reflexión y el de incidencia son el mismo ( $2^\text{a}$  ley de la reflexión). Aplicando la ley de Snell, tendremos:

$$\frac{\sin 28^\circ}{\sin 35^\circ} = \frac{n_2}{1,30} \quad n_2 = 1,06$$

b) Para que se produzca reflexión total, el ángulo de refracción debe ser de  $90^\circ$ , por lo que, aplicando nuevamente la ley de Snell, tendremos:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin 90^\circ} = \frac{1,06}{1,30} \quad \alpha_i = 54,9^\circ$$

2. Una lente convergente forma una imagen de tamaño doble de un objeto real. Si dicha imagen se encuentra a 60 cm de la lente, calcule: a) La distancia del objeto a la lente. b) La distancia focal de la lente.

**Respuesta:**

a) De los datos del enunciado podemos deducir:

$$y' = -2y \quad s = -60 \text{ cm}$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad -2 = -\frac{-0,6}{s} \quad s = -0,3 \text{ m}$$

b) Teniendo en cuenta la relación:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1 - n) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Al hacer  $s = \infty$ , tendremos:

$$-\frac{1}{s'} = (1 - n) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{1}{f'} \quad \text{con lo cual : } \frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'}$$

Sustituyendo, se obtiene:

$$\frac{1}{-0,3} - \frac{1}{0,6} = -\frac{1}{f'} \quad f' = 0,2 \text{ m}$$

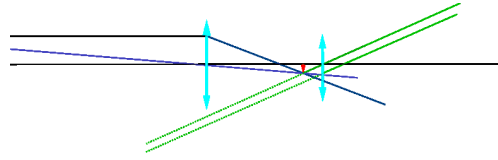
3. Se dispone de una lente de +300 mm de distancia focal. a) ¿Qué lente adicional es necesaria para construir un telescopio de Galileo de aumento angular 3? b) Dibuja un esquema con la disposición que deberá tener las dos lentes anteriores para construir el telescopio.

**Respuesta:**

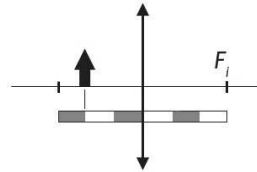
a) Se necesita además de la indicada una lente convergente de menor distancia focal que la indicada, que actuará como ocular. Para que el aumento angular sea 3, tendremos:

$$M = -\frac{f_1}{f_2} \quad 3 = -\frac{-300}{f_2} \quad f_2 = 100 \text{ cm}$$

b) El esquema es el siguiente:



4. Una lente de +60 mm de distancia focal se usa como una lupa para observar una hormiga. a) Calcula a qué distancia de la hormiga se debe colocar la lente para que la imagen virtual se forme a 25 cm de la lente b) Haz un diagrama con dos rayos principales para determinar la imagen de la flecha.



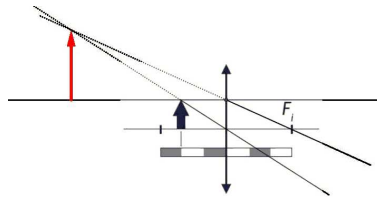
**Respuesta:**

- a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{-0,25} = -\frac{1}{0,6}$$

$$s = -0,176 \text{ m}$$

- b) El diagrama es el siguiente:



5. Una lente de distancia focal +12 cm se usa para enfocar el filamento encendido de una bombilla sobre una pantalla situada a 21 cm de la lente en un montaje como el de la figura que puede verse al final del enunciado. a) ¿A qué distancia del filamento se encuentra la lente cuando el filamento está enfocado sobre la pantalla? b) Si la longitud transversal del filamento es de 1.2 cm, ¿qué longitud tiene su imagen? c) La imagen del filamento es real o virtual? Es derecha o invertida?



**Respuesta:**

- a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{-0,21} = -\frac{1}{0,12}$$

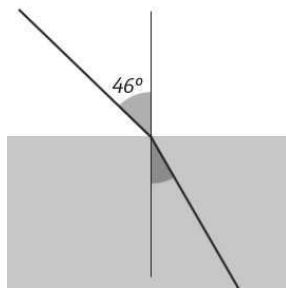
$$s = -0,28 \text{ m}$$

b) El tamaño de la imagen se obtiene de:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad y' = 1,2 \frac{0,21}{-0,28} = -0,9 \text{ cm}$$

La imagen del filamento es **real**, pues puede ser proyectada sobre una pantalla. El signo negativo de  $y'$  indica que la imagen es **invertida**.

6. Considera la refracción de un rayo de luz monocromática a) El rayo forma con la vertical un ángulo de  $46^\circ$  en el aire, y de  $30^\circ$  en el líquido. ¿Cuál es el índice de refracción del líquido? b) Si se cambia el líquido por otro con un índice de refracción 1.72 y el rayo se dirige ahora desde el líquido hacia el aire, ¿a partir de que ángulo se produce reflexión total?



**Respuesta:**

Por aplicación de la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 46^\circ}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{n}{1} \quad n = 1,44$$

b) Aplicando la misma ley:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{1,72} \quad \alpha_i = 35,55^\circ$$

7. La imagen de una ventana cuadrada de  $0,48 \text{ m}^2$  se proyecta sobre una pantalla con una lente colocada a  $1,5 \text{ m}$  de la ventana. La imagen es real, invertida y de  $0,03 \text{ m}^2$ . a) Justifica brevemente con esta información, y sin usar el resultado del siguiente apartado, si la lente es convergente o divergente b) Calcula la distancia focal de la lente usada para formar la imagen.

**Respuesta:**

a) La lente es **convergente**, como se deduce del carácter real de la imagen (una lente divergente produce siempre una imagen virtual)

b) El lado de la ventana es:  $l = \sqrt{0,48} = 0,69 \text{ m}$ , mientras que el lado de la imagen será:  $l' = \sqrt{0,03} = 0,17 \text{ m}$ . Con estos datos, podremos escribir:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{-0,17}{0,69} = \frac{s'}{-1,5} \quad s' = 0,37 \text{ m}$$

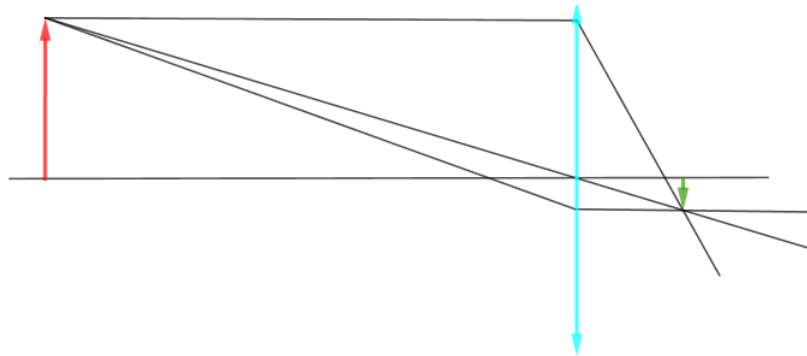
La distancia focal se deduce de:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \quad f' = 0,29 \text{ m}$$

8. a) Haz un esquema con los tres rayos principales que determinan la imagen de una flecha con el pie sobre el eje óptico, a 3 cm de una lente de distancia focal +50 mm. Se valorará la claridad del esquema.  
 b) Calcula a qué distancia de la lente convergente debe encontrarse la flecha para que la imagen sea virtual y tres veces mayor.

**Respuesta:**

- a) El esquema es el siguiente:



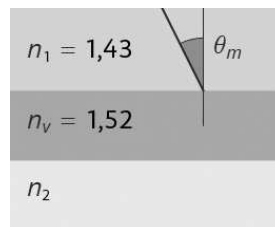
- b) Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad 3 = \frac{s'}{s} \quad s' = 3s$$

Aplicando ahora la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{3s} = -\frac{1}{0,05} \quad s = -0,033 \text{ m}$$

9. Un vidrio de índice de refracción 1,52, grueso, de caras plano-paralelas y horizontal, separa dos líquidos. El líquido de arriba tiene un índice de refracción  $n_1 = 1,43$ . a) Calcula el ángulo del rayo refractado en el interior del vidrio si el rayo llega desde el líquido de arriba con un ángulo de  $31^\circ$  respecto a la vertical.  
 b) Calcula el índice de refracción  $n_2$  del líquido que se encuentra bajo el vidrio si el ángulo límite para la refracción entre el vidrio y dicho líquido es de  $66^\circ$ . c) El líquido de abajo se sustituye por un líquido de índice de refracción  $n_2 = 1,33$ . Calcula el mínimo ángulo de incidencia  $\theta_m$  (ver figura) para que un rayo que llega desde el líquido superior se refleje totalmente en la cara inferior del vidrio.



**Respuesta:**

- a) Según la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 31^\circ}{\text{sen } \alpha_r} = \frac{1,52}{1,43} \quad \alpha_r = 28,98^\circ$$

b) Utilizando nuevamente la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 66^\circ}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_2}{1,52} \quad n_2 = 1,39$$

c) En este caso, tendremos:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1,33}{1,52} \quad \alpha_i = 61,05^\circ$$

10. Una vela a 80 cm de una lente se enfoca sobre una pantalla a 120 cm de la lente. a) Calcula la altura de la imagen de la llama de la vela cuando la llama tenga 2,1 cm de altura. ¿La imagen será derecha o invertida? b) ¿Cuál es la distancia focal de la lente utilizada?

**Respuesta:**

a) La altura se deduce de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad y' = 2,1 \frac{120}{-80} = -3,15 \text{ cm}$$

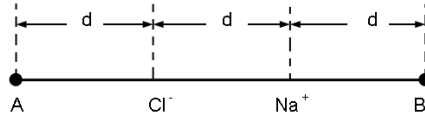
Al tratarse de una imagen real (puede ser proyectada sobre una pantalla), la imagen será invertida.

b) Para calcular la distancia focal:

$$\frac{1}{-0,8} - \frac{1}{1,2} = -\frac{1}{f'} \quad f' = 0,48 \text{ m}$$

#### 4. Electromagnetismo.

1. En un modelo simple del cloruro sódico, podemos considerar los iones  $\text{Cl}^-$  y  $\text{Na}^+$  como cargas puntuales de valores respectivos  $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  y  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Estas cargas están separadas por una distancia  $d = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Calcule: a) La diferencia de potencial entre los puntos A y B, situados tal y como indica la figura. b) La energía necesaria para disociar el cloruro sódico, de acuerdo con este modelo.



**Respuesta:**

- a) Los potenciales en A y B vienen dados, respectivamente por:

$$V_A = \frac{Kq_1}{r_1} + \frac{Kq_2}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 (-1,6 \cdot 10^{-19})}{1,2 \cdot 10^{-10}} + \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})}{2,4 \cdot 10^{-10}} = -12 + 6 = -6 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{Kq_1}{r'_1} + \frac{Kq_2}{r'_2} = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})}{1,2 \cdot 10^{-10}} + \frac{9 \cdot 10^9 (-1,6 \cdot 10^{-19})}{2,4 \cdot 10^{-10}} = 12 - 6 = 6 \text{ V}$$

Siendo la diferencia de potencial:  $V_A - V_B = -6 - 6 = -12 \text{ V}$

- b) Para disociar el cloruro de sodio, debemos desplazar uno de los iones, por ejemplo el ion  $\text{Cl}^-$  hasta una distancia infinita del otro. Puesto que el trabajo debe ser realizado en contra del campo eléctrico, tendremos:

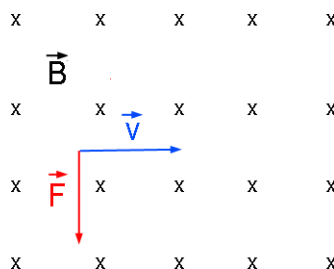
$$W = q(V_\infty - V_0) = 1,6 \cdot 10^{-19} \left[ 0 - \left( -\frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})}{1,2 \cdot 10^{-10}} \right) \right] = 1,92 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

2. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme,  $B$ . Con la ayuda de un diagrama en el que aparezca representado el campo  $B$ , indique la fuerza (en módulo, dirección y sentido) que actúa sobre una carga  $Q$  en los siguientes casos: a) La carga es positiva y se desplaza en la dirección del campo, pero en sentido contrario. b) La carga es negativa y se desplaza en dirección perpendicular a  $B$ .

**Respuesta:**

- a) Representamos el campo magnético de forma perpendicular al plano del papel, y penetrando en éste. La fuerza debida al campo magnético (Fuerza de Lorentz) será:  $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$ . Una carga positiva que salga del papel dirigiéndose hacia nosotros experimentará una fuerza nula, pues el ángulo formado entre  $v$  y  $B$  es de  $180^\circ$ , y el módulo de la fuerza será:  $|\vec{F}| = q |\vec{v}| |\vec{B}| \text{sen } 180^\circ = 0$

- b) Suponiendo un desplazamiento como el indicado en la imagen:





La fuerza sobre la carga negativa se encontrará sobre el plano del papel, y dirigida hacia abajo. En caso de que la carga se desplace en sentido contrario al indicado, la fuerza tendría la misma dirección, pero sentido contrario.

3. Una carga  $Q$  positiva se mueve en una región donde hay un campo eléctrico uniforme  $E$ . a) ¿Cómo varía la energía potencial de  $Q$  si se desplaza en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico? b) ¿Cómo varía la energía potencial de  $Q$  si se desplaza en una dirección perpendicular al campo  $E$ ?

**Respuesta:**

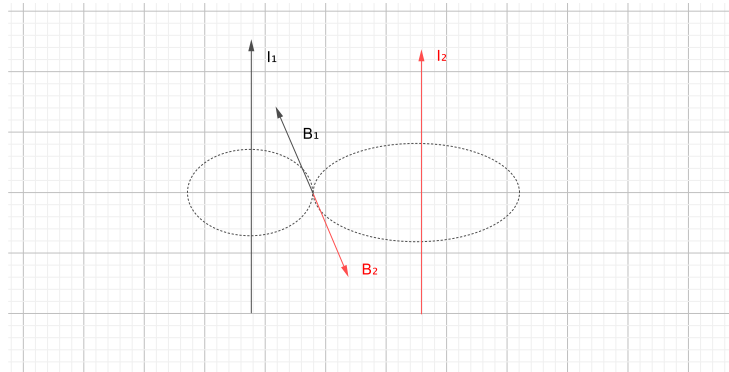
a) Puesto que el campo eléctrico se dirige desde la zona de mayor a la de menor potencial, el producto  $qV$ , igual a la energía potencial de la carga, **irá disminuyendo** según ésta se vaya desplazando

b) Al desplazarse de forma perpendicular al campo, la carga lo hace a lo largo de una superficie equipotencial, por lo que su energía potencial **no varía**.

4. Un cable conductor muy largo, situado a lo largo del eje  $OZ$ , transporta una corriente de  $20,0$  A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo cable, también muy largo y paralelo al eje  $OZ$  pasa por  $x = 10,0$  cm. a) Determine la intensidad de corriente del segundo cable sabiendo que el campo magnético es nulo en el punto  $x = 4,0$  cm. b) ¿Qué fuerza por unidad de longitud actúa sobre cada cable? Dibuje un esquema para representar la dirección y sentido de las fuerzas. Dato: permeabilidad magnética del vacío  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{N} \cdot \text{A}^{-2}$

**Respuesta:**

a) Para que el campo magnético sea nulo en un punto situado entre ambos conductores, las intensidades de corriente deben tener el mismo sentido, como se deduce de la aplicación de la regla de la mano derecha para cada uno de los conductores:



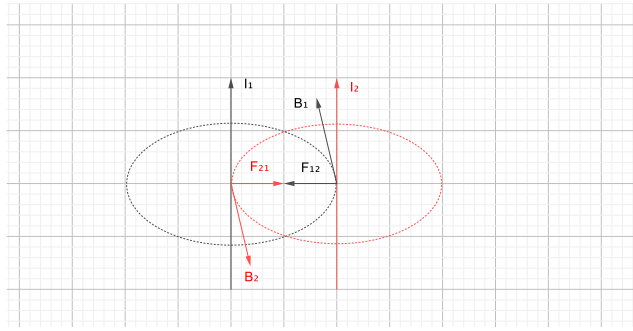
Igualando los módulos de ambos campos magnéticos, tendremos:

$$\frac{\mu_0 20}{2\pi \cdot 0,04} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 0,06} \quad I_2 = 30 \text{ A}$$

b) La fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 30}{2\pi \cdot 0,1} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Un esquema de la dirección y sentido de las fuerzas que actúan es el siguiente:



5. Un haz de electrones de energía cinética 5 keV atraviesa sin desviarse una zona donde existe un campo eléctrico  $E$  y un campo magnético  $B$ . Ambos campos son uniformes y perpendiculares entre sí y respecto al haz de electrones. Si el módulo del campo magnético vale  $B = 2,3 \cdot 10^{-3}$  T, determine: a) La velocidad de los electrones del haz. b) El valor del campo eléctrico  $E$ . Datos: masa del electrón  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg  $= 0,511$  MeV/c<sup>2</sup>

**Respuesta:**

- a) La energía cinética será:

$$5 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} v^2 \quad v = 4,19 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- b) Para que los electrones no experimenten desviación, deberá cumplirse que:  $qE = qvB$ , por lo que, despejando, tendremos:

$$E = 4,19 \cdot 10^7 \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} = 9,64 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

6. Dos hilos rectos paralelos y largos, separados 1 m, transportan corrientes eléctricas de intensidades respectivas  $I_1$  e  $I_2$ . La intensidad  $I_1$  es menor que  $I_2$ . El campo magnético en el punto medio entre los dos conductores vale  $0,9 \mu\text{T}$  cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, y  $3,2 \mu\text{T}$  cuando lo hacen en sentidos contrarios. La permeabilidad del vacío es  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  N A<sup>-2</sup>. a) ¿Cuáles son los valores de las intensidades  $I_1$  e  $I_2$ ? b) Si las corrientes tuviesen el mismo sentido y valiesen  $I_1 = 5$  A e  $I_2 = 8$  A, ¿a qué distancia del hilo atravesado por la corriente  $I_1$  se anularía la suma de los dos campos magnéticos? c) ¿Cuál es la fuerza por unidad de longitud entre los dos hilos en el caso b)? Indica si la fuerza es atractiva o repulsiva.

**Respuesta:**

- a) La situación en cada uno de los casos es la siguiente:

El campo magnético será:

$$9 \cdot 10^{-7} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_2}{2\pi \cdot 0,5} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_1}{2\pi \cdot 0,5}$$

$$3,2 \cdot 10^{-6} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_2}{2\pi \cdot 0,5} + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_1}{2\pi \cdot 0,5}$$

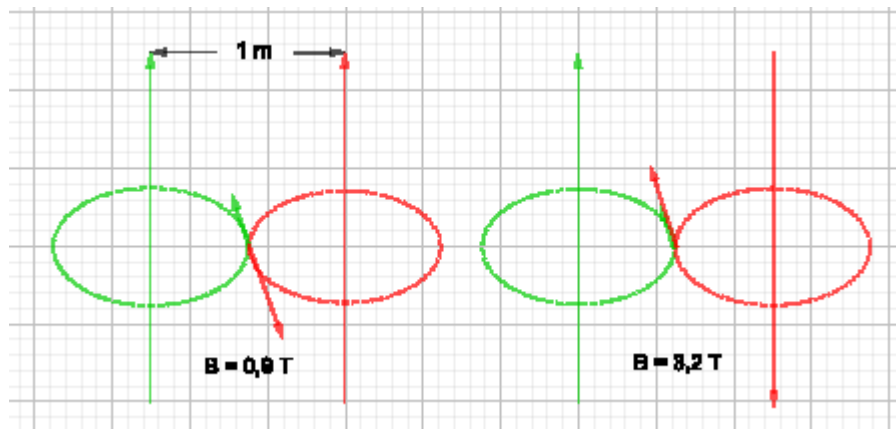
Resolviendo el sistema, tendremos:  $I_1 = 2,89$  A e  $I_2 = 5,13$  A.

- b) En este caso tendríamos:

$$0 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} 8}{2\pi x} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} 5}{2\pi(1-x)} \quad x = 0,615 \text{ m}$$

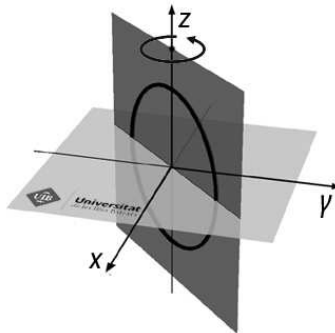
- c) La fuerza por unidad de longitud sería:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 5}{2\pi 1} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$



La fuerza sería de **atracción**, pues las corrientes tienen el mismo sentido.

7. a) El flujo magnético a través de una espira entre  $t = 0$  y  $t = 4$  s es  $\Phi(t) = 4t - t^2$  m Wb. ¿En qué instante de este intervalo es nula la fuerza electromotriz? Considera un campo magnético uniforme de 2 mT en la dirección del eje Y, y una espira circular de radio 2 cm que gira alrededor de un diámetro que coincide con el eje Z. Determina el flujo de campo magnético cuando la espira pasa por el plano: i) x-z; ii) y-z; iii) y = x (véase la figura).



**Respuesta:**

- a) La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -4 + 2t \text{ V}$$

La fuerza electromotriz inducida es nula para  $t = 2$  s.

- i) El ángulo formado entre  $\vec{B}$  y  $\vec{S}$  será  $0^\circ$ , por lo que el flujo será:  $= \cdot 0,02^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cos 0^\circ = 8\pi \cdot 10^{-7}$  Wb.
- ii) El ángulo será en este caso de  $90^\circ$ , por lo que el flujo es **nulo**.
- iii) Al ser el ángulo de  $45^\circ$ , el flujo será:  $= \cdot 0,02^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cos 45^\circ = 5,66 \cdot 10^{-7}$  **Wb**
8. Considera partículas inicialmente neutras que pueden ganar o perder electrones por fricción. a) ¿Cuántos electrones ha ganado una de estas partículas aislada si el potencial eléctrico vale aproximadamente  $-400$  mV a  $0,18 \mu\text{m}$  de distancia de la partícula? b) ¿Cuál es el módulo del trabajo que debe realizarse para acercar una partícula de  $7$  nC desde  $0,8$  mm hasta a  $0,2$  mm de una partícula de  $50$  nC?

**Respuesta:**

a) El potencial tiene la expresión:

$$V = \frac{Kq}{r} \quad -0,40 = \frac{9 \cdot 10^9 q}{1,8 \cdot 10^{-7}} \quad q = -8 \cdot 10^{-18}$$

Carga que corresponde a un número de electrones:

$$n = \frac{8 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 50$$

b) El trabajo será:

$$W = 7 \cdot 10^{-9} \left[ \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{8 \cdot 10^{-4}} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-4}} \right] = -0,0118 \text{ J}$$

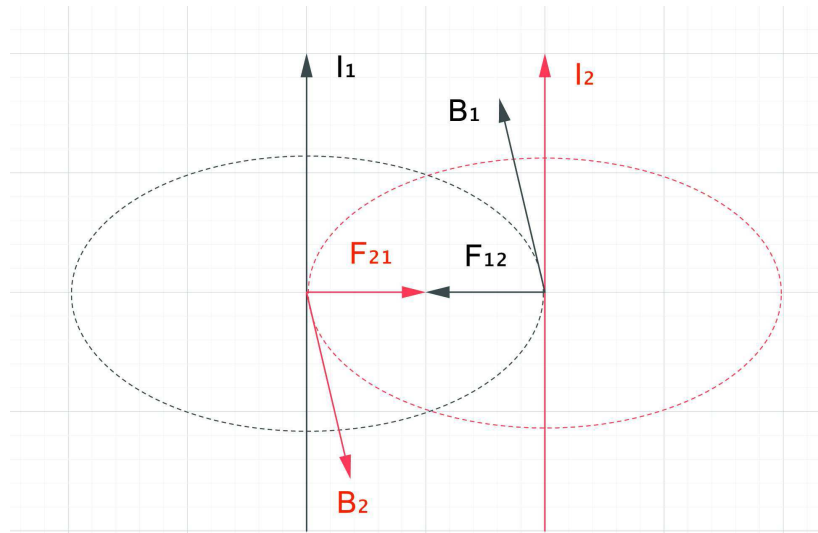
9. Dos hilos rectos de longitud infinita y paralelos son recorridos por corrientes eléctricas de intensidades respectivas  $I_1$  e  $I_2 = 4 I_1$ . La permeabilidad del vacío es  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ . a) ¿Cuánto vale la corriente  $I_1$  si los hilos se atraen con una fuerza de 0.17 mN por metro de longitud cuando están separados 12 mm? Indica, justificando brevemente la respuesta, si los sentidos de las corrientes son iguales o contrarios. b) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto medio entre los dos hilos? Haz un esquema para mostrar la orientación del campo respecto de los hilos y los sentidos de las corrientes.

**Respuesta:**

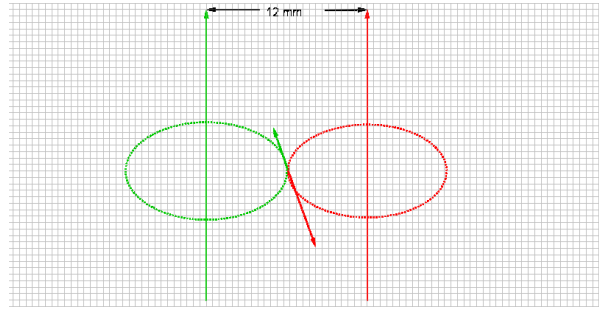
a) La fuerza por unidad de longitud entre dos hilos recorridos por sendas corrientes es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \quad 1,7 \cdot 10^{-4} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4I_1^2}{2\pi \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}} \quad I_1 = 1,60 \text{ A} \quad I_2 = 6,40 \text{ A}$$

Los sentidos de las corrientes son iguales, como puede deducirse de la siguiente representación gráfica:



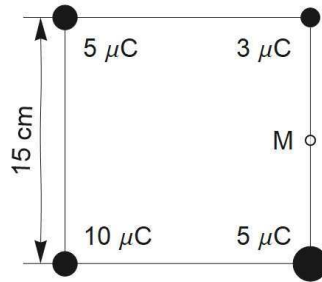
b) La representación gráfica puede ser la siguiente:



El módulo del campo magnético entre los dos hilos es:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6,40}{2\pi \cdot 0,006} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,60}{2\pi \cdot 0,006} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

10. Con las cargas puntuales de la figura, calcula: a) El módulo de la fuerza que ejerce la carga de  $10 \mu\text{C}$  sobre la carga de  $3 \mu\text{C}$ . b) El vector fuerza total sobre la carga de  $3 \mu\text{C}$  a causa de la interacción eléctrica con las otras tres. Incluye un esquema de la fuerza que ejerce cada carga individualmente. c) El potencial eléctrico en el punto M a causa de las dos cargas de  $5 \mu\text{C}$ .

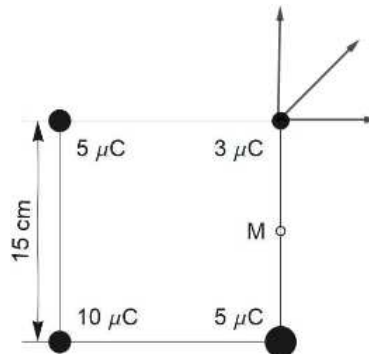


**Respuesta:**

a) El módulo de la fuerza es:

$$|\vec{F}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,15^2 + 0,15^2} = 6 \text{ N}$$

b) La representación gráfica de las fuerzas sobre la carga de  $3 \mu\text{C}$  es la siguiente:



De esta representación gráfica podemos deducir:

$$\vec{F}_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,15^2 + 0,15^2} (\cos 45 \vec{i} + \sen 45 \vec{j}) = 4,24 \vec{i} + 4,24 \vec{j} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,15^2} \vec{i} = 6 \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,15^2} \vec{j} = 6 \vec{j} \text{ N}$$

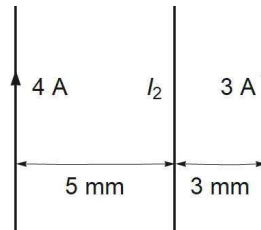
La fuerza resultante será:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 10,24 \vec{i} + 10,24 \vec{j} \text{ N}$$

c) El potencial en el punto M debido a las dos cargas de  $5 \mu\text{C}$  será:

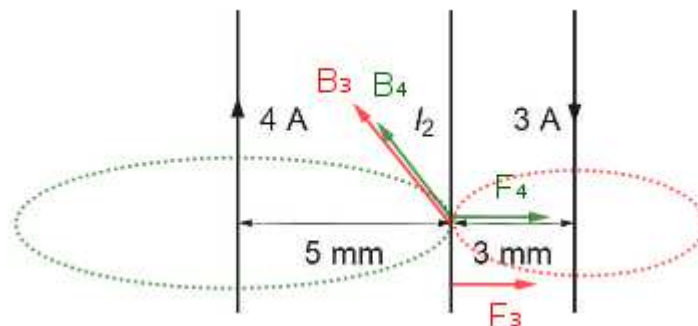
$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{0,15^2 + 0,075^2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,075} = 8,68 \cdot 10^6 \text{ V}$$

11. La figura representa tres hilos conductores rectos, paralelos y de longitud infinita. a) Suponiendo que la corriente  $I_2$  se dirige hacia abajo, dibuja los campos magnéticos en la posición del hilo central y la fuerza sobre éste debida a la corriente del hilo que se encuentra a la izquierda y a causa del que se encuentra a la derecha. b) Determina el sentido y la intensidad de la corriente  $I_2$  para que la fuerza total por unidad de longitud sobre el hilo central sea de  $1,8 \text{ mN por metro}$  hacia la derecha.



**Respuesta:**

a) La representación gráfica es la siguiente:



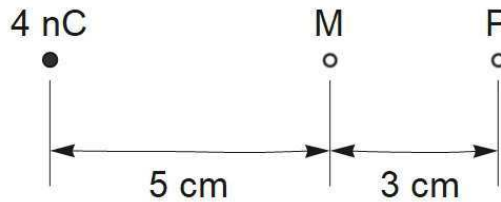
b) La fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{F}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot I_2}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot I_2}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\frac{F}{l} = 5 \text{ A}$$

Como se ha visto en el apartado a) la corriente debe ir dirigida hacia abajo, para que la fuerza por unidad de longitud se dirija hacia la derecha.

12. Calcula el módulo del trabajo necesario para llevar una partícula cargada con  $1,4 \mu\text{C}$  desde el punto M de la figura, donde el potencial es de  $720 \text{ V}$ , hasta el punto P. b) Calcula el valor de la carga puntual  $q$  que debemos colocar en el punto P para que el campo eléctrico en el punto M a causa de esta carga  $q$  y la carga de  $4 \text{ nC}$  sea nulo.



**Respuesta:**

- a) El potencial en el punto P es:

$$V_P = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{0,08} = 450 \text{ V}$$

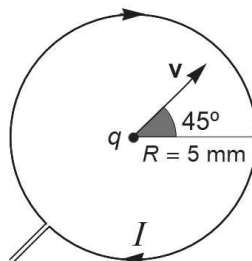
El trabajo necesario será:

$$W = q (V_M - V_P) = 1,4 \cdot 10^{-6} (720 - 450) = 3,78 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

- b) la carga que debe colocarse en P debe tener signo positivo, para que la resultante de los vectores campo en el punto M sea nula. Así pues:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{0,05^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot q}{0,03^2} \quad q = 1,44 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

13. a) Calcula la intensidad del campo magnético en el centro de una espira de  $5 \text{ mm}$  de radio con una corriente de  $8 \text{ A}$  en el sentido que muestra la figura. Haz un esquema para mostrar el vector campo magnético en relación a la espira b) Determina la dirección y el sentido de la fuerza sobre una partícula de carga  $q$  negativa cuando la partícula pase por el centro de la espira con una velocidad  $v$  como muestra la figura adjunta. Escribe la expresión de la ley usada y su nombre.



**Respuesta:**

a) El campo magnético en el centro de la espira es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 10^{-3} \text{ T}$$

Aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético se dirigirá perpendicularmente al plano de la espira, y hacia dentro.

b) Suponiendo la espira situada en el plano XY, los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  tendrían, respectivamente la expresión:

$$\vec{v} = v \cos 45^\circ \vec{i} + v \sin 45^\circ \vec{j}$$

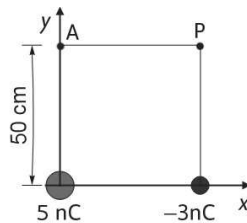
$$\vec{B} = -10^{-3} \vec{k}$$

La fuerza sobre la carga eléctrica será:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = -q (v \cos 45^\circ \vec{i} + v \sin 45^\circ \vec{j}) \times (-10^{-3} \vec{k}) = 10^{-3} q (\sin 45^\circ \vec{i} - \cos 45^\circ \vec{j})$$

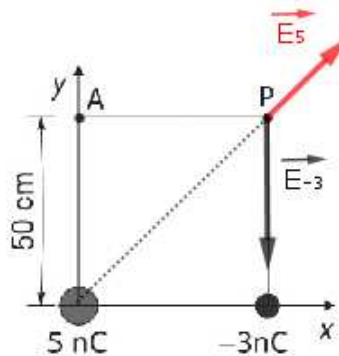
Es decir, la carga experimentará una fuerza en el mismo plano en que se desplazaba, pero en dirección perpendicular a su trayectoria.

14. En los vértices de un cuadrado de 50 cm de lado hay dos cargas puntuales como se muestra en la figura adjunta. a) Dibuja la dirección y el sentido del campo eléctrico que crea cada carga en el punto P. b) Calcula el vector campo eléctrico en el punto P a causa de cada carga por separado. c) Calcula el ángulo entre la dirección x positiva y el campo eléctrico total en el punto P. d) Calcula el módulo del trabajo que debe realizarse para mover una partícula cargada con  $1,4 \mu\text{C}$  desde el punto A, donde el potencial es de 51,82 V, hasta el punto P.



**Respuesta:**

a) La representación gráfica es la siguiente:



b) El campo eléctrico creado por cada una de las cargas por separado es:

$$\vec{E}_5 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,5^2 + 0,5^2} (\vec{i} \cos 45^\circ + \vec{j} \sin 45^\circ) = 63,6 (\vec{i} + \vec{j})$$



$$\vec{E}_{-3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{0,5^2} (-\vec{j}) = -108 \vec{j}$$

c) El campo en el punto P será:  $\vec{E} = 63,6 (\vec{i} + \vec{j}) - 108 \vec{j} = 63,6 \vec{i} + 63,6 \vec{j} - 108 \vec{j} = 63,6 \vec{i} - 44,4 \vec{j}$ .  
El ángulo entre la dirección x positiva y el campo eléctrico será:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-44,4}{63,6} \quad \alpha = -34,92^\circ$$

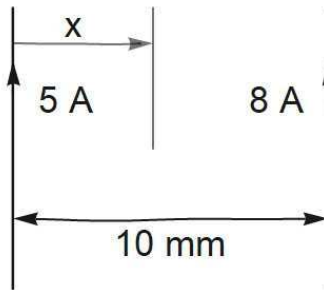
d) El potencial en el punto P vale:

$$V_P = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{0,5^2 + 0,5^2}} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{0,5} = 9,64 \text{ V}$$

El trabajo necesario será:

$$W = q (V_A - V_P) = 1,4 \cdot 10^{-6} (51,82 - 9,64) = 5,91 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

15. a) Calcula la fuerza magnética por unidad de longitud entre dos hilos conductores, rectos y de longitud infinita, con las corrientes y la separación indicadas en la figura. Establece si la fuerza es atractiva o repulsiva. b) Se añade un hilo en paralelo a  $x = 4,5 \text{ mm}$  del hilo situado a la izquierda. Calcula, suponiendo que lleva una corriente de  $3 \text{ A}$  hacia arriba, la fuerza por unidad de longitud sobre este hilo a causa de los otros dos. Indica la dirección y el sentido de la fuerza. c) Determina la distancia  $x$  y el sentido de la corriente de  $3 \text{ A}$  en el hilo central para que la fuerza magnética total a causa de los otros dos hilos sea nula.



**Respuesta:**

a) La fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 5}{2\pi \cdot 0,01} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

La fuerza es de atracción al circular ambas corrientes en el mismo sentido.

b) Suponiendo el conductor por el que circula una corriente de  $3 \text{ A}$  está situado entre los otros dos conductores, y que la corriente circula hacia arriba, las fuerzas ejercidas sobre este conductor por los otros dos son de atracción, en ambos casos. La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor central es:

$$\frac{F}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 3}{2\pi \cdot 5,5 \cdot 10^{-3}} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 3}{2\pi \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}} = 2,06 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

c) Al ser de atracción ambas fuerzas, tendremos:

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 3}{2\pi x} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 3}{2\pi(0,01 - x)} \quad x = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

El sentido en el que circula la corriente por el conductor central es indiferente, pues las dos fuerzas serán ambas de atracción (corriente dirigida hacia arriba), o de repulsión (corriente dirigida hacia abajo).

## 5. Física moderna.

1. Cuando incide luz de longitud de onda  $\lambda = 621,5$  nm sobre una fotocélula, ésta emite electrones con una energía cinética de 0,14 eV. Calcule: a) El trabajo de extracción de la fotocélula. b) La frecuencia umbral. Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s =  $4,135 \cdot 10^{-15}$  eV·s

**Respuesta:**

- a) Sustituyendo en la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{\text{ext}} + E_c \quad \frac{4,135 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,215 \cdot 10^{-7}} = W_{\text{ext}} + 0,14 \quad W_{\text{ext}} = 1,86 \text{ eV}$$

- b) la frecuencia umbral será:

$$\nu_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{1,86}{4,135 \cdot 10^{-15}} = 4,49 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

2. a) Calcule la actividad de una muestra de 5,0 mg de un núclido que tiene una constante radiactiva  $\lambda = 3,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$  y una masa atómica de 200 u. b) ¿Cuántos años deberán transcurrir para que la actividad de esta muestra se reduzca a un 60 % de la inicial? Dato:  $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

**Respuesta:**

- a) La masa de un átomo de este núclido es:

$$m = 200 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Con lo que en 5 mg habrá una cantidad de átomos (y, por tanto, núcleos):

$$N_0 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{200 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} = 1,51 \cdot 10^{19} \text{ núcleos}$$

La actividad será, pues:  $A = \lambda N_0 = 3,0 \cdot 10^{-9} \cdot 1,51 \cdot 10^{19} = 4,53 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

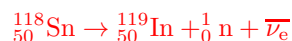
- b) Para que la actividad se reduzca a un 60 % de la inicial, el número de núcleos deberá reducirse en la misma medida, es decir:

$$0,6 \cdot N_0 = N_0 e^{-3 \cdot 10^{-9} t} \quad t = 1,70 \cdot 10^8 \text{ s} \quad \text{equivalente a } 5,4 \text{ años}$$

3. Un núcleo de  ${}_{49}^{118}\text{In}$  absorbe un neutrón y se transforma en el isótopo  ${}_{50}^{119}\text{Sn}$  u otras partículas adicionales. a) Indique cuáles son dichas partículas adicionales. b) Escriba la reacción ajustada.

**Respuesta:**

- a) La reacción nuclear es la siguiente:



Las partículas adicionales son, por tanto, un **neutrón** y un **antineutrino electrónico**

4. El período de semidesintegración del oxígeno-15 es  $T_{1/2} = 122$  s. a) ¿Cuánto vale la constante de desintegración del oxígeno-15? b) La constante de desintegración del carbono-14 es  $1,210 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$ . La madera de una mesa antigua produce 14500 desintegraciones/día. La misma masa de madera actual produce 890 desintegraciones por hora. ¿Cuál es la datación de antigüedad de la mesa?

**Respuesta:**

a) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{0,693}{122} = 5,68 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

b) La constante de desintegración, expresada en  $\text{s}^{-1}$  será:  $\lambda = 3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$ . El número de desintegraciones por segundo de la muestra de madera antigua será:  $A_0 = 14500/86400 = 0,168 \text{ Bq}$ , mientras que la de madera actual tendrá el valor:  $A = 890/3600 = 0,247 \text{ Bq}$ , por lo que podremos escribir:

$$0,168 = 0,247 e^{-3,84 \cdot 10^{-12} t} \quad t = 2,68 \cdot 10^{11} \text{ s, equivalentes a } 8495 \text{ años}$$

5. a) ¿Cuáles son las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza? b) ¿Cuál es la interacción que mantiene los protones cerca los unos de los otros dentro del núcleo atómico?

**Respuesta:**

Se trata de las interacciones gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil. La interacción fuerte es la que permite que los protones se mantengan unos cerca de otros en el núcleo.

6. Se dispone de una célula fotoeléctrica con una placa de sodio. El potencial de trabajo del sodio es de  $2,28 \text{ eV}$  ( $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ). ¿Cuál es la energía cinética máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico cuando se ilumina la placa con luz de  $295 \text{ nm}$ ? Expresa la respuesta en electrón-voltios. La constante de Planck es  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

**Respuesta:**

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{\text{ext}} + E_c \quad \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,95 \cdot 10^{-7}} = 2,28 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} + E_c$$

$$E_c = \frac{3,09 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 1,93 \text{ eV}$$

7. Una muestra radiactiva tiene una actividad  $4,77 \cdot 10^7 \text{ Bq}$  y hace 25 días su actividad era  $3,80 \cdot 10^8 \text{ Bq}$ . a) ¿Cuánto vale la constante de desintegración? b) ¿Cuánto vale el período de semidesintegración expresado en horas? ) Si una muestra tuviese una actividad de  $3,80 \cdot 10^8 \text{ Bq}$  y el período de semidesintegración fuese de  $240 \text{ h}$ , ¿qué actividad se mediría 10 días más tarde? ¿y 14 días más tarde?

**Respuesta:**

a) Podemos relacionar la actividad con la constante de desintegración de la forma:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad 4,77 \cdot 10^7 = 3,80 \cdot 10^8 e^{-\lambda \cdot 25} \quad \lambda = 0,083 \text{ días}^{-1}$$

b) El periodo de semidesintegración será:

$$T = \frac{0,693}{\lambda} = \frac{0,693}{0,083} = 8,35 \text{ días, equivalentes a } 200 \text{ h}$$

c) La constante de desintegración, expresada en  $\text{s}^{-1}$  tiene el valor:

$$\lambda = \frac{0,693}{240 \cdot 3600} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

Al cabo de diez días, la actividad sería la mitad de la inicial, pues los diez días coinciden con el periodo de semidesintegración:

$$A = 3,80 \cdot 10^8 e^{-8 \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 86400} = 1,9 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

Tras catorce días:

$$A = 3,80 \cdot 10^8 e^{-8 \cdot 10^{-7} \cdot 14 \cdot 86400} = 1,44 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

8. a) Si la actividad radiactiva de una muestra decayera de 1000 desintegraciones por hora a 500 desintegraciones por hora en 463 días, y fuera debida a un único elemento radioactivo, determina la vida media en años, y calcula la constante de desintegración de este elemento radioactivo. b) Calcula el número de protones y el número de neutrones del núcleo tras emitir una partícula  $\alpha$ .

**Respuesta:**

a) Puesto que el número de desintegraciones por hora es proporcional al número de núcleos presentes, podremos escribir:

$$500 = 1000 e^{-\lambda \cdot 463 \cdot 24} \quad \lambda = 6,24 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$$

La vida media es:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 16031 \text{ h} \quad \text{expresada en años : } \tau = 1,86$$

b) El número de protones del núcleo disminuye en dos unidades, mientras que el número de neutrones disminuye también dos unidades. El número atómico del núcleo resultante disminuye en dos unidades, mientras que el número másico lo hace en cuatro unidades.

9. a) La velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico cuando el cátodo metálico de una célula fotoeléctrica se ilumina con luz de 572 nm es  $1,19 \cdot 10^5$  m/s. Calcula el trabajo de extracción del cátodo metálico de esta célula en eV.  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg,  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$  J,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s. b) Escribe los nombres de dos de los hechos experimentales de gran interés que la física clásica del siglo XIX no podía explicar.

**Respuesta:**

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,72 \cdot 10^{-7}} = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} (1,19 \cdot 10^5)^2 \quad W_{\text{ext}} = 3,41 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Expresado en eV, el trabajo de extracción será:  $W_{\text{ext}} = \frac{3,41 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,13 \text{ eV}$

10. Si la semivida del elemento radioactivo de una muestra fuese de 5 ms, calcula el tiempo que debería transcurrir para que la actividad de la muestra fuese, con respecto al valor inicial: a) la mitad ; b) la octava parte ; c) la tercera parte.

**Respuesta:**

Teniendo en cuenta que la semivida es:  $T = \frac{0,693}{\lambda}$ , podemos obtener el valor de la constante de desintegración

$$\lambda = \frac{0,693}{5 \cdot 10^{-3}} = 138,6 \text{ s}^{-1}$$

A partir de este valor, tendremos:

- a)  $\frac{A}{2} = A e^{-138,6 \cdot t} \quad t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$   
 b)  $\frac{A}{8} = A e^{-138,6 \cdot t} \quad t = 15 \cdot 10^{-3} \text{ s}$   
 c)  $\frac{A}{3} = A e^{-138,6 \cdot t} \quad t = 7,93 \cdot 10^{-3} \text{ s}$