PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

7 de julio de 2019

1. Gravitación.

1. Un satélite de 900 kg describe una órbita circular de radio $3R_{Tierra}$. a) Calcula la aceleración del satélite en su órbita. b) Deduce y calcula la velocidad orbital para dicho satélite. c) Calcula la energía del satélite en su órbita . Datos: G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m^{2}kg^{-2}; M_{Tierra}=$5.97 \cdot 10^{24}$ kg; R_{Tierra} = 6370 km.

   Respuesta:

   a) La aceleración del satélite en su órbita es:

   $$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 6,37 \cdot 10^6)^2} = 1,09\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

   b) Aplicando el Segundo Principio de la Dinámica, tendremos:

   $$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{3 \cdot 6,37 \cdot 10^6}} = 4564,8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

   c) La energía del satélite es la siguiente:

   $$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 900}{2 \cdot 3 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 9,38 \cdot 10^9\,\mathrm{J}$$

2. Un pequeño satélite artificial de 1000 kg de masa, destinado a la detección de incendios, describe una órbita circular alrededor de la Tierra cada 90 minutos. Calcule: a) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite. b) La velocidad y la aceleración del satélite en su órbita. c) La energía que se necesita suministrar al satélite, para posicionarlo en una nueva órbita circular, situada 400 km sobre la superficie de la Tierra. Datos: G = 6.67×10^{-11} N m^2 kg^{-2}; R_T = 6370 km; M_T = $5.98 \cdot 10^{24}$ kg.

   Respuesta:

   a) A partir de la expresión del periodo de la órbita:

   $$t = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

   Podemos deducir el radio de aquella.

   $$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}(90 \cdot 60)^2}{4\pi^2}} = 6,65 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

   La altura respecto a la superficie terrestre será, pues:

   $$h = r - r_T = 6,65 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 280000\,\mathrm{m}$$

   b) La velocidad del satélite es:

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,65 \cdot 10^6}} = 7738\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

   La aceleración es:

   $$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,65 \cdot 10^6)^2} = 9\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

c) La energía en la órbita inicial es:

$$E_1 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,65 \cdot 10^{6}} = -3 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

La energía en la nueva órbita es:

$$E_2 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{2 \cdot 6,77 \cdot 10^{6}} = -2,94 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

La energía necesaria será:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -2,94 \cdot 10^{10} - (-3 \cdot 10^{10}) = 6 \cdot 10^{8}\,\mathrm{J}$$

3. Considere dos electrones separados una distancia arbitraria r y determine el cociente entre los módulos de la fuerza gravitatoria y de la fuerza electrostática que se ejercen mutuamente ambos electrones. Datos: G = 6.67×10^{-11} N m^2 kg^{-2}; K = 9×10^9 N·m^2·C^{-2} q_e = -1.6×10^{-19} C, m_e= 9.11×10^{-31} kg

Respuesta:

Los respectivos módulos de las fuerzas gravitatoria y electrostática entre ambos electrones serán:

$$F_g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}(9,11 \cdot 10^{-31})^2}{r^2} \qquad F_e = \frac{9 \cdot 10^{9}(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{r^2}$$

El cociente será:

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}(9,11 \cdot 10^{-31})^2}{9 \cdot 10^{9}(1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 2,4 \cdot 10^{-43}$$

4. Un pequeño satélite de masa 100 kg describe una órbita circular de radio 24000 km en torno a la Tierra. Determine el módulo de la fuerza gravitatoria que sufre el satélite debido a la interacción con la Tierra y con la Luna cuando se encuentran los tres cuerpos alineados en la forma Luna-satélite-Tierra. La distancia Tierra-Luna es de 384400 km. Datos: G = $6.67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; M_{Tierra}= $5{,}98\cdot10^{24}$ kg; M_{Luna}=$7.35\cdot10^{22}$ kg.

Respuesta:

Cuando los tres cuerpos se encuentran alineados, el satélite se encontrará a una distancia de 24000 km respecto al centro de la Tierra, y 384400 - 24000 = 360400 km del centro de la Luna. En estas condiciones, el módulo de la fuerza gravitatoria sobre el satélite debida a la Tierra y la Luna será:

$$\mathrm{F} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11} \cdot 5,98\cdot10^{24} \cdot 100}{(2,4 \cdot 10^{7})^2} - \frac{6{,}67\cdot10^{-11} \cdot 7,35\cdot10^{22} \cdot 100}{(3,604,4 \cdot 10^{8})^2} \simeq 69,25\,\mathrm{N}$$

5. Se lanza un satélite artificial, desde la superficie de un planeta recientemente colonizado, hacia una región del espacio libre de la influencia gravitatoria de los otros cuerpos celestes. La masa del planeta es dos veces la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. El satélite se lanza con una velocidad de 18 km/s. a) Calcule la velocidad de escape del planeta ¿Se escapa el satélite artificial de dicho planeta? b) Si en el momento del lanzamiento el satélite tiene una energía cinética de 10^{11} J, calcule su masa y la fuerza que ejerce el planeta sobre él. c) Admitiendo que el satélite queda ligado al planeta en una órbita circular, y recordando que fue lanzado con una velocidad de 18 km/s, calcule el radio de dicha órbita. Datos: G = $6.67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; M_{Tierra}= $5.98\cdot10^{24}$ kg; R_{Tierra}= 6371 km.

Respuesta:

a) La velocidad de escape del planeta es:

$$\mathrm{v}=\sqrt{\frac{2\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}}=\sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 2\cdot 5{,}98{\cdot}10^{24}}{6,371\cdot 10^{6}/2}}=\color{red}{22380\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}$$

El satélite no escapa de la atracción gravitatoria del planeta, pues la velocidad que se le comunica es menor que la velocidad de escape.

b) La energía cinética es:

$$10^{11}=\frac{1}{2}\mathrm{m}\cdot(1,8\cdot 10^{4})^{2}\qquad \color{red}{\mathrm{m}=617,3\,\mathrm{kg}}$$

c) La energía en la superficie del planeta es:

$$\mathrm{E}=-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}}+\frac{1}{2}\mathrm{mv}^{2}=-\frac{6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 2\cdot 5{,}98{\cdot}10^{24}\cdot 617,3}{6,371\cdot 10^{6}/2}+10^{11}=-5,46\cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-5,46\cdot 10^{10}=-\frac{6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 2\cdot 5{,}98{\cdot}10^{24}\cdot 617,3}{2\mathrm{r}}\qquad \mathrm{r}=\color{red}{4,51\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}}$$

6. Deduzca, a partir de la segunda ley de Newton, la expresión para la velocidad v que lleva un cuerpo de masa m que describe una órbita circular de radio R alrededor de un planeta de masa Mp. Determine el radio de un planeta de masa Mp = 2 10^{20} kg, sabiendo que un satélite orbita a su alrededor con una velocidad de 10^2 m/s a una altura de 500 km.Datos G = 6.67 $\cdot 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$

Respuesta:

Aplicando la 2ª Ley de Newton:

$$\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{R}^{2}}=\mathrm{m}\frac{\mathrm{v}^{2}}{\mathrm{R}}\qquad \mathrm{v}=\sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{R}}}$$

Conocida la velocidad del satélite, podemos escribir:

$$10^{2}=\sqrt{\frac{6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{20}}{(\mathrm{R}+5\cdot 10^{5})}}\qquad \color{red}{\mathrm{R}=8,34\cdot 10^{5}\mathrm{m}}$$

7. Deduzca, a partir de la ley de conservación de la energía, la expresión para la velocidad de escape de un cuerpo de masa m respecto de un planeta de masa M y radio R.

Respuesta:

La suma de las energías cinética y potencial en la superficie de un planeta es la siguiente:

$$-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{R}}\text{‘}\frac{1}{2}\mathrm{mv}^{2}$$

Cando se comunique al cuerpo la velocidad de escape, aquél se alejará hasta una distancia infinita del planeta. Si suponemos que el cuerpo llega al infinito con velocidad cero, su energía total será:

$$-\frac{\mathrm{GMm}}{\infty}+0=0$$

Igualando las energías:

$$-\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{R}}\text{‘}\frac{1}{2}\mathrm{mv}^{2}=0\quad \text{con lo que :}\qquad \color{red}{\mathrm{v}=\sqrt{\frac{2\mathrm{GM}}{\mathrm{R}}}}$$

8. Dos satélites idénticos A y B están moviéndose en órbitas circulares de distinto radio ($R_A < R_B$) alrededor de la Tierra. Razone, a partir de las ecuaciones apropiadas, cuál de los dos se mueve a mayor velocidad y cuál con mayor periodo. Justifique las respuestas.

   Respuesta:

   Igualando la fuerza al producto de la masa por la aceleración centrípeta, tendremos:

   $$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

   De donde podemos despejar la velocidad orbital::

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

   De donde se deduce que, cuanto mayor sea el radio de la órbita, menor será la velocidad orbital. De esta forma, el satélite que describe una órbita de radio R_B tendrá una menor velocidad orbital.
   Igualando las expresiones de velocidad:

   $$v = \frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} \qquad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

   Veremos que cuanto mayor sea el radio de la órbita, mayor será el periodo de la misma. Así, el satélite de radio R_B tendrá un mayor periodo orbital.

9. Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre de modo que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas. Así se consigue que siempre se encuentre sobre el mismo punto respecto a la Tierra (satélite geoestacionario). a) ¿Cuál debe ser el radio de su órbita? b) ¿Cuánta energía es necesaria para situarlo en dicha órbita? c) ¿Cuál es la energía mecánica en dicha órbita? Datos: G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2}; MT = 5,96 · 10^{24} kg; R_T = 6371 km

   Respuesta:

   a) El radio de la órbita se deduce de:

   $$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \qquad 86400^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,96{\cdot}10^{24}} \qquad r = 4,22 \cdot 10^7 \mathrm{m}$$

   b) La energía necesaria de deduce del principio de conservación de la energía:

   $$-\frac{GMm}{r_T} + W = -\frac{GMm}{2r}$$

   Sustituyendo valores:

   $$-\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,96{\cdot}10^{24} \cdot 20}{6,371 \cdot 10^6} + W = -\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,96{\cdot}10^{24} \cdot 20}{2 \cdot 4,22 \cdot 10^7}$$

   Despejando, obtendremos:

   $$W = 1,15 \cdot 10^9 \mathrm{J}$$

   c) La energía mecánica en la órbita es:

   $$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,96{\cdot}10^{24} \cdot 20}{2 \cdot 4,22 \cdot 10^7} = -9,42 \cdot 10^7 \ \mathrm{J}$$

10. La Estación Espacial Tiangong-2 (Palacio Celestial) tiene una masa de 20000 kg. Si se pone en órbita a 400 km sobre el ecuador de la Tierra, calcule: a) La velocidad y la aceleración orbital de la estación. b) El número de vueltas que da la estación alrededor de la Tierra en 24 horas. c) La energía necesaria para trasladar la estación desde la órbita de 400 km a una órbita geoestacionaria. Datos: G = $6{,}67{\cdot}10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; R_T = 6370 km; M_T = $5{,}97{\cdot}10^{24}$ kg.

Respuesta:

a) La velocidad orbital es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,97{\cdot}10^{24}}{6,37 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5}} = 7669,3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

La aceleración es:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{7669,3^2}{6,37 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5} = 8,69\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

b) El periodo será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(6,37 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)}{7669,3} = 5546\,\mathrm{s}$$

En un día, el número de órbitas será:

$$n = \frac{86400}{5546} = 15,57$$

c) Para una órbita geoestacionaria, se cumple que T = 86400 s, por lo que, aplicando la tercera ley de Kepler:

$$86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,97{\cdot}10^{24}}} \qquad r = 4,22 \cdot 10^7\mathrm{m}.$$

Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$-\frac{GMm}{2r_0} + E = -\frac{GMm}{2r_1}$$

Sustituyendo en la anterior igualdad:

$$E = \frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,97{\cdot}10^{24} \cdot 20000}{2\,(6,37 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)} - \frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,97{\cdot}10^{24} \cdot 20000}{2 \cdot 4,22 \cdot 10^7} = 4,94 \cdot 10^{11}\,\mathrm{J}$$

11. Determine la velocidad con la que hay que lanzar un cuerpo desde la superficie de la Tierra para colocarlo en una órbita circular de radio R=20000 km. Datos: G = $6{,}67{\cdot}10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}; M_{Tierra} = $5{,}97{\cdot}10^{24}$ kg; R_{Tierra} = 6370 km.

Respuesta:

Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$-\frac{GMm}{r_0} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{2R}$$

Sustituyendo en la anterior igualdad:

$$v^2 = 2\left[\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,97{\cdot}10^{24}}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{6,67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,97{\cdot}10^{24}}{2 \cdot 2 \cdot 10^7}\right] = 1,05 \cdot 10^8$$

$$v = \sqrt{1,05 \cdot 10^8} = 10252\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Tenemos una onda armónica unidimensional que se transmite en el sentido positivo del eje X. Escribe su ecuación y explica, ayudándote de la ecuación, los conceptos de amplitud, longitud de onda y periodo.

   Respuesta:

   La ecuación de la onda que se propaga en sentido positivo del eje X tiene la forma:

   $$y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0)$$

   El signo - delante del término kx está relacionado con el sentido de propagación de la onda, en este caso, el sentido de propagación es el sentido positivo del eje X. A es la amplitud, la amplitud, es decir la máxima elongación de un punto. ω es la pulsación, relacionada con el periodo de la forma: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, siendo el periodo el tiempo que un punto tarda en repetir el mismo estado de vibración. La longitud de onda, λ, es la distancia que existe entre dos puntos que se encuentran en el mismo estado de vibración. En la ecuación de la onda , el valor k está relacionado con la longitud de onda por la expresión: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$. Por último,$\varphi_0$es la fase inicial, relacionada con el valor de la elongación para los valores nulos de x y t.

2. Una onda armónica senoidal transversal se propaga en sentido positivo del eje X con una frecuencia de 10 Hz, una velocidad de propagación de 20 m/s, una amplitud de 5 cm y fase inicial nula. Determine: a) La ecuación de la onda. b) La velocidad de vibración de un punto situado en x = 10 cm en el instante t = 0,15 s. c) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un determinado instante, es π / 3 rad.

   Respuesta:

   a) La ecuación de la onda es la siguiente:

   $$y = 0,05\,\mathrm{sen}\,(20\pi t - \pi x)$$

   b) La velocidad de vibración es:

   $$v = \frac{dy}{dt} = 0,05 \cdot 20\pi\,\cos\,(3\pi - 0,1\pi) = -2,99\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   c) La longitud de onda es: λ = v/ν = 20/10 = 2 m. Teniendo en cuenta que, a una longitud de onda le corresponde una diferencia de fase de 2π radianes, podremos escribir:

   $$\frac{2\,m}{2\pi\,rad} = \frac{\Delta x}{\pi/3} \qquad \Delta x = 1/3\,\mathrm{m}$$

3. Una onda sinusoidal y transversal se propaga en un medio material con una amplitud de 2 cm y una velocidad de 1.5 m/s. Si se observa que la distancia entre crestas consecutivas es de 50 cm, determine: a) El periodo y la frecuencia de la onda. b) La ecuación de la onda, sabiendo que la elongación en el instante inicial (t = 0) es nula en el origen (x = 0). c) La velocidad de una partícula del medio que se encuentra en el origen en el instante t = 2 s.

   Respuesta:

   a) De los datos suministrados por el enunciado, se pueden establecer los siguientes parámetros:

   $$\mathrm{A} = 0,02\,\mathrm{m} \quad \lambda = 0,5\,\mathrm{m} \quad \nu = \frac{\mathrm{v}}{\lambda} = \frac{1,5}{0,5} = 3\,\mathrm{s^{-1}} \quad \mathrm{T} = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{3}\,\mathrm{s}$$

   b) La ecuación de la onda es del tipo: y = A sen (ω t - kx + φ). Puesto que para t = 0 y x = 0, la elongación es y = 0, tendremos: 0 = A sen φ, con lo que $\varphi = 0$. Los valores de ω y k serán, respectivamente:

   $$\omega = 2\pi\nu = 6\pi\mathrm{s^{-1}} \qquad \mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi\,\mathrm{m^{-1}}$$

Así pues, la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$y = 0,02\,\text{sen}\,(6\pi t - 4\pi x)$$

c) La velocidad transversal será:

$$v_t = \frac{dy}{dt} = 0,02 \cdot 6\pi \cos(6\pi t - 4\pi x)$$

Sustituyendo x por 0 y t por 2:

$$v_t = 0,12\pi \cos 12\pi = 0,12\pi\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

4. La ecuación de una onda viene dada por y(x,t) = 0,5 sen (0,628 t - 0,785 x), donde la posición x está expresada en metros y el tiempo t en segundos. Obtenga la amplitud, la longitud de onda, el periodo, la fase inicial y la velocidad de la onda.

   Respuesta:

   Los parámetros pedidos son los siguientes:

$$A = 0,5\,\text{m} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,785} = 8\,\text{m}^{-1} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\,\text{pi}}{0,628} = 10\,\text{s}$$

$$\varphi_0 = 0 \quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{0,628}{0,785} = 0,8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5. Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un período de 0,2 s y se propaga en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 30 m/s. En el instante t = 0, la partícula de la cuerda en x = 0 tiene una elongación negativa de 0,02 m y una velocidad de oscilación negativa de 2 m/s. a) ¿Cuál es la amplitud de la onda? ¿Y la fase inicial? b) ¿Cuál es la velocidad de oscilación máxima de un punto de la cuerda? c) Escriba la ecuación de la onda correspondiente.

   Respuesta: a) La ecuación de la onda es del tipo:

$$y = A\,\text{sen}\,(\omega t + kx + \varphi_0)$$

   La pulsación es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi\ \text{s}^{-1}$.
   Para x = 0 y t = 0, tendremos:

$$-0,02 = A\,\text{sen}\,\varphi_0 \qquad \text{y} \qquad v = .A\omega\cos\varphi_0 = -2$$

   Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{\text{tg}\,\varphi_0}{10\pi} = 0,01 \qquad \varphi_0 = 0,1\pi$$

   Como el seno y el coseno del ángulo son negativos, el ángulo debe corresponder al tercer cuadrante, por tanto:

$$\varphi_0 = \pi + 0,1\pi = 1,1\pi\,\text{rad} \qquad A = \frac{-0,02}{\text{sen}\,1,1\pi} = 0,065\,\text{m}$$

   b) La velocidad de vibración máxima será:

$$v_{\text{máx}} = A\omega = 0,065 \cdot 10\pi = 2,04\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

   c) Sustituyendo los valores proporcionados por el enunciado, tendremos la siguiente ecuación:

$$y = 0,065\,\text{sen}\left(10\pi t + \frac{\omega}{v}x + 1,1\pi\right) = 0,065\,\text{sen}\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}x + 1,1\pi\right)$$

6. Por una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación es y(x,t) = 0,8 sen (6t + 10x − π/2), donde x e y se miden en metros y t en segundos. Calcule: a) El periodo, la frecuencia, el número de onda y la longitud de onda. b) La velocidad de propagación de la perturbación, así como la velocidad máxima de cualquier punto de la cuerda. c) La diferencia de fase, en un instante dado, entre dos puntos de la cuerda separados entre sí una distancia de 30 cm.

Respuesta:

a) Comparando la ecuación general con la que nos da el enunciado:

$$\mathrm{y(x,t)} = \mathrm{A\,sen}\left(2\pi\nu \mathrm{t} - \frac{2\pi}{\lambda} + \varphi_0\right) \qquad \mathrm{y(x,t)} = 0,8\,\mathrm{sen}\left(6\mathrm{t} + 10\mathrm{x} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Obtenemos los siguientes valores: $\nu = \dfrac{6}{2\pi}\,\mathrm{s^{-1}}$; $\mathrm{T} = \dfrac{1}{\nu} = \dfrac{\pi}{3}\,\mathrm{s}$; $\mathrm{k} = 10\,\mathrm{m^{-1}}$; $\lambda = \dfrac{2\pi}{10}\,\mathrm{m}$

b) La velocidad de propagación se obtiene de: $\mathrm{v} = \dfrac{\lambda}{\mathrm{T}} = \dfrac{0,2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 0,6\,\mathrm{m/s}$. La velocidad de cualquier punto de la cuerda es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,8 \cdot 6\cos\left(6\mathrm{t} + 10\mathrm{x} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Siendo $v_{máx}$ =4,8 m/s.

c) Para calcular la diferencia de fase, utilizaremos la siguiente igualdad:

$$\frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{\lambda\,\mathrm{m}} = \frac{\Delta\varphi}{\mathrm{x\,m}} \qquad \Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot 0,30}{0,2\pi} = 3\,\mathrm{rad}$$

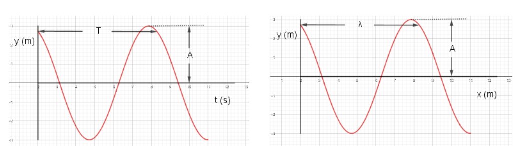
7. Escriba la ecuación de una onda armónica que se propaga a lo largo del eje X en sentido positivo y explique ayudándose de las gráficas oportunas, los conceptos de amplitud, longitud de onda, periodo y fase inicial.

Respuesta:

La ecuación de la onda es:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A\,sen}\left(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx} + \varphi_0\right) = \mathrm{A\,sen}\left(\frac{2\pi}{\mathrm{T}}\mathrm{t} - \frac{2\pi}{\lambda}\mathrm{x} + \varphi_0\right)$$

En las siguientes representaciones gráficas se reflejan los conceptos pedidos en el enunciado:

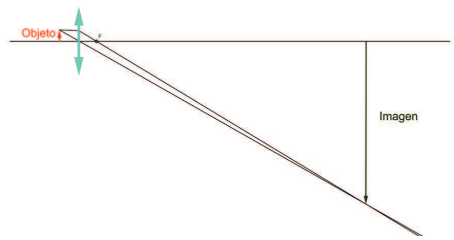


La amplitud (A) es la máxima separación de un punto respecto a la posición de equilibrio. la longitud de onda (λ) es la distancia entre dos puntos consecutivos en el mismo estado de vibración. El periodo (T) es el tiempo que transcurre para que un punto del medio repita su estado de vibración. La fase inicial (φ_0) está relacionada con el valor de la elongación, y, para los valores de x = 0 m y t = 0 s,.

3. Óptica.

1. Una lente convergente de un proyector de diapositivas que tiene una distancia focal de +16 cm, proyecta la imagen nítida de una diapositiva de 3 cm de alto, sobre una pantalla que se encuentra a 4 m de la lente. a) Dibuja un diagrama de rayos de forma aproximada de la situación planteada. b) ¿A qué distancia de la lente está colocada la diapositiva (objeto)? c) ¿Cuál es el aumento de la imagen formada por el proyector en la pantalla?

   Respuesta: a) El diagrama aproximado sería:

   b) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

   $$\frac{1}{s}-\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \quad \frac{1}{s}-\frac{1}{4}=\frac{1}{-0,16} \rightarrow s=-0,17\,\mathrm{m}$$

   c) El aumento lateral es el siguiente:

   $$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{4}{-0,17}=-23,52$$

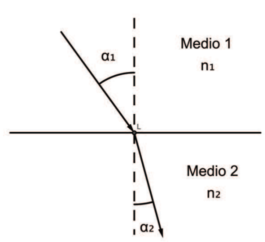
2. Representa gráficamente la refracción de las ondas electromagnéticas. En qué condiciones se produce la reflexión total de la luz.

   Respuesta:

   La Ley de Snell relaciona los ángulos de incidencia y de refracción de la forma:

   $$\frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_2}=\frac{n_2}{n_1}$$

   Siendo α_1 el ángulo de incidencia y α_2 el ángulo de refracción. La reflexión total de la luz se producirá a partir de un ángulo de incidencia para el cual, el ángulo de refracción sea de 90º. Ésto solo se producirá cuando la onda pase de un medio de mayor a otro de menor índice índice de refracción. La representación puede ser del tipo:

3. En el banco óptico del laboratorio se dispone de una lente convergente cuya distancia focal vale +20 cm. a) Determine la posición de un objeto de 5 cm de altura que se coloca a 30 cm por delante de la lente. b) Calcule la potencia de la lente, el aumento lateral e indique las características de la imagen (real o virtual; invertida o derecha) c) Dibuje el diagrama de rayos si el objeto se sitúa en la focal de la lente.

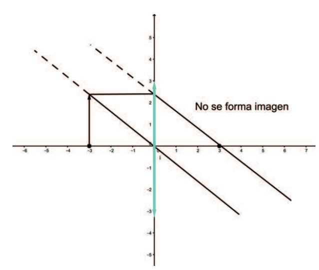
Respuesta:

a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{-0,30} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,2} \qquad s' = 0,6\,\mathrm{m}$$

b) La potencia de la lente es: $\mathrm{P} = 1/\mathrm{f}' =$5 dioptrías. El aumento lateral será: $\mathrm{y}'/\mathrm{y} = \mathrm{s}'/\mathrm{s} = \dfrac{0,6}{-0,3} = -2$. la imagen será real, mayor e invertida.

c) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Determine el ángulo límite para el fenómeno de la reflexión total entre los medios materiales aire y glicerina, cuyos índices de refracción son 1.00 y 1.47 respectivamente.

Respuesta:

Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\alpha_{\mathrm{i}}}{\mathrm{sen}\,90^{\circ}} = \frac{1,00}{1,47} \qquad \alpha_{\mathrm{i}} = 42,86^{\circ}$$

5. Considere una lente delgada cuya distancia focal imagen vale − 20 cm. a) Calcule la potencia de la lente. ¿La lente es convergente o divergente? b) Determine la posición de un objeto de 5 cm de altura que se coloca a 30 cm por delante de la lente. Dibuje el trazado de rayos e indique las características de la imagen (real o virtual, invertida o no invertida). c) Determine el aumento lateral de un objeto de 5 cm de altura que se coloca a 10 cm por delante de la lente. Dibuje el trazado de rayos e indique las características de la imagen (real o virtual, invertida o no invertida).

Respuesta:

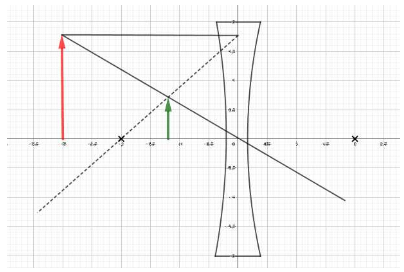
a) La potencia es la inversa de la distancia focal imagen, es decir:

$$\mathrm{P} = \frac{1}{\mathrm{f}'} = \frac{1}{-0,2} = -5\,\mathrm{dp} \qquad \text{La lente es divergente}$$

b) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} - \frac{1}{\mathrm{s}'} = -\mathrm{P} \qquad \frac{1}{-0,3} - \frac{1}{\mathrm{s}'} = 5 \qquad \mathrm{s}' = -0,12\,\mathrm{m}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



La imagen es menor, virtual y derecha.

c) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,1} - \frac{1}{s'} = 5 \qquad s' = -0,067\,\mathrm{m}$$

La ecuación del aumento lateral es:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{y'}{5} = \frac{-0,067}{-0,1} \qquad y' = 3,35\,\mathrm{cm}$$

Al igual que en el apartado b) la imagen es menor, virtual y derecha.

6. Un objeto luminoso de 3 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente delgada, de distancia focal desconocida, de tal manera que se produce sobre la pantalla una imagen de 9 mm de altura. a) Indique la naturaleza de la lente y el tipo de imagen producida, y realice la construcción del diagrama de rayos. b) Calcule el aumento lateral y las distancias objeto-lente y lente-imagen. c) Calcule la distancia focal de la lente y su potencia.

Respuesta:

a) y b) Del enunciado puede deducirse lo siguiente:

$$s + s' = 4\,\mathrm{m} \qquad y = 3\,\mathrm{mm} \qquad y' = 9\,\mathrm{mm}$$

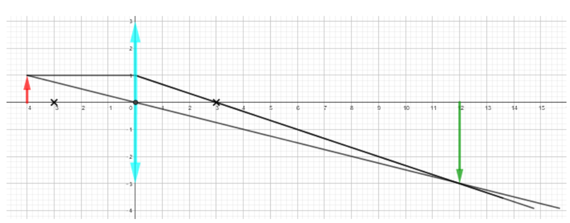
La lente es convergente, pues podemos proyectar la imagen sobre una pantalla. La imagen será invertida, por lo que podremos escribir:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{-9}{3} = \frac{s'}{s} \qquad s' = -3s$$

Utilizando el criterio de signos, podremos escribir: -s + s'= 4 m, con lo cual:

$$-s - 3s = 4 \quad s = -1\,\mathrm{m}$$

El diagrama de rayos será el siguiente:



c) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-1} - \frac{1}{3} = -P \qquad P = 1,33\,\mathrm{dp}$$

La distancia focal imagen será:

$$f' = \frac{1}{1,33} = 0{,}75\,\text{m}$$

7. Un rayo láser de $550\cdot10^{-9}$ m de longitud de onda emite, en el aire, luz monocromática verde. Desde el aire se hace incidir el haz sobre un bloque de vidrio. Si el ángulo de incidencia es de 40º y el de refracción es de 25º, ¿cuál es el índice de refracción del vidrio? ¿Cuál es la longitud de onda de la luz láser en el vidrio?

Respuesta:

Aplicando la segunda ley de la refracción:

$$\frac{\text{sen}\,40}{\text{sen}\,25} = \frac{n}{1} \qquad n = 1,52$$

La frecuencia de la radiación es:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot10^8}{550\cdot10^{-9}} = 5,45\cdot10^{14}\text{s}^{-1}$$

Al no variar la frecuencia, tendremos que, en el vidrio:

$$5,45\cdot10^{14} = \frac{\frac{3\cdot10^8}{1,52}}{\lambda} \qquad \lambda = 3,62\cdot10^{-7}\text{m}$$

8. Una lente convergente forma, de un objeto, una imagen real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto que en la situación anterior. Determine: a) La distancia focal imagen y la potencia de la lente. b) La distancia del objeto a la lente en las dos situaciones comentadas. Las respectivas distancias imagen. c) Los trazados de rayos correspondientes.

Respuesta:

a) El aumento lateral en ambos casos será, respectivamente:

$$\frac{y'_1}{y} = -4 = \frac{s'}{s} \qquad \frac{y'_2}{y} = 4 = \frac{s'}{s+0,03}$$

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas en ambos casos:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{s} - \frac{1}{-4s} = -P = \frac{1}{s+0,03} - \frac{1}{4(s+0,03)}$$

$$\frac{5}{4s} = \frac{3}{4(s+0,03)} \qquad s=-0{,}075\,\text{m}$$

El objeto se encontrará a **7,5 cm** de la lente, en el primer caso, y a **4,5 cm** en el segundo. Las respectivas distancias imagen son: $s'_1 = 30$ **cm**, y $s'_2 = -18$ **cm**.

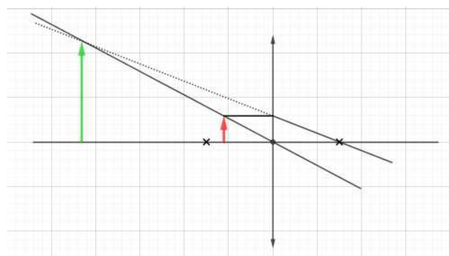
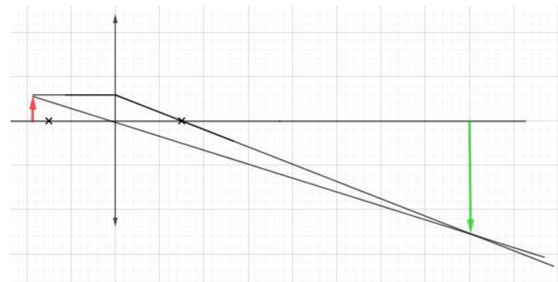
b) La potencia de la lente es:

$$P = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,3} + \frac{1}{0,075} = 16,67\,\text{dp}$$

La distancia focal imagen es:

$$f' = \frac{1}{P} = 0,06\,\text{m}$$

c) los respectivos diagramas de rayos son:

9. Considere una lente divergente. Dibuje el diagrama de rayos para formar la imagen de un objeto de altura h situado a la izquierda del foco, y también, situado a la derecha del foco. Indique, razonadamente, que tipo de imagen se forma en cada caso.

Respuesta:

Los respectivos diagramas de rayos son los mismos que pueden verse en el ejercicio anterior. La imagen de la izquierda corresponde al objeto a la derecha del foco, mientras que la imagen de la derecha corresponde al objeto situado a la izquierda del foco.. En el primer caso, la imagen es **mayor, real e invertida**, mientras que en segundo, la imagen es **mayor, derecha y virtual**.

10. Un objeto de 4 cm de altura se coloca a 0,5 cm de una lente delgada produciendo una imagen derecha de 10 cm de alto: a) ¿A qué distancia de la lente se forma la imagen del objeto? b) ¿Se trata de una lente convergente o divergente? ¿Cuánto valen la distancia focal y la potencia de la lente? c) Dibuje el trazado de rayos y determine la posición a la que debe situarse el objeto respecto de la lente para que su imagen se forme en el infinito.

Respuesta:

a) Para determinar la distancia imagen, utilizamos la expresión del aumento lateral:

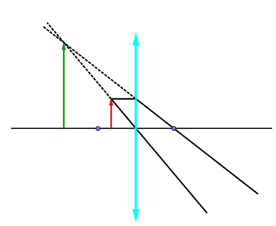
$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} \qquad \frac{10}{4} = \frac{\mathrm{s}'}{-0,5} \qquad \mathrm{s}' = -1,25\,\mathrm{m}$$

b) La lente debe ser **convergente**, pues una lente divergente nunca da imágenes de mayor tamaño que el objeto. La potencia y la distancia focal se obtienen de:

$$\frac{1}{-0,5} - \frac{1}{-1,25} = -\mathrm{P} \qquad \mathrm{P} = 1,2\,\mathrm{dp}$$

$$\mathrm{f}' = \frac{1}{\mathrm{P}} = 0,83\,\mathrm{m}$$

c) El diagrama de rayos es el siguiente:



Para que la imagen se forme en el infinito, el objeto debe situarse **en el foco**.

4. Electromagnetismo.

1. Qué relación debe existir entre el campo magnético y eléctrico al actuar sobre una partícula cargada para que ésta se mueva con movimiento rectilíneo uniforme.

   Respuesta:

   Para que la partícula cargada se mueva con movimiento rectilíneo y uniforma, es preciso que la fuerza sobre ella, debida a los dos campos, sea nula, es decir:

   $$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

   Por tanto, los campos eléctrico y magnético deben ser perpendiculares entre sí, y el vector $\vec{E}$ debe tener la misma dirección y sentido contrario que el vector $\vec{v} \times \vec{B}$

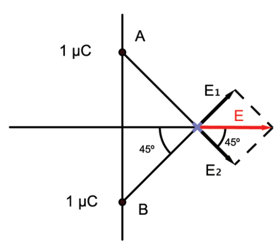
2. Una carga puntual de 10^{-6} C está situada en el punto A(0,2) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de 10^{-6} C está situada en B (0,-2). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula: a) El valor del potencial electrostático en un punto C (2,0). b) El vector intensidad de campo eléctrico en un punto C (2,0). c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga puntual de 1 C desde el punto anterior (2,0) al punto D (1,1). Datos: K=$9{\cdot}10^9$N m^{2}C^{-2}.

   Respuesta:

   a) El potencial electrostático en (2,0) será:

   $$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} = 6363\,\mathrm{V}$$

   b) El campo eléctrico en el punto C está representado en la siguiente imagen: Los módulos de $\vec{E_1}$ y $\vec{E_2}$



   tienen el mismo valor:

   $$\left|\vec{E_1}\right| = \left|\vec{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\left(\sqrt{2^2 + 2^2}\right)^2} = 1125\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

   Dado que el módulo de cada uno de los campos es el mismo y que el ángulo formado por dichos vectores con el eje X es de 45º, las componentes verticales se anulan entre sí, quedando:

   $$\vec{E} = 2\left|\vec{E_1}\right| \cos 45^{\circ}\, \vec{i} = 1591\, \vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

   c) El trabajo necesario será: $W = q(V_1 - V_2)$, siendo:

   $$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} = 6363\,\mathrm{V} \qquad V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{10}} = 9210\,\mathrm{V}$$

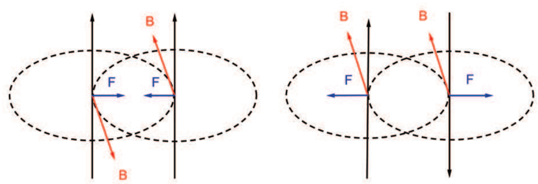
   Por tanto:

   $$W = 1\,(6363 - 9210) = -2847\,\mathrm{J}$$

3. Describe qué le pasará a dos conductores rectilíneos y paralelos por los que circula corriente continua en el mismo sentido y en sentido contrario.

Respuesta:

En la siguiente representación gráfica podemos comprobar que, en aplicación de la regla de la mano izquierda, la fuerza entre conductores por los que circulan corriente paralelas es de atracción, mientras que si las corrientes con antiparalelas, la fuerza es de repulsión.



4. Considere dos conductores rectilíneos y paralelos recorridos por intensidades de corriente del mismo sentido y valor $I_1 = I_2 = 2$ A. Determine la distancia d de separación entre ambos conductores, sabiendo que el módulo de la fuerza magnética por unidad de longitud vale $5 \cdot 10^{-6}$ N/m. Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ m·kg·C^{-2}.

Respuesta:

La fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{l} = 5 \cdot 10^{-6} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi d} \quad d = 0,16\,\mathrm{m}$$

5. Calcule la fuerza con la que se atraen un protón y un electrón separados entre sí una distancia de $1.5 \cdot 10^{-10}$ m ¿Cuál es la energía potencial electrostática de este sistema de cargas? Datos: K= $9 \cdot 10^{9}$ N·m^2·C^{-2}; $q_e = -1.602 \cdot 10^{-19}$ C; $q_p = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C.

Respuesta:

la fuerza de atracción es:

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 (1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(1,5 \cdot 10^{-10})^2} = 1,03 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}$$

La energía potencial electrostática es:

$$U = \frac{Kqq'}{r} = -\frac{9 \cdot 10^9 (1,602 \cdot 10^{-19})^2}{1,5 \cdot 10^{-10}} = 1,54 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

6. Un electrón se mueve en un campo magnético uniforme $\overrightarrow{B} = -0,8\,\overrightarrow{j}$ T. Si en un instante dado su velocidad es $\overrightarrow{v} = 4 \times 10^4\,\overrightarrow{i}$ (m/s) , determine para el electrón: a) El vector aceleración. b) La energía cinética. c) El radio de la trayectoria que describe al moverse en el campo. Dibuje la trayectoria que describe el electrón, así como su velocidad y aceleración en un punto de la misma. Datos: $q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C ; $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg.

Respuesta:

a) La fuerza sobre el electrón es:

$$\overrightarrow{F} = q\,(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19}\left[(4 \cdot 10^4\,\overrightarrow{i}) \times (-0,8\,\overrightarrow{j})\right] = -1,6 \cdot 10^{-19}(-3,2\,\overrightarrow{k}) = 5,12 \cdot 10^{-19}\overrightarrow{k}\,\mathrm{N}$$

la aceleración será:

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{F}}{m} = \frac{5,12 \cdot 10^{-19}\overrightarrow{k}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 5,62 \cdot 10^{11}\,\overrightarrow{k}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

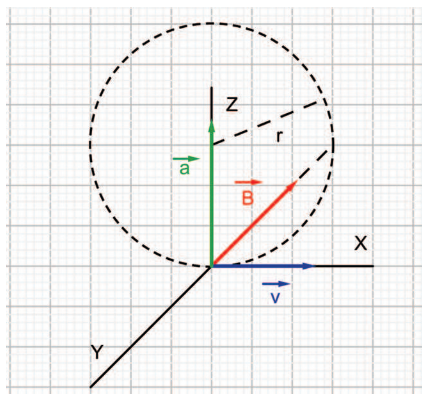
b) La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}9,11 \cdot 10^{-31}(4 \cdot 10^4)^2 = 7,29 \cdot 10^{-22}\,\mathrm{J}$$

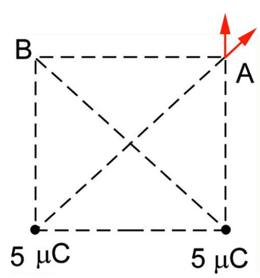
c) El radio de la trayectoria tendrá el valor:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8} = 2,85 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

la trayectoria seguida por el electrón puede ser representada de la forma siguiente:



7. Considere la distribución de dos cargas dispuestas sobre dos vértices de un cuadrado de lado L=1m, como se muestra en la figura. Calcule: a) El vector intensidad de campo eléctrico en el punto A. b) El potencial eléctrico en el punto A. c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de -1C desde el punto A hasta el punto B. Datos: K=9·10^9 N m^2 C^{-2}.



Respuesta:

a) De la anterior representación gráfica puede deducirse que:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2}(\overrightarrow{i}\cos 45^{\circ} + \overrightarrow{j}\,\mathrm{sen}\,45^{\circ}) + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1}\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{E} = 1,59 \cdot 10^4\overrightarrow{i} + 6,09 \cdot 10^4\overrightarrow{j}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

b) El potencial eléctrico en el punto A es:

$$\mathrm{V_A} = \mathrm{V_1} + \mathrm{V_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1} = 7,68 \cdot 10^5\,\mathrm{V}$$

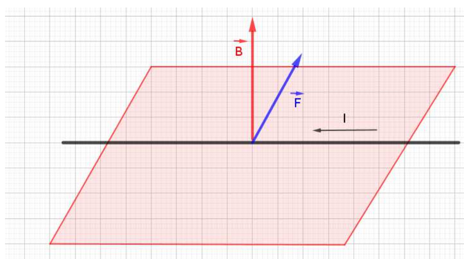
c) El potencial en el punto B tiene el mismo valor que en el punto A, por lo que:

$$W = q\,(V_A - V_B) = 0\,\text{V}$$

8. Considere un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una corriente eléctrica de 5 A. Está inmerso en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme de 2 T. Si el conductor está colocado en un plano perpendicular al campo magnético, dibuje en un esquema: el conductor (indicando el sentido de la corriente), el campo magnético y la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor. Calcule el módulo de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre un trozo de conductor rectilíneo de longitud 1 m.

Respuesta:

a) El esquema es el siguiente:



El módulo de la fuerza es el siguiente:

$$F = IlB = 5 \cdot 1 \cdot 2 = 10\,\text{N}$$

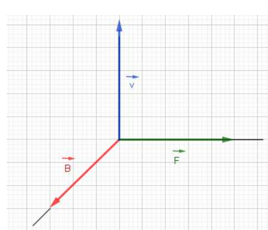
9. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dado por $B = 2{\cdot}10^{-5}$ i (T) . Calcule el vector fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga $q = 10^{-6}$ C que entra en dicha región del espacio con una velocidad $\vec{v} = 5 \times 10^5\ \vec{k}$ (m / s) . Represente en un dibujo los vectores velocidad y fuerza asociados a la partícula, el vector campo magnético y la trayectoria que describe la partícula.

Respuesta:

a) La fuerza ejercida sobre la carga será:

$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = 10^{-6}\left(5{\times}10^5\vec{k} \times 2 \cdot 10^{-5}\vec{i}\right) = 10^{-5}\,\vec{j}\,\text{N}$$

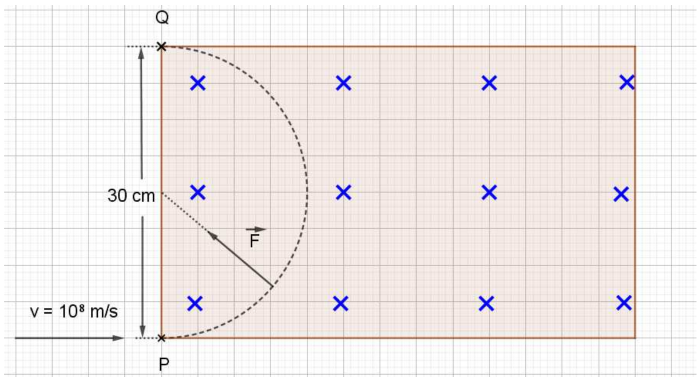
La representación gráfica de los vectores es la siguiente:



La carga describirá una trayectoria circular, cuyo radio es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

10. Un protón se mueve en una región del espacio libre de campos de fuerzas con una velocidad de 10^8 m·s^{-1}, en la dirección y sentido indicados en la figura. Al alcanzar el punto P entra en una región donde hay un campo magnético uniforme, perpendicular al papel y hacia dentro, siendo la velocidad del protón perpendicular a dicho campo. Sabiendo que el protón describe una órbita circular en el interior de dicha región , determine: a) La intensidad o módulo del campo magnético B para que el protón llegue al punto Q situado a 30 cm del punto P. b) El módulo de la fuerza que actúa sobre el protón, así como su aceleración. Dibuje ambas magnitudes vectoriales en algún punto de la trayectoria. c) El tiempo que permanecerá el protón en el interior de la región donde hay campo magnético. Datos: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C



Respuesta:

a) El radio de la trayectoria será: r = 0,15 m, y podremos igualarlo a:

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad \text{de donde :} \qquad B = \frac{mv}{qr} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^8}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,15} = 6,96\,\mathrm{T}$$

El módulo de la fuerza será:

$$\left|\vec{F}\right| = qvB = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^8 \cdot 6,96 = 1,11 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{N}$$

$$|\vec{a}| = \frac{F}{m} = \frac{1,11 \cdot 10^{-10}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 6,64 \cdot 10^{16}\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

c) El periodo de la órbita circular es:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,15}{10^8} = 9,42 \cdot 10^{-9}\mathrm{s}$$

Puesto que el protón recorre una semicircunferencia, el tiempo que se encontrará el protón bajo la acción del campo eléctrico será:

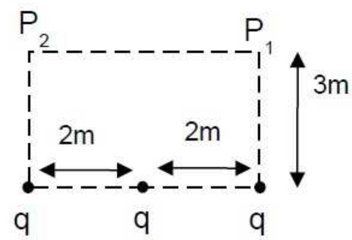
$$t = \frac{T}{2} = 4,71 \cdot 10^{-9}\mathrm{s}$$

11. Se tienen tres cargas puntuales idénticas localizadas en los puntos que se indican en el dibujo adjunto. Calcule: a) El potencial eléctrico en el punto P_2. b) La intensidad del campo eléctrico en el punto P_1. c) El trabajo necesario que debe realizar el campo eléctrico para trasladar una cuarta carga q' desde el infinito hasta el punto P_2. Datos: q = +1C; q' = 2C; K=$9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2; 1 μC=10^{-6}C

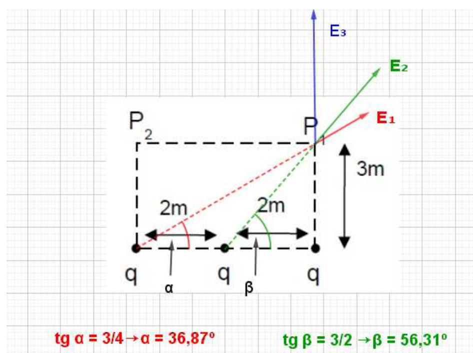
Respuesta:

a) El potencial en en punto P_2 será:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2^2 + 3^2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 7269,2\,\mathrm{V}$$



b) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podremos deducirlo siguiente:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$$

$$\vec{E} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left(\frac{\vec{i} \cos 36,87^{\text{o}} + \vec{j} \,\text{sen}\, 36,87^{\text{o}}}{25}) + \frac{\vec{i} \cos 56,31^{\text{o}} + \vec{j} \,\text{sen}\, 56,31^{\text{o}}}{13} + \frac{\vec{j}}{9} \right)$$

$$\vec{E} = 668,9\,\vec{i} + 1790,6\,\vec{j}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

c) El trabajo necesario será:

$$\mathrm{W = q(V_\infty - V) = 2 \cdot 10^{-6}(0 - 7269,2) =, 015\ J}$$

12. En una región del espacio hay un campo magnético uniforme de 5 T. Calcule el flujo del campo magnético a través de un cuadrado de lado 1 m dispuesto de forma: a) Perpendicular al campo magnético. b) Formando un ángulo de 45º con el campo magnético.

Respuesta:

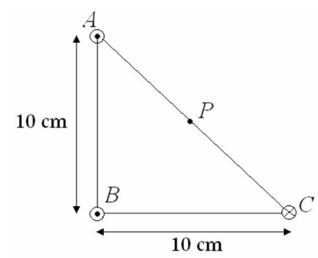
a) El flujo de un campo magnético a través de una superficie es:

$$\varphi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \mathrm{BS\cos}\alpha$$

Siendo α el ángulo formado por los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$. Hay que tener en cuenta que el vector $\vec{S}$ es perpendicular a la superficie. Según esto, el flujo será:

$$\varphi_1 = 5 \cdot 1 \cos 0 = 5\,\mathrm{wb} \qquad \varphi_2 = 5 \cdot 1 \cos 45^{\text{o}} = 3,54\,\mathrm{wb}$$

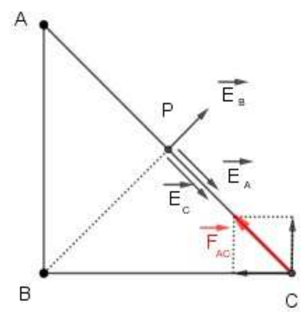
13. Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran en los vértices A, B y C de un triángulo, como se indica en la figura. Las cargas en A y B son de 1nC, mientras que la carga en C es de -1nC. Determine: a) La fuerza electrostática que ejerce la carga que está en A sobre la carga que está en C. b) El campo



electrostático creado por las tres cargas en el punto P (punto medio del segmento AC). c) La energía necesaria para desplazar hasta el punto P la carga que está en C, en presencia de las otras dos cargas. Datos: K = $9{\cdot}10^9$ Nm^2 /C^2

Respuesta:

a) Basándonos en la siguiente representación gráfica:



$$\overrightarrow{F_{AC}} = \left|\overrightarrow{F_{AC}}\right| (-\vec{i}\ \cos 45^{\underline{o}} - \vec{j}\ \mathrm{sen}\ 45^{\underline{o}}) = \frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-9}}{0,1^2+0,1^2}(-\vec{i}\ \cos 45^{\underline{o}} - \vec{j}\ \mathrm{sen}\ 45^{\underline{o}}) = 3{,}87{\cdot}\mathbf{10}^{-7}(-\vec{i} - \vec{j})\ \mathrm{N}.$$

b) Las distancias de cada una de las cargas al punto P son iguales y de valor: r $= \dfrac{\sqrt{0,1^2+0,1^2}}{2} =$ $0,071$ m. La intensidad de campo en el punto P será:

$$\vec{\mathrm{E}} = \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{A}} + \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{B}} + \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{C}}$$

Siendo:

$$\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{A}} = \frac{9\cdot 10^{-9}}{0,071^2}(\vec{i}\ \cos 45^{\underline{o}} - \vec{j}\ \mathrm{sen}\ 45^{\underline{o}}) = 1,26\cdot 10^{-6}\vec{i} - 1,26\cdot 10^{-6}\vec{j}$$

$$\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{B}} = \frac{9\cdot 10^{-9}}{0,071^2}(\vec{i}\ \cos 45^{\underline{o}} + \vec{j}\ \mathrm{sen}\ 45^{\underline{o}}) = 1,26\cdot 10^{-6}\vec{i} + 1,26\cdot 10^{-6}\vec{j}$$

$$\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{C}} = \frac{9\cdot 10^{-9}}{0,071^2}(\vec{i}\ \cos 45^{\underline{o}} - \vec{j}\ \mathrm{sen}\ 45^{\underline{o}}) = 1,26\cdot 10^{-6}\vec{i} - 1,26\cdot 10^{-6}\vec{j}$$

$$\vec{\mathrm{E}} = 3,78\cdot 10^{-6}\vec{i} - 1,26\cdot 10^{-6}\vec{j}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$$

c) La energía necesaria será:

$$\mathrm{W} = \mathrm{U}_0 - \mathrm{U} \qquad \text{Siendo :}$$

$$\mathrm{U}_0 = \frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-9}(-10^{-9})}{0,141} + \frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-9}(-10^{-9})}{0,1} = -1,54\cdot 10^{-7}\mathrm{J}$$

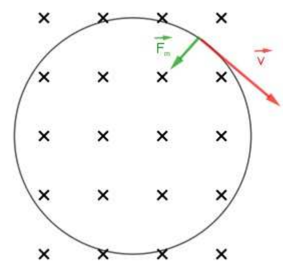
$$\mathrm{U} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-9}(-10^{-9})}{0,071} + \frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-9}(-10^{-9})}{0,071} = -2,54\cdot 10^{-7}\mathrm{J}$$

$$\mathrm{W} = \mathrm{U}_0 - \mathrm{U} = -1,54\cdot 10^{-7} - (-2,54\cdot 10^{-7}) = 10^{-7}\mathrm{J}$$

14. Un electrón recorre un círculo que se encuentra en el interior de una región donde hay un campo magnético uniforme de $2\cdot10^{-4}$ T. El plano que contiene el círculo es perpendicular al campo magnético y el electrón se mueve con una energía cinética de 3 eV. Calcule el radio de la órbita e indique en un dibujo: el círculo, el vector campo magnético, el vector fuerza magnética y el vector velocidad del electrón en un punto de la trayectoria. Datos: $e^- = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C ; me = $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg ; 1 eV = $1{,}60\cdot10^{-19}$ J

Respuesta:

La representación gráfica es la siguiente:



El campo magnético está representado por las aspas y es perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro.
La velocidad del electrón se deduce de:

$$E_c = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,8 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 \qquad v = 1,027 \cdot 10^6 m \cdot s^{-1}$$

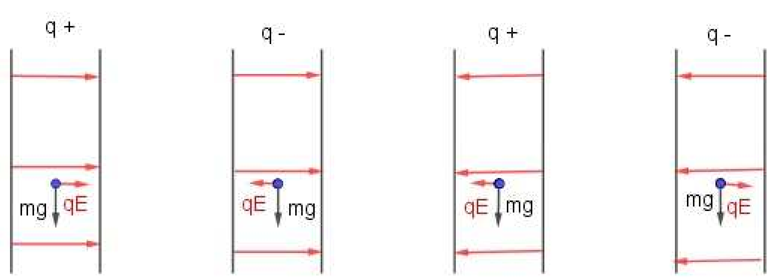
El radio de la trayectoria será:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,027 \cdot 10^6}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 2\cdot10^{-4}} = 0,029\, m$$

15. Entre dos placas cargadas plano-paralelas dispuestas verticalmente existe un campo eléctrico uniforme E en la dirección horizontal, además del campo gravitatorio g. Se coloca una partícula de masa m y carga q entre las placas y se deja en reposo. Realice el diagrama de fuerzas que actúa sobre la partícula y describa el movimiento, y para esto, considere que la partícula pueda tener carga positiva o negativa, y que el campo eléctrico puede estar orientado hacia la derecha o hacia la izquierda.

Respuesta:

Las posibles representaciones gráficas son las siguientes:



16. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme B = $-4\cdot10^{-3}$ i (T). Calcule la fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga q = $2\cdot10^{-6}$ C que pasa por un punto P de dicha

región, según el vector velocidad en P sea $\overrightarrow{v_1} = 4{\cdot}10^4\ \overrightarrow{k}$ (m/s) o $\overrightarrow{v}_2 = 5{\cdot}10^4\ \overrightarrow{j}$(m/s)

Respuesta:

En el primer caso, la fuerza magnética es:

$$\overrightarrow{F_1} = 2\cdot 10^{-6}[4{\cdot}10^4\overrightarrow{k} \times (-4\cdot 10^{-3}\overrightarrow{i})] = -3,2\cdot 10^{-4}\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}$$

Mientras que en el segundo, tiene el valor:

$$\overrightarrow{F_1} = 2\cdot 10^{-6}[5{\cdot}10^4\overrightarrow{j} \times (-4\cdot 10^{-3}\mathrm{i})] = 4\cdot 10^{-4}\overrightarrow{k}\ \mathrm{N}$$

17. Considere un protón y un electrón separados entre sí una distancia de $2{\cdot}10^{-6}$ m. Calcule el módulo de la fuerza entre ambas partículas y la energía potencial electrostática de este sistema de cargas. Datos: K= $9{\cdot}10^9$ N$\cdot$m$^2\cdot$C^{-2}; q_e= $-1{,}602{\cdot}10^{-19}$ C; q_p= $1{,}602{\cdot}10^{-19}$ C..

Respuesta:

El módulo de la fuerza es:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{9\cdot 10^9\,(1,602\cdot 10^{-19})^2}{(2\cdot 10^{-6})^2} = 5,77\cdot 10^{-17}\mathrm{N}$$

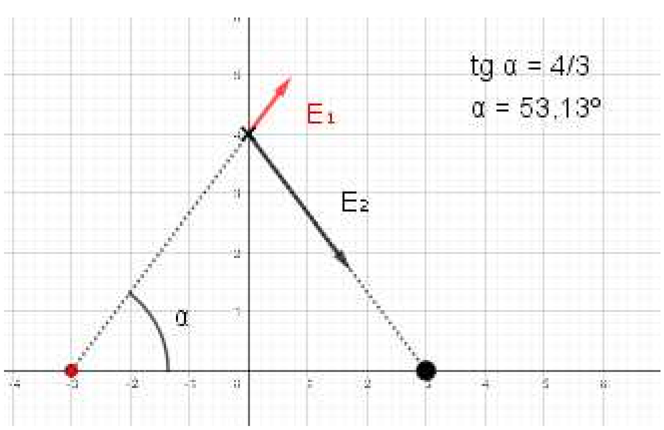
La energía potencial tiene el valor:

$$\mathrm{U} = \frac{9\cdot 10^9\,(-1,602\cdot 10^{-19})\,1,602\cdot 10^{-19}}{2\cdot 10^{-6}} = -1,15\cdot 10^{-22}\mathrm{J}$$

18. En los puntos A(3,0) y B(-3,0) de un sistema de coordenadas cartesianas OXY, se fijan respectivamente las cargas Q_A= - 8 μC y Q_B= + 5μC. Las coordenadas están expresadas en metros. Calcule: a) El vector intensidad de campo eléctrico de la distribución de cargas, en el punto (0,4). b) El vector fuerza electrostática que ejerce la carga Q_A sobre la carga Q_B. c) El trabajo realizado por el campo eléctrico de la distribución de cargas, para traer una carga puntual Q = 2 μC, desde el punto (0,4) hasta el origen O (0,0). Datos: K = $9{\cdot}10^9$ N$\cdot$m$^2\cdot$C^{-2}.

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos deducir lo siguiente:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}}{3^2+4^2} = 2880\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1} \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9\cdot 10^9\cdot 8\cdot 10^{-6}}{3^2+4^2} = 9000\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$$

$$\overrightarrow{E_1} = 2880\cos 53,13\,\overrightarrow{i} + 2880\,\mathrm{sen}\,53,13\,\overrightarrow{j} = 1728\,\overrightarrow{i} + 2304\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$$

$$\overrightarrow{E_2} = 9000\cos 53,13\,\overrightarrow{i} - 9000\,\mathrm{sen}\,53,13\,\overrightarrow{j} = 5400\,\overrightarrow{i} + 8000\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$$

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 7128\,\overrightarrow{i} - 5696\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$$

b) La fuerza ejercida por Q_B sobre Q_A se dirige hacia la primera, y tiene el valor:

$$\overrightarrow{F} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 8\cdot 10^{-6}}{6^2}\,\overrightarrow{i} = 0,01\,\overrightarrow{i}\ \mathrm{N}$$

c) El trabajo necesario será:

$$\mathrm{W} = 2\cdot 10^{-6}(\mathrm{V}_{(4,0)} - \mathrm{V}_{(0,0)})$$

Siendo:

$$\mathrm{V}_{(4,0)} = \frac{9\cdot 10^9(-8\cdot 10^{-6})}{5} + \frac{9\cdot 10^9 5\cdot 10^{-6}}{5} = -5400\,\mathrm{V}$$

$$\mathrm{V}_{(0,0)} = \frac{9\cdot 10^9(-8\cdot 10^{-6})}{3} + \frac{9\cdot 10^9 5\cdot 10^{-6}}{3} = -9000\,\mathrm{V}$$

$$\mathrm{W} = 2\cdot 10^{-6}[-5400 - (-9000)] = 7,2\cdot 10^{-3}\mathrm{J}$$

19. Un electrón que se mueve con velocidad v, penetra en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme B. ¿Dé la expresión vectorial de la fuerza que actúa sobre el electrón? ¿Bajo qué condiciones el campo magnético no influye en su movimiento? Y ¿qué relación debe existir entre los vectores v y B para que describa un movimiento circular uniforme?

Respuesta:

La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón es: $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v}\times\overrightarrow{B}$. El campo magnético no influirá en el movimiento del electrón cuando **la trayectoria de éste sea paralela** a la dirección del campo magnético. Para que el electrón describa un movimiento circular uniforme, **la trayectoria del electrón debe ser perpendicular** a la dirección del campo magnético.

5. Física moderna.

1. Una varilla, cuya longitud en reposo es de 5 m y que tiene 1 kg de masa, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0.3·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla y la masa medida por un observador situado en reposo sobre el eje X? Dato: c = 3x10^8 m/s

   Respuesta:

   El valor de γ es:

   $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1,048$$

   La longitud medida por el observador para el que el objeto se encuentra en reposo (longitud propia) es:

   $$L_0 = \gamma L \rightarrow 5 = 1,048 \cdot L \qquad \text{y} \qquad L = \frac{5}{1,048} = 4,77\,\text{m}$$

   Mientras que la masa será:

   $$m = \gamma m_0 = 1,048 \cdot 1 = 1,048\,\text{kg}$$

2. Tenemos un metal cuyo trabajo de extracción para electrones es de 3.5 eV. Se ilumina con una luz monocromática y se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de 2·10^6 m/s. Calcula: a) La energía de los fotones incidentes y la frecuencia de los mismos. b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos a .2·10^6 m/s c) La longitud de onda de la luz con que hay que iluminar el metal para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea 9.0·10^{-19} J. Datos: h = 6.63·10^{-34} J·s ; c = 3x10^8 m/s ; me =9.11·10^{-31} kg; 1eV=1.6·10^{-19} J.

   Respuesta:

   a) El trabajo de extracción, expresado el J será: $W_{ext} = 3,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,6 \cdot 1o^{-19}$.Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico y sustituyendo valores, tendremos:

   $$h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2 \qquad h\nu = 5,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}(2 \cdot 10^6)^2 = 2,38 \cdot 10^{-18}\,\text{J}$$

   La frecuencia de los fotones es:

   $$\nu = \frac{E}{h} = \frac{2,38 \cdot 10^{-18}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,59 \cdot 10^{15}\text{s}^{-1}$$

   b) La longitud de onda de De Broglie es:

   $$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^6} = 3,64 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

   c) Aplicando de nuevo la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

   $$\frac{hc}{\lambda} = 5,6 \cdot 10^{-19} + 9,0 \cdot 10^{-19} = 1,46 \cdot 10^{-18} \quad \text{de donde :} \qquad \lambda = 1,36 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

3. Un protón y un electrón poseen la misma velocidad. ¿Serán iguales sus longitudes de onda de De Broglie? Razone la respuesta.

Respuesta:

No, puesto que la longitud de onda de De Broglie tiene la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Al ser diferentes las masas de electrón y protón, las respectivas longitudes de onda de De Broglie será también diferentes.

4. Para romper el enlace químico de las moléculas de la piel humana y causar quemaduras solares, se requiere un fotón con una energía de aproximadamente 3.5 eV. ¿Cuál es la longitud de onda de la radiación solar asociada con fotones de esa energía? ¿Cuál sería la longitud de onda de De Broglie de electrones con una energía cinética de 3.5 eV? Datos: h = 6.63×10^{-34} J·s; c = 3×10^{8} m/s; 1 eV = 1.6×10^{-19} J; m_e= $9.11\cdot10^{-31}$ kg

Respuesta:

La energía de estos fotones es: E = $3,5 \cdot 1,6\cdot10^{-19}$ J = $5{,}6\cdot10^{-19}$ J. A partir de la relación entre energía y longitud de onda:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{5,6 \cdot 10^{-19}} = 3,55 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

La velocidad de los electrones se calcularía a partir de la energía cinética:

$$5,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2}9,11 \cdot 10^{-31}v^2 \qquad v = 1,11 \cdot 10^{6}\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

la longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,11 \cdot 10^{6}} = 6,56 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$$

5. Considere un material conductor sobre el que se hace incidir luz monocromática con el propósito de arrancarle electrones. a) Determine el trabajo de extracción del material sabiendo que al incidir luz de frecuencia $1.4\cdot10^{15}$ s^{-1} emite electrones con velocidad máxima de 10^6 m/s. b) Determine la longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con esa velocidad máxima de 10^6 m/s, y también, la longitud de onda de la luz incidente de frecuencia $1.4\cdot10^{15}$ s^{-1}. c) Si incide sobre el material una nueva luz monocromática de longitud de onda de 10^{-8} m, cuál será ahora la velocidad máxima de los electrones emitidos. Datos: me = $9.11\cdot10^{-31}$ kg; h = $6.626\cdot10^{-34}$J s; c=$3\cdot10^{8}$m/s.

Respuesta:

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6{,}626\cdot10^{-34} \cdot 1{,}4\cdot10^{15} = \text{W}_{\text{ext}} + \frac{1}{2}9{,}11\cdot10^{-31}(10^{6})^2$$

$$\text{W}_{\text{ext}} = 4,73 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

b) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{\text{h}}{\text{p}} = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{9{,}11\cdot10^{-31} \cdot 10^{6}} = 7,27 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$$

La longitud de onda de la luz incidente tiene el valor:

$$\lambda = \frac{\text{c}}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{1,4 \cdot 10^{15}} = 2,14 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$$

c) Aplicando de nuevo la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6{,}626{\cdot}10^{-34}\,\frac{3\cdot 10^{8}}{10^{-8}} = 4,73\cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}\,9{,}11{\cdot}10^{-31}\mathrm{v}^2$$

$$\mathrm{v} = 6,53\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

6. Un observador en reposo respecto de una varilla realiza una medición y obtiene una longitud y una masa de 10 m y 25 kg, respectivamente. Cuál será la longitud y la masa de la varilla, medidas por un observador que se mueve con una velocidad de 0.5c respecto de la varilla, a lo largo de la dirección que define la varilla.

Respuesta:

La longitud propia de la varilla, L será:

$$\mathrm{L} = 10 = \gamma \mathrm{L}' \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,25}} = 1,155$$

La longitud medida por el observador que se desplaza es:

$$\mathrm{L}' = \frac{\mathrm{L}}{\gamma} = \frac{10}{1,155} = 8,66\,\mathrm{m}$$

La masa,medida por dicho observador, será:

$$\mathrm{m} = \gamma \mathrm{m}_0 = 1,155\cdot 25 = 28,875\,\mathrm{kg}$$

7. Una nave espacial parte desde la Tierra hacia un cúmulo globular situado a 100 años-luz de distancia. Si el viaje se realiza a una velocidad de 0,995·c. ¿cuánto tiempo se ha empleado en el viaje para observadores terrestres? ¿Y para los pasajeros de la nave?

Respuesta:

a) El tiempo transcurrido para un observador situado en la Tierra es:

$$\mathrm{t}' = \frac{100\,\mathrm{c}}{0{,}995\,\mathrm{c}} = 100,50\,\text{años}$$

Para el observador situado en la nave, el tiempo transcurrido (tiempo propio), será:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{0,995^2\mathrm{c}^2}{\mathrm{c}^2}}} = 10$$

Siendo, por tanto:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} = \frac{100{,}50}{10} = 10,05\,\text{años}$$

:

8. Una barra metálica mide 10 cm de longitud y tiene 10 g de masa cuando está en reposo respecto de un observador. A continuación, la barra se aleja de dicho observador a una velocidad constante de 0.7c. Qué nueva longitud y masa mide el observador en estas condiciones. Dato: c = $3{\cdot}10^8$ m/s.

Respuesta:

a) La longitud medida por el observador respecto al que la barra se encuentra en reposo (longitud propia), es:

$$\mathrm{L} = 10 = \gamma \mathrm{L}' \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{0,7^2\mathrm{c}^2}{\mathrm{c}^2}}} = 1,40$$

Despejando, obtenemos:

$$\mathrm{L}' = \frac{\mathrm{L}}{\gamma} = \frac{10}{1,40} = 7,14\,\mathrm{cm}$$

La masa medida por el observador será:

$$\mathrm{m} = \gamma \mathrm{m}_0 = 1,40 \cdot 10 = 14\,\mathrm{g}$$

9. Determine la energía cinética de un electrón, expresada en eV, cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda de un fotón de energía 10^4 eV. Datos: h = $6{,}63{\cdot}10^{-34}$ J s; c = $3{\cdot}10^8$ m s^{-1}; m_e= $9{,}11{\cdot}10^{-31}$ kg; 1 eV = $1{,}6{\cdot}10^{-19}$ J

Respuesta:

La longitud de onda del fotón se deduce de:

$$1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4 = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63.10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda} \qquad \lambda = 1,24 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = 1,24 \cdot 10^{-10} = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11{\cdot}10^{-31}\mathrm{v}} \qquad \mathrm{v} = 5,87 \cdot 10^6 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Siendo, por tanto la energía cinética:

$$\mathrm{E_c} = \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31}(5,87 \cdot 10^6)^2 = 1,57 \cdot 10^{-17}\mathrm{J}$$

10. Se hace incidir luz monocromática, procedente de un láser de He-Ne, sobre una superficie de potasio. El láser tiene 3 mW de intensidad y una longitud de onda de 632 nm, mientras que la superficie tiene un trabajo de extracción de 2,22 eV. Determine la energía de los fotones ¿Se producirá emisión fotoeléctrica?, ¿qué ocurrirá si aumentamos la intensidad del láser de He-Ne? Justifique sus respuestas. Datos: h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js ; c = $3 \cdot 10^8$ m/s ; 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J ; 1 nm = 10^{-9}m.

Respuesta:

La energía del fotón incidente es:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63.10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,32 \cdot 10^{-7}} = 3,15 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

Puesto que el trabajo de extracción es: $\mathrm{W}_{ext} = 2,22 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,52 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$, superior, por tanto, a la energía de los fotones incidentes, no se producirá emisión fotoeléctrica.
Un aumento en la intensidad del láser no afectará a la emisión fotoeléctrica, pues la energía de cada fotón es la misma. Lo que aumentaría es el número de fotones por unidad de tiempo que incidirían sobre la superficie metálica.

11. Una nave interestelar parte hacia la estrella Sirio situada a 8,7 años luz de la tierra viajando a una velocidad de 0,85 c. Calcule el tiempo (expresado en años) que invierte la nave en alcanzar dicha estrella según los relojes terrestres y según los relojes de a bordo.

Respuesta:

El tiempo medido por un observador terrestre será:

$$\mathrm{t}' = \frac{8,7\,\mathrm{c}}{0{,}85\,\mathrm{c}} = 10,24\,\text{años}$$

El valor de \gamma es el siguiente

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{0,85^2\mathrm{c}^2}{\mathrm{c}^2}}} = 1,898$$

Mientras que el tiempo medido por un observador en la nave (tiempo propio), será:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} = \frac{10,24}{1,898} = 5,39\,\text{años}$$

12. Calcule el defecto de masa y la energía de enlace por nucleón del isótopo $^{85}_{37}\mathrm{Rb}$, cuya masa atómica es 84,9117 u. Datos: m_p = 1,0073 u; m_n = 1,0087 u; 1 u = 931 MeV/c^2.

Respuesta:

El defecto de masa es: $\Delta\mathrm{m} = 37 \cdot 1,0073 + 48 \cdot 1,0087 - 84,9117 = 0,776\,\mathrm{u}$, que corresponde a una energía de 0,776·931 = 722, 456 MeV. La energía de enlace por nucleón es:

$$\mathrm{E_n} = \frac{722,456}{85} = 8,5\,\mathrm{MeV}$$