PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

29 de junio de 2019

1. Gravitación.

1. Un satélite meteorológico de masa m = 680 kg describe una órbita circular a una altura h = 750 km sobre la superficie terrestre. a) Calcula el número de veces que recorrerá la órbita cada día. b) Calcula las energías cinética y total que tendrá el satélite en la órbita. c) ¿Cuál es el peso del satélite en la órbita? G = 6,67 $\cdot 10^{-11}$N m^2 kg^{-2} , R_{Tierra} = 6370 km, M $_{Tierra}$= 5,97 $\cdot$ 10^{24} kg

Respuesta:

a) El periodo del satélite será el siguiente:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(6,37\cdot 10^6 + 7,5\cdot 10^5)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}}} = 5982\,\mathrm{s}$$

El número de vueltas al día será:

$$n = \frac{86400}{5982} = 14,5\,\text{órbitas/día}$$

b) Las energías serán:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}\cdot 680}{2\,(6,37\cdot 10^6 + 7,5\cdot 10^5)} = 1,90\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

$$U = -\frac{GMm}{r} = -2E_c = -3,8\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

$$E = U + E_c = -3,8\cdot 10^{10} + 1,9\cdot 10^{10}\,\mathrm{J} = -1,9\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

c) El peso tendrá el valor:

$$P = mg = \frac{GMm}{r^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}\cdot 680}{(6,37\cdot 10^6 + 7,5\cdot 10^5)^2} = 5341\,\mathrm{N}$$

2. La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es g = 3,87 m$\cdot$s^{-1}. Se lanza verticalmente un objeto desde la superficie de Marte, con velocidad inicial igual a la mitad de la de escape. Calcula la máxima altura sobre la superficie, h, que llega a alcanzar el objeto. Datos: G = 6,67 $\cdot 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2} , Radio de Marte, R_M = 3,32 $\cdot$ 10^6 m

Respuesta:

La velocidad de escape es:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

La velocidad inicial será, por tanto:

$$v_0 = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{r}}}{2} = \sqrt{\frac{GM}{2r_M}}$$

Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{r_M} = 0 - \frac{GMm}{r} \qquad \frac{GMm}{4r_M} - \frac{GMm}{r_M} = -\frac{GMm}{r}$$

Despejando, obtenemos:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_M}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3,32\cdot 10^6}\,\frac{3}{4} \qquad r = 4,43\cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

3. Un satélite de 1000 kg de masa describe una 6rbita circular a una distancia de 5630 km de la superficie de la Tierra. Calcular: a) El periodo y la velocidad orbital del satélite. b) Su energía potencial y su energía mecánica. c) La relación de la aceleración de la gravedad a esa altura con la de la superficie de la tierra. datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ R_{tierra}= 6370 km, m_{tierra} = 5,98 . 10^{24} kg.

Respuesta:

a) El radio de la órbita es: $r = 5,63 \cdot 10^6 + 6,37 \cdot 10^6 = 1,2 \cdot 10^7$ m. El periodo orbital será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(1,2 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98{,}10^{24}}} = 13078\,\mathrm{s}$$

La velocidad orbital tiene el valor:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98{,}10^{24}}{1,2 \cdot 10^7}} = 5765,3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La energía potencial es:

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98{,}10^{24} \cdot 1000}{1,2 \cdot 10^7} = -3,32 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

Y la energía mecánica:

$$E = .\frac{GMm}{2r} = -1,66 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

c) La relación entre la aceleración de la gravedad a esa altura y el valor en la superficie terrestre, será:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\dfrac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98{,}10^{24}}{(1,2 \cdot 10^7)^2}}{\dfrac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98{,}10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2}} = 0,28$$

4. Un satélite tiene una masa m = 500 kg y su órbita, supuesta circular, se encuentra a una distancia de $2{,}3 \cdot 10^4$ km de la superficie terrestre. Determinar: a) ¿Cual es el periodo de revolución del satélite expresado en horas? b) Energías potencial y cinética del satélite en su órbita.c) Energía cinética del satélite en el momento del lanzamiento desde la superficie terrestre para alcanzar la órbita anterior.datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ R_{tierra}= 6370 km, m_{tierra} = 5,98 . 10^{24} kg.

Respuesta:

a) El periodo de revolución es:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(6,37 \cdot 10^6 + 2,3 \cdot 10^4)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98{,}10^{24}}} = 5085,4\,\mathrm{s} \quad \text{equivalentes a : } 1,41\,\mathrm{h}$$

b) Las energía cinética y potencial son, respectivamente:

$$U = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 500}{6,37 \cdot 10^6 + 2,3 \cdot 10^4} = -3,12 \cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

$$E_c = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 7,34 \cdot 500}{2\,(6,37 \cdot 10^6 + 2,3 \cdot 10^4)} = 1,56 \cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

5. La luna es el satélite natural de la Tierra, tiene una masa m = $7{,}34 \cdot 10^{22}$ kg y describe una órbita, que supondremos circular, alrededor de la Tierra de radio R = $3{,}84 \cdot 10^8$ m (distancia entre el centro de

la Tierra y el centro de la Luna) y periodo T = 2,36·10^6 s. a) Hallar la masa de la Tierra. b) Hallar la distancia, desde el centro de la Luna, donde se anula el campo gravitatorio terrestre y el campo gravitatorio lunar. c) Hallar la energía cinética y la energía potencial de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra. G = 6,67·10^{-11} $Nm^2/Kg^{\ 2}$

Respuesta:

a) Podemos relacionar el periodo de revolución de la luna con la masa de la Tierra, aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2(3,84\cdot 10^8)^3}{6,67\cdot 10^{-11}(2,36\cdot 10^6)^2} = 6,01\cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$$

b) Para que se compensen ambos campos gravitatorios, tendremos:

$$\frac{GM_T}{(3,84\cdot 10^8 - x)^2} = \frac{GM_L}{x^2} \qquad \frac{6,01\cdot 10^{24}}{(3,84\cdot 10^8 - x)^2} = \frac{7,34\cdot 10^{22}}{x^2} \qquad x = 3,82\cdot 10^7\mathrm{m}$$

c) Las energía cinética y potencial son, respectivamente:

$$U = -\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,01\cdot 10^{24}\cdot 7,34\cdot 10^{22}}{3,84\cdot 10^8} = -7,66\cdot 10^{28}\mathrm{J}$$

$$E_c = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,01\cdot 10^{24}\cdot 7,34\cdot 10^{22}}{2\cdot 3,84\cdot 10^8} = 3,83\cdot 10^{28}\mathrm{J}$$

6. Un satélite de masa m = 2000 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular. En dicha órbita la intensidad de campo gravitatorio es la mitad que en la superficie de la Tierra. a)¿Cuál es el radio de la órbita? b) ¿Cuál es el periodo de revolución del satélite expresado en horas? c) ¿Qué energía hay que comunicar al satélite para que desde esa órbita escape a la atracción terrestre? g_0 = 9,81m/s ^{2} , $R_{Tierr}a$ = 6370 km, M_{Tierra} = 5,97 · 10^{24} kg , G = 6,67 · 10^{-11}Nm ^{2} / kg^2

Respuesta:

a) La intensidad del campo gravitatorio será:

$$\frac{9,81}{2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}}{r^2} \qquad r = 9,01\cdot 10^6\mathrm{m}$$

b) El periodo de revolución del satélite es:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(9,01\cdot 10^6)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}}} = 8155,6\,\mathrm{s\,equivalentes\,a:}\ 2,36\,\mathrm{h}$$

c) La energía que debe comunicarse, E, se calcula aplicando el principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{2r} + E = 0 \qquad E = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}\cdot 2000}{2\cdot 9,01\cdot 10^6} = 4,42\cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Una onda armónica transversal de frecuencia 4 Hz se propaga a lo largo de una cuerda con una velocidad de 2 m·s^{-1} en la dirección positiva del eje X. En la posición x = 2m, en el instante t = 2 s la velocidad es nula y la elongación positiva y, en el instante t = 2,125 s, su elongación es -5 cm a) Hallar el periodo y la longitud de onda. b) Hallar la fase inicial y la amplitud. c) Indicar la expresión matemática de la onda. Dibujar la velocidad frente a x en el instante t = 0 s y en el intervalo 0 < x <: 1 m.

Respuesta:

a) El periodo y la longitud de onda son, respectivamente:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{4} = 0,25\,\mathrm{s} \qquad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2}{4} = 0,5\,\mathrm{m}$$

b) Las ecuaciones de elongación y velocidad serán, respectivamente:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_o) \quad y \quad v = A\omega\cos(\omega t - kx + \varphi_o)$$

para x = 2 m y t = 2 s tendremos, sustituyendo los valores conocidos:

$$0 = A \cdot 8\pi\cos(16\pi - 8\pi + \varphi_0)$$

De donde, despejando, obtendremos:

$$\cos(16\pi - 8\pi + \varphi_0) = 0 \qquad 8\pi + \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \qquad \varphi_0 = \frac{15\pi}{2}$$

Para t = 2,125 s y x = 2 m, tendremos:

$$-5 = A\,\mathrm{sen}\left(8\pi \cdot 2,125 - 4\pi \cdot 2 + \frac{15\pi}{2}\right) \quad \text{Obteniéndose} : A = 0,05\,\mathrm{m}$$

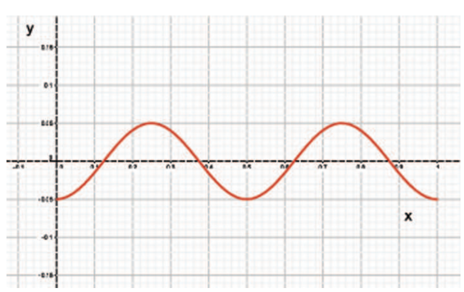
c) De todo lo anterior, se deduce:

$$y = 0,05\,\mathrm{sen}\left(8\pi t - 4\pi x + \frac{15\pi}{2}\right)$$

Para t = 0, la ecuación de la onda quedará así:

$$y = 0,05\,\mathrm{sen}\left(-4\pi x + \frac{15\pi}{2}\right)$$

Siendo su representación gráfica la siguiente:



2. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje x con una ecuación y(x, t) = 0,4 sen (6t - 8x) en unidades de S. I. Calcula: a) La longitud de onda, la frecuencia con que vibran las partículas del medio y la velocidad de propagación de la onda. b) La velocidad de un punto situado

en x = 1 m en el instante t = 2 s. c) Los valores de t para los que el punto situado en x = 1 m tiene velocidad máxima positiva.

Respuesta:

a) De la ecuación de la onda se deduce lo siguiente:

$$\omega = 6 = 2\pi\nu \longrightarrow \nu = \frac{3}{\pi}\,\mathrm{s}^{-1} \quad k = 8 = \frac{2\pi}{\lambda} \longrightarrow \lambda = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{m}$$

La velocidad de propagación se obtiene de:

$$\mathrm{v} = \lambda \cdot \nu = \frac{\pi}{4}\frac{3}{\pi} = 0,75\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

b) La velocidad de vibración es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,4 \cdot 6\cos(6\mathrm{t} - 8\mathrm{x})$$

Para x = 1 m y t = 2 s, tendremos:

$$\mathrm{v} = 0,4 \cdot 6\cos(12 - 8) = -1,57\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

c) La velocidad máxima para x = 1 m tendrá la expresión:

$$\mathrm{v} = 0,4 \cdot 6\cos(6\mathrm{t} - 8) = 2,4 \qquad \text{Por lo que}: \quad \cos(6\mathrm{t} - 8) = 1 \text{ y } 6\mathrm{t} - 8 = 2\mathrm{n}\pi$$

Despejando, obtenemos:

$$\mathrm{t} = \frac{2\mathrm{n}\pi + 8}{6} = \frac{\mathrm{n}\pi + 4}{3}\,\mathrm{s}$$

3. Un altavoz emite sonido como un foco puntual. A una distancia de 1 km dejamos de escuchar el sonido. a) ¿Cuál es la potencia del sonido emitido por el altavoz? b) ¿A qué distancia el nivel de intensidad es de 50 dB? Dato: $I_0 = 1{,}0 \cdot .10^{-12}$w· m^{-2}

Respuesta:

a) Al dejar de oírse el sonido, su intensidad igualará a la intensidad umbral (10^{-12} w· m^{-2}), con lo que podremos escribir:

$$10^{-12} = \frac{\mathrm{P}}{4\pi \cdot 1000^2} \qquad \mathrm{P} = 1,26 \cdot 10^{-5}\mathrm{w}$$

b) Para un nivel de intensidad de 50 dB, tendremos:

$$50 = 10\log\frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \quad \mathrm{I} = 10^{-7}\mathrm{w}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

$$10^{-7} = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{S}} = \frac{1,26 \cdot 10^{-5}}{4\pi\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{r} = 10\,\mathrm{m}$$

4. Una onda armónica transversal se propaga a lo largo de una cuerda en el sentido positivo del eje X con una amplitud de 40 cm y una velocidad de 60 cm/s. La frecuencia es 1 Hz. En el instante inicial, t = 0, en x = 0 la elongación es positiva y su velocidad de oscilación es de 1,2 m/s a) Calcular el periodo y la longitud de onda b) Calcular la fase inicial. Escribir la ecuación de la onda en unidades del S.I. c) Calcular el primer instante en que la elongación es máxima en x = 0. d) Calcular la distancia mínima de separación entre dos puntos que tienen una diferencia de fase de ($\pi/6$) rad.

Respuesta:

a) Partimos de la siguiente ecuación de la onda:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0)$$

A partir de los datos del enunciado y de la anterior ecuación, obtendremos los siguientes valores:

$$T = \frac{1}{\nu} = 1\,s \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \qquad \lambda = v \cdot T = 0,6 \cdot 1 = 0,6\,m \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10\pi}{3}$$

Con lo que la ecuación de la onda queda así:

$$y = 0,4\,\mathrm{sen}\left(2\pi t - \frac{10\pi}{3}x + \varphi_0\right)$$

b) Por otra parte, sabemos que, para t = 0 y x = 0, la velocidad de oscilación es de 1,2 m/s, por lo que:

$$v_t = \frac{dy}{dt} = 0,8\pi\cos\left(2\pi t - \frac{10\pi}{3}x + \varphi_0\right) \qquad 1,2 = 0,8\pi\cos\varphi_0 \qquad \varphi_0 = 1,07\,rad$$

c) La elongación será máxima para x = 0 para un primer valor del tiempo que se deduce de :

$$0,4 = 0,4\,\mathrm{sen}\,(2\pi t + 1,07) \longrightarrow \mathrm{sen}\,(2\pi t + 1,07) = 1 \qquad 2\pi t + 1,07 = \frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - 1,07}{2\pi} = 0,08\,m$$

d) Teniendo en cuenta que a una distancia correspondiente a una longitud de onda le corresponderá una diferencia de fase de 2π radianes, podremos establecer la siguiente relación:

$$\frac{0,6\,m}{2\pi\,rad} = \frac{x\,m}{\pi/6\,rad} \qquad x = 0,05\,m$$

5. Consideramos un altavoz como una fuente puntual. Medimos el nivel de intensidad sonora del mismo a una distancia d y el valor obtenido es de 80 dB. Si nos alejamos 50 m en la misma dirección, la medida es de 60 dB.¿A que distancia del foco se efectúan las mediciones? ¿Cual es la potencia emitida por el altavoz?

Respuesta:

A una distancia$d$, tendremos:

$$80 = 10\log\frac{I_1}{4\pi d^2} \qquad I_1 = 10^{-4}\,W \cdot m^{-2}$$

Mientras que a una distancia $d + 50$:

$$60 = 10\log\frac{I_1}{4\pi(d + 50^2} \qquad I_2 = 10^{-6}\,W \cdot m^{-2}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{10^{-4}}{10^{-6}} = \left(\frac{d + 50}{d}\right)^2 \qquad d = 5,56\,m \quad y \quad d + 50 = 55,56\,m$$

Para hallar la potencia emitida:

$$10^{-4} = \frac{P}{4\pi d^2} \qquad P = 3,88 \cdot 10^{-2}\,W$$

6. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda en el sentido positivo del eje OX y la menor distancia entre dos puntos en fase es de 20 cm. El foco emisor, fijo a un extremo de la cuerda, vibra con amplitud de 3 cm y frecuencia 25 Hz, y en el instante inicial, la elongación en x = 0 es nula y la velocidad de vibración es negativa. Escribir la ecuación de onda y calcular la velocidad de propagación de la misma.

Respuesta:

a) La menor distancia entre dos puntos en fase corresponde a la longitud de onda, es decir, $\lambda = 0{,}2$ m. Con los datos suministrados en el enunciado, tendremos:

$$\mathrm{A} = 0,03\,\mathrm{m} \quad \omega = 2\pi\nu = 50\pi\,\mathrm{s}^{-1} \quad \mathrm{k} = \frac{2\pi}{,\lambda} = 10\pi\,\mathrm{m}^{-1}$$

La ecuación de la onda podría escribirse así:

$$\mathrm{y} = 0,03\,\mathrm{sen}\,(50\pi\mathrm{t} - 10\pi\mathrm{x} + \varphi_0)$$

Sabiendo que para x = 0 y t = 0 se cumple:

$$0 = 0,03\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \qquad \text{y que v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,03 \cdot 50\pi \cos\varphi_0 < 0 \qquad \varphi = \pi\,\mathrm{rad}$$

Con lo que, finalmente, la ecuación de la onda queda así:

$$\mathrm{y} = 0,03\,\mathrm{sen}\,(50\pi\mathrm{t} - 10\pi\mathrm{x} + \pi)$$

La velocidad de propagación de la onda se deduce de:

$$\lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} \qquad \mathrm{v} = 0,2 \cdot 25 = 5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

7. El nivel de intensidad sonora de una sirena de barco, percibido a 10 m de distancia de la fuente, es de 70 dB. a) ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora a una distancia de 1 km de la fuente? b) ¿A que distancia de la sirena dejará de ser audible? .Dato: $\mathrm{I}_0 = 19^{-12}$ W$\cdot$ m^{-2}

Respuesta:

a) La intensidad del sonido emitido será:

$$70 = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 10^{-5}\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

La potencia del sonido es:

$$\mathrm{P} = \mathrm{I}\cdot\mathrm{S} = 10^{-5}\cdot 4\pi\cdot 10^2 = 0,0126\,\mathrm{W}$$

El nivel de intensidad sonora a 1 km de la fuente será:

$$\beta = 10 \log \frac{0,0126/(4\pi\cdot 1000)^2}{10^{-12}} = 30\,\mathrm{dB}$$

b) La intensidad sera igual a la intensidad umbral para que no se perciba el sonido. Así pues:

$$10^{-12} = \frac{0,0126}{4\pi\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{r} = 3,17\cdot 10^4\mathrm{m}$$

8. Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, de longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en sentido positivo del eje OX. En el instante t = 0, la elongación del punto x = 0 es $2\sqrt{2}$ cm y su velocidad es positiva. Hallar: a) Ecuación de la onda en el S.I. b) Velocidad de

propagación de la onda. c) Velocidad de oscilación de un punto situado en x = 5 cm en función del tiempo.d) Diferencia de fase entre dos puntos separados 1 m.

Respuesta:

a) Con los datos suministrados en el enunciado, tendremos:

$$A = 0,04\,\mathrm{m} \quad \omega = 2\pi 2 = 4\pi\,\mathrm{s}^{-1} \quad k = \frac{2\pi}{,\lambda} = 10\pi\,\mathrm{m}^{-1}$$

La ecuación de la onda podría escribirse así:

$$y = 0,04\,\mathrm{sen}\,(4\pi t - 10\pi x + \varphi_0)$$

Sabiendo que para x = 0 y t = 0 se cumple:

$$0,02\sqrt{2} = 0,04\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \qquad \text{y que}\, v = \frac{dy}{dt} = 0,04 \cdot 4\pi\cos\varphi_0 > 0 \qquad \varphi = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad}$$

Con lo que, finalmente, la ecuación de la onda queda así:

$$y = 0,04\,\mathrm{sen}\,\left(4\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

b) La velocidad de propagación de la onda se deduce de:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \qquad v = 0,20 \cdot 2 = 0,40\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

c) La velocidad de oscilación en función del tiempo es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,04 \cdot 4\pi\cos\left(4\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Sustituyendo x por 0,05 m:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,04 \cdot 4\pi\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

d) La diferencia de fase se obtiene a partir de la igualdad:

$$\frac{2\pi\mathrm{rad}}{\lambda\mathrm{m}} = \frac{\Delta\varphi\mathrm{rad}}{\Delta x\,\mathrm{m}} \qquad \Delta|\mathrm{varphi} = \frac{2\pi\cdot 1}{0,2} = 10\pi\mathrm{rad}$$

9. La ecuación de una onda armónica que se propaga en una cuerda viene dada, en unidades del S.I., por la siguiente ecuación: y(x,t) = 0,4 sen $\left(4t - 2\pi x + \frac{\pi}{6}\right)$.Determinar: a) La velocidad de propagación de la onda, la longitud de onda, el periodo y la frecuencia. b) La máxima velocidad de cualquier partícula de la cuerda. c) La aceleración transversal del punto de la cuerda situado en x = 1 m en el instante t = 10 s.

Respuesta:

a) Comparando la ecuación general: $y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0)$ con lo que proporciona el enunciado, podremos deducir que:$\omega = 4$; $k = 2\pi$; $\varphi = \frac{\pi}{6}$, por lo que:

$$k = \frac{\omega}{v} \qquad v = \frac{2}{\pi}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\,\mathrm{m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{s} \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{2}{\pi}\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) La velocidad de cualquier punto de la cuerda es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,4 \cdot 4 \cos\left(4\mathrm{t} - 2\pi\mathrm{x} + \frac{\pi}{6}\right)$$

Con lo que la velocidad máxima es: $\mathrm{v}_{max} = 1,6 \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

c) La aceleración transversal de un punto es:

$$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = -0,4 \cdot 4^2 \mathrm{sen}\left(4\mathrm{t} - 2\pi\mathrm{x} + \frac{\pi}{6}\right)$$

Sustituyendo valores;

$$\mathrm{a} = -0,4 \cdot 4^2 \mathrm{sen}\left(40 - 2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -2\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

10. El sonido emitido por un altavoz tiene un nivel de intensidad sonora de 60 dB a una distancia de 2 m de él. Si el altavoz se considera como una fuente puntual, a) Calcular la potencia del sonido emitido por el altavoz b) Calcular el nivel de intensidad sonora a 10 m de distancia c) ¿A qué distancia dejamos de escuchar el sonido? Dato: $\mathrm{I}_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-12}$ W·m^{-2}

Respuesta:

a) El nivel de intensidad sonora es:

$$60 = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 10^{-6}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^2$$

La potencia se obtiene de : $\mathrm{P} = \mathrm{I}{\cdot}\mathrm{S} = 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 2^2 = 5,0 \cdot 10^{-5}\mathrm{W}$

b) El nivel de intensidad sonora a 10 m de distancia es:

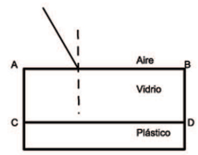
$$\beta = 10 \log \frac{\frac{5,0 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^2}}{10^{-12}} = 46\,\mathrm{dB}$$

c) Para que deje de escucharse el sonido, la intensidad percibida debe ser igual o inferior a la intensidad umbral, es decir:

$$10^{-12} = \frac{5,0 \cdot 10^{-5}}{4\pi\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{r} = 1995\,\mathrm{m}$$

3. Óptica.

1. Disponernos de una lámina de vidrio plano-paralela de índice de refracción 1,5 apoyada en su cara inferior (CD) en un plástico de índice de refracción 1,4. Un rayo de luz, de frecuencia $6,0 \cdot 10^{14}$ Hz, incide con un ángulo de incidencia de 30º sobre la cara AB de la lámina como indica la figura.



a) Dibujar la trayectoria del rayo indicando los ángulos en las separaciones aire-vidrio y vidrio-plástico. b) Calcular la frecuencia y la longitud de onda de la luz en el vidrio. c) Si el rayo incide en la superficie de separación plástico - vidrio (cara CD) ¿Cuál es el máximo ángulo de incidencia para que el rayo se refracte en la superficie de separación vidrio-aire? Dato: e = $3 \cdot 10^8$ m/ s

Respuesta:

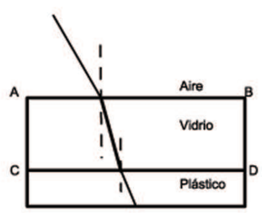
a) En la superficie de separación aire-vidrio, tendremos:

$$\frac{\text{sen}\, 30^{\circ}}{\text{sen}\, \alpha_1} = \frac{1,5}{1} \qquad \alpha_1 = 19,47^{\circ}$$

Para la superficie vidrio-plástico:

$$\frac{\text{sen}\, 19,47}{\text{sen}\, \alpha_2} = \frac{1,4}{1,5} \qquad \alpha_2 = 20,92^{\circ}$$

La trayectoria del rayo será, pues:



b) La frecuencia de la onda es la misma en cualquier medio, es decir, $6,0 \cdot 10^{14}$ Hz. Para hallar la longitud de onda en el vidrio, calculamos la velocidad de la luz en el mismo:

$$\text{v} = \frac{\text{c}}{\text{n}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8\, \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \qquad \lambda = \frac{\text{v}}{\nu} = \frac{2 \cdot 10^8}{6,0 \cdot 10^{14}} = 3,33 \cdot 10^{-7}\, \text{m}$$

c) Para hallar el máximo ángulo de incidencia de forma que se produzca refracción en la superficie vidrio-aire (ángulo límite), tendremos que:

$$\frac{\text{sen}\, \alpha}{\text{sen}\, 90^{\circ}} = \frac{1}{1,5}\ (\text{vidrio} - \text{aire}) \quad \alpha = 41,81^{\circ}$$

Con este ángulo, podemos calcular el ángulo de incidencia sobre la superficie plástico-vidrio:

$$\frac{\text{sen}\, \alpha_i}{\text{sen}\, 41,81^{\circ}} = \frac{1,5}{1,4} \qquad \alpha_i = 45,58^{\circ}$$

2. Queremos obtener, con una lente delgada, una imagen virtual y derecha de 20 cm de un objeto de 10 cm de altura situado a una distancia de 2 m de la lente. a) Indicar el tipo de lente que hay que utilizar. Razonar la respuesta b) Calcular la potencia, en dioptrías, de dicha lente. c) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

a) La lente debe ser convergente, pues el tamaño de la imagen obtenida por una lente divergente nunca puede ser mayor que el tamaño del objeto.objeto.

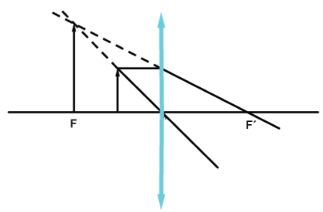
b) Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}}=\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} \qquad \frac{s'}{-2}=\frac{0,2}{0,1} \quad s'=-4\,\mathrm{m}$$

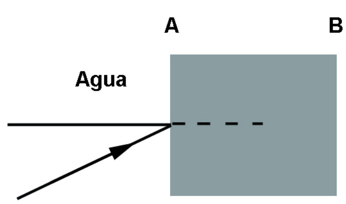
Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\mathrm{s}}-\frac{1}{s'}=-\frac{1}{f'}=\text{-P} \qquad \frac{1}{-2}-\frac{1}{-4}=-\mathrm{P} \quad \mathrm{P}=0,25\,\text{dioptrías}$$

c) El diagrama de rayos es el siguiente:



3. Disponemos de un cubo de vidrio de indice de refracción n = 1,45 que esta inmerso en agua cuyo indice de refracción es $\mathrm{n}_{agua}=4/3$. Un rayo AB monocromático incide en la cara vertical del cubo como indica la figura. 1,Cual debe ser el angulo de incidencia para que en la cara superior AB haya reflexión total?



Respuesta:

Para que se produzca reflexión total al incidir el rayo luminoso sobre la superficie de separación entre el vidrio y el aire, debe cumplirse que:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{i}}'}{\operatorname{sen}90^{\mathrm{o}}}=\frac{1,33}{1,45}\alpha_{\mathrm{i}}'=66,53^{\mathrm{o}}$$

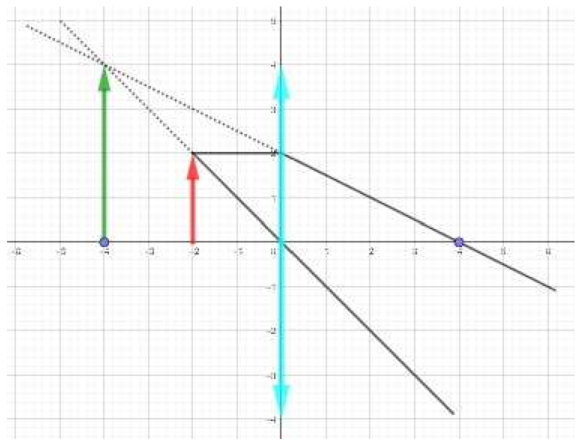
El ángulo complementario a éste, es decir, 23,47º será el ángulo de refracción en el bloque de vidrio al penetrar el rayo desde el agua. Así pues, podremos escribir:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{i}}}{\operatorname{sen}23,47^{\mathrm{o}}}=\frac{1,45}{1,33} \qquad \alpha_{\mathrm{i}}=25,73^{\mathrm{o}}$$

4. Situamos un objeto de 0,5 cm de altura a 10 cm de una lente de +5 dioptrías. Calcular la posición y el aumento de la imagen. Realizar el trazado de rayos.

Respuesta:

El trazado de rayos es el siguiente:



Para calcular la posición:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,1} - \frac{1}{s'} = -5 \qquad s' = -0,2\,\mathrm{m}$$

El tamaño de la imagen será:

$$y' = y\,\frac{s'}{s} = 0,5\,\frac{-0,2}{-0,1} = 1\,\mathrm{cm}$$

5. Un rayo de luz incide desde el aire en una placa planoparalela de vidrio con un angulo de incidencia de 30°. El rayo refractado forma un angulo de 130° con el rayo reflejado. a) Hallar el indice de refracción del vidrio y la velocidad de propagación de la luz en el mismo. b) Si el rayo incide desde el vidrio al aire, ¿a partir de que angulo no veríamos luz en el exterior? $c = 3 \cdot 10^8 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta que la suma del ángulo de reflexión (30º) más el ángulo formado entre el rayo refractado y el reflejado (130º) más el ángulo formado entre el rayo refractado y la normal (α_r) vale 180º, tendremos que $\alpha_r = 20^{\circ}$, con lo que:

$$\frac{\mathrm{sen}\,30}{\mathrm{sen}\,20} = \frac{n}{1} \qquad n = 1,46$$

b) Para calcular el ángulo límite:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\alpha_L}{\mathrm{sen}\,90^{\circ}} = \frac{1}{1,46} \qquad \alpha_L = 42,23^{\circ}$$

6. B) Un rayo de luz monocromático de frecuencia $6{,}34 \cdot 10^{14}$ Hz emerge del interior de un bloque de vidrio al aire. Si el ángulo de incidencia es de 19,5° y el de refracción de 30°, hallar: a) índice de refracción y velocidad de propagación de la luz en el vidrio. b) longitud de onda del rayo de luz en el aire. c) valor del ángulo límite. $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Respuesta:

a) Según la ley de Snell:

$$\frac{sen\,19,5^{o}}{sen\,30^{o}}=\frac{1}{n} \qquad \text{n}=1{,}50$$

La velocidad de propagación de la luz en el vidrio es:

$$\text{v}=\frac{\text{c}}{\text{n}}=\frac{3\cdot 10^{8}}{1,50}=2\cdot 10^{8}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) La longitud de onda en el aire es:

$$\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{3\cdot 10^{8}}{6,34\cdot 10^{14}}=4,73\cdot 10^{-7}\text{m}$$

c) Para calcular el valor del ángulo límite:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,90^{o}}=\frac{1}{1,5} \qquad \alpha=41,81^{o}$$

7. Una lente forma, de un objeto real, una imagen real de tamaño, en valor absoluto, tres veces mayor. Si el objeto está a 20 cm de la lente, ¿Cuál es la potencia de la lente expresada en dioptrías? Dibujar el diagrama de rayos.

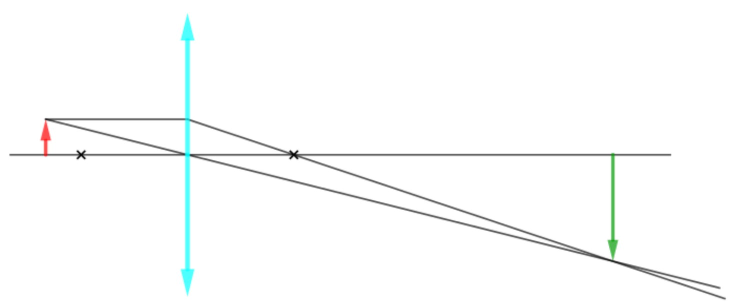
Respuesta:

Aplicando la ecuación del aumento lateral, así como la ecuación fundamental de las lentes delgadas, tendremos:

$$\frac{-3\text{y}}{\text{y}}=\frac{\text{s}'}{\text{s}} \qquad \text{s}'=-3\text{s}$$

$$\frac{1}{\text{s}}-\frac{1}{-3\text{s}}=-\text{P} \qquad \frac{1}{-0,2}-\frac{1}{0,6}=-\text{P} \qquad \text{P}=6,67\,\text{dp}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Electromagnetismo.

1. Un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 200 V. Penetra en una región del espacio con un campo magnético perpendicular a su trayectoria y describe una trayectoria circular con periodo T = 2· 10^{-10} s. Calcular a) la velocidad del electrón, b) el valor del campo magnético, c) ¿Qué campo eléctrico debemos introducir para conseguir que la trayectoria del electrón sea rectilínea? Dibujar la trayectoria, los campos y las fuerzas que actúan sobre el electrón. Datos: me = 9,1· 10^{-31} kg, q = -1,6 ·10^{-19} C.

Respuesta:

a) Al ser acelerado el electrón por un campo eléctrico, se cumple que:

$$\mathrm{q}\Delta \mathrm{V} = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \quad \mathrm{de\,donde:} \quad \mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\cdot 200\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 8,39\cdot 10^6\,\mathrm{m}\cdot \mathrm{s}^{-1}$$

b) Conocido el periodo de la trayectoria, podemos calcular el radio de la misma:

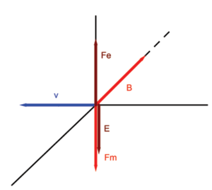
$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{v}} \quad \mathrm{r} = \frac{2\cdot 10^{-10}\cdot 8,39\cdot 10^6}{2\pi} = 2,67\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}$$

Con este valor del radio, calculamos el campo magnético:

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{m}\cdot \mathrm{v}}{\mathrm{q}\cdot \mathrm{r}} = \frac{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 8,39\cdot 10^6}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 2,67\cdot 10^{-4}} = 0,18\,\mathrm{T}$$

c) Para que la trayectoria del electrón sea rectilínea, deberá cumplirse que: $\mathrm{q}\overrightarrow{E} = \mathrm{q}\overrightarrow{v}\times \overrightarrow{B}$, por lo que el módulo del campo eléctrico que debe aplicarse será:

$$\left|\overrightarrow{E}\right| = \left|\overrightarrow{v}\right|\left|\overrightarrow{B}\right| = 8,39\cdot 10^6\cdot 0,18 = 1,51\cdot 10^6\,\mathrm{N}\cdot \mathrm{C}^{-1}$$

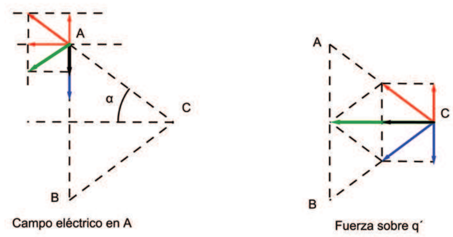


2. Dos cargas puntuales de -4µC están fijas en los puntos A (0,3) y B (0,-3). Una tercera partícula de masa m = 1 g y carga q' = 2 µC, se sitúa en el punto C (4,0) sin velocidad inicial. a) ¿Cuál es el campo en el punto A y la fuerza que actúa sobre la carga q'? b) ¿Qué velocidad tendrá cuando ha recorrido 1 m? datos: K = 9 · 10^9 N · m ^{2} C^{-2} . Las coordenadas de los puntos están expresadas en metros.

Respuesta:

a) Las representaciones gráficas del campo en el punto A y la fuerza sobre la carga q´ son las que pueden verse en la siguiente imagen:
El ángulo α, que aparece en la imagen de la izquierda, cumple que: $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{3}{4}$, por lo que $\alpha = 36,87^{\text{o}}$.
De la imagen anterior puede deducirse también lo siguiente:

$$\overrightarrow{E_A} = -\left|\overrightarrow{E_1}\right|\cos\alpha\,\overrightarrow{i} + \left|\overrightarrow{E_1}\right|\cos\alpha\,\overrightarrow{j} - \left|\overrightarrow{E_2}\right|\overrightarrow{j}$$



Siendo $\overrightarrow{E_1}$ el campo creado en A por la carga q´, y $\overrightarrow{E_2}$ el campo creado por la carga situada en B sobre el punto A. Los módulos de los respectivos campos eléctricos son:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-6}}{25} = 720\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1} \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-6}}{36} = 1000\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$$

Así pues, el campo eléctrico en A tendrá el valor:

$$\overrightarrow{E_A} = -720\cos 36,87^{\circ}\,\overrightarrow{i} + 720\,\mathrm{sen}\,36,87^{\circ}\,\overrightarrow{j} - 1000\,\overrightarrow{j} = -576\,\overrightarrow{i} - 568\,\overrightarrow{j}$$

En la anterior imagen (parte derecha), podemos apreciar que Los módulos de $\overrightarrow{F_1}$ y $\overrightarrow{F_2}$ tienen el mismo valor, que llamaremos $\left|\overrightarrow{F}\right|$,siendo iguales sus componentes verticales, con lo que éstas se anulan. La fuerza sobre q´ será, pues:

$$\overrightarrow{F_r} = -2\left|\overrightarrow{F}\right|\cos\alpha\,\overrightarrow{i}\ \text{siendo : } \left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-6}}{25} = 2,88\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}$$

$$\overrightarrow{F_r} = -2\cdot 2,88\cdot 10^{-3}\cos 36,87^{\circ}\,\overrightarrow{i} = -4,61\cdot 10^{-3}\,\overrightarrow{i}\,\mathrm{N}$$

b) Tal como indica la fuerza resultante, el movimiento de la carga q´se realizará a lo largo del eje X. Su posición final será, pues (2,0). para hallar la velocidad, tendremos que:

$$\mathrm{q}\,(\mathrm{V_C} - \mathrm{V_{C'}}) = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \qquad \mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{q}\,(\mathrm{V_C} - \mathrm{V_{C'}})}{\mathrm{m}}}$$

Los potenciales en C y en C′ serán, respectivamente:

$$\mathrm{V_C} = 2\,\frac{9\cdot 10^9\,(-4\cdot 10^{-6})}{5} = -14400\,\mathrm{V} \qquad \mathrm{V_{C'}} = 2\,\frac{9\cdot 10^9\,(-4\cdot 10^{-6})}{\sqrt{18}} = -16970\,\mathrm{V}$$

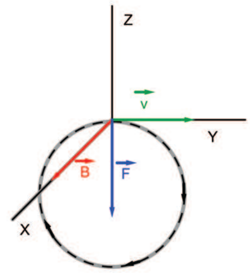
La velocidad tras haber recorrido 1 m será:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{q}\,(\mathrm{V_C} - \mathrm{V_{C'}})}{\mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{2\cdot\ 2\cdot 10^{-6}\,(-14400 + 16970)}{10^{-3}}} = 3,20\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

3. Un protón penetra en una zona donde existe un campo magnético uniforme de 8 T. La velocidad del protón es perpendicular a la dirección del campo magnético y de valor $v = 3\cdot 10^7$m/s. a) Hacer un dibujo claro de los campos y fuerzas que actúan sobre el protón y de la trayectoria seguida. b) Calcular el radio de la órbita descrita. c) Determinar el número de vueltas que da en 0,02 s. d) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza magnética en el movimiento? Razonar la respuesta. Datos: $m_{protón} = 1,7\cdot 10^{-27}$kg; $q_{protón} = 1,6\cdot 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) la representación gráfica puede ser de la forma:



b) El radio de la órbita es:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{1,7{\cdot}10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{7}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8} = 0,04\,\mathrm{m}$$

c) Teniendo en cuenta que el periodo de la órbita será: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = 8,38 \cdot 10^{-9}$, el número de vueltas en 0,02 s será:

$$n = \frac{0,02}{8,38 \cdot 10^{-9}} = 2,39 \cdot 10^{6}\ \text{vueltas}$$

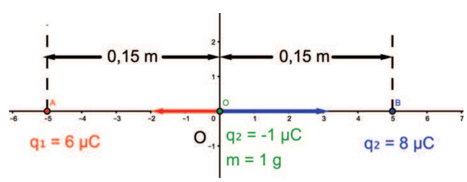
d) El trabajo realizado por la fuerza magnética es nulo, al ser dicha fuerza perpendicular al vector velocidad:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \left|\vec{F}\right| |d\vec{r}|\cos 90^{\circ} = 0$$

4. Entre dos cargas, q_1 de + 6μC y q_2 de + 8 μC separadas 30 cm, se sitúa, en el punto medio entre ambas (punto O), una carga de prueba de masa rn = 1g y carga q = -1μC. a) Encontrar la magnitud, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre la carga de prueba q. b) Si la carga se deja en O con una velocidad de 50 $m{\cdot}s^{-1}$ en dirección a la carga de 8 μC, ¿Cuál es su velocidad cuando ha recorrido 5 cm? Dato: $K = 9 \cdot 10^{9}\ N \cdot m^{2}\ C^{-2}$

Respuesta:

a) La representación gráfica puede ser la siguiente: Como puede verse, la fuerza debida a cada una



de las cargas se encuentran sobre el eje X, dirigiéndose hacia la derecha la fuerza debida a la carga q_2 (F_2), y hacia la izquierda la debida a la carga q_1 (F_1). Los respectivos módulos son:

$$\left|\vec{F_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{0,15^{2}} = 2,4\,\mathrm{N} \qquad \left|\vec{F_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{0,15^{2}} = 3,2\,\mathrm{N}$$

La fuerza resultante será, entonces:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = -2,4\,\vec{i} + 3,2\,\vec{i} = 0,8\,\vec{i}\ \mathrm{N}$$

b) Teniendo en cuenta la expresión:

$$q\,(V_0 - V) = \frac{1}{2} m v^{2} - \frac{1}{2} m v_0^{2}$$

Y sabiendo que la carga se desplazará hacia la carga de 8 μC a lo largo del eje X, podremos calcular los valores de V_0 y V:

$$V_0 = \frac{9\cdot 10^9\cdot 6\cdot 10^{-6}}{0,15^2} + \frac{9\cdot 10^9\cdot 8\cdot 10^{-6}}{0,15^2} = 5,6\cdot 10^6\,\mathrm{V}$$

$$V = \frac{9\cdot 10^9\cdot 6\cdot 10^{-6}}{0,20^2} + \frac{9\cdot 10^9\cdot 8\cdot 10^{-6}}{0,10^2} = 8,55\cdot 10^6\,\mathrm{V}$$

Sustituyendo valores, tendremos:

$$\frac{1}{2}\,10^{-3}\mathrm{v}^2 - \frac{1}{2}\,10^{-3}50^2 = -10^{-6}(5,6\cdot 10^6 - 8,55\cdot 10^6) = 2,95$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,(2,95 + 1250\cdot 10^{-3})}{10^{-3}}} = 91,65\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

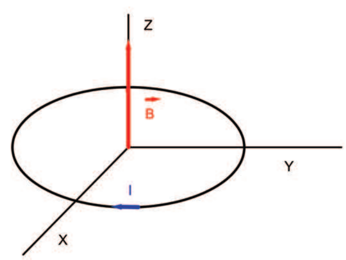
5. Una espira circular de radio R = 4 cm está en un plano XY. Aplicamos un campo magnético en sentido positivo del eje OZ que varía linealmente de 0,1 T a O,5 T en 0,2 s. Calcular la fem inducida e indicar el sentido de la corriente inducida.

Respuesta:

La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{(0,5-0,1)\pi\cdot 0,04^2}{0,2} = -0,01\,\mathrm{V}$$

Puesto que el flujo del campo magnético aumenta con el tiempo, el sentido de la corriente inducida es el que se representa en el dibujo.



Suponiendo la espira en el plano del papel, el sentido de la corriente inducida será el de las agujas del reloj.

6. Una bobina esta formada por 6 espiras de radio R = 6 cm. Se encuentra situada en una zona del espacio donde existe un campo magnético perpendicular al plano de la bobina y cuyo módulo varia en el tiempo según la expresión B = 3t + 5 (T) a) Obtener el flujo a través de cada espira de la bobina en función del tiempo. b) Calcular la f.e.m. inducida sobre la bobina. c) Hacer un dibujo claro indicando el sentido de la corriente inducida. Razonar la respuesta. Tomar la bobina en el plano XY y el campo magnético en dirección del eje Z positivo. $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N $\cdot\mathrm{A}^{-2}$

Respuesta:

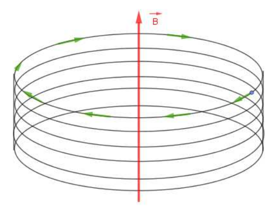
a) El flujo del campo magnético será:

$$\varphi = \mathrm{N\,B}\cdot\mathrm{S}\cos 0^{\circ} = 6\,(3\mathrm{t}+5)\cdot\pi\cdot 0,06^2 = 0,203\,\mathrm{t} + 0,34\,\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2$$

b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}} = -0,203\,\mathrm{V}$$

c) La representación gráfica sería la siguiente:



De acuerdo a la Ley de Lenz, el campo magnético creado por la corriente inducida tiende a oponerse a la causa que lo produce. Dado que el campo magnético aplicado crece con el tiempo, sobre el conjunto de espiras se inducirá una corriente que cree un campo magnético que se oponga al anterior. Esto se produce cuando la corriente circula sobre las espiras en el sentido de las agujas rel reloj, tal y como se indica en la gráfica. La cara superior del conjunto de espiras es así una cara Sur, mientras la inferior será una cara Norte.

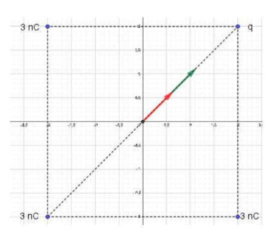
7. Situamos tres cargas puntuales iguales de valor $q_1 = q_2 = q_3 = 3$ nC en los puntos P_1 (2,-2) cm, P_2 (-2,-2) cm y P_3 (-2,2) cm. Queremos conseguir que el potencial en el origen (0,0) cm sea nulo a) ¿Que carga q_4 debemos colocar en el punto P_4 (2,2) cm para conseguirlo? b) ¿Cuál es el campo creado por las cuatro cargas q_1, q_2, q_3 y q_4 en el origen (0,0)? $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

Respuesta:

a) El potencial en el origen de coordenadas será:

$$\mathrm{V} = 0 = 3\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{8}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \mathrm{q}}{\sqrt{8}} \qquad \mathrm{q} = -9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

b) A partir de la siguiente representación gráfica:

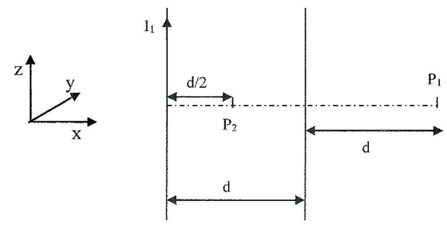


Podemos comprobar que el campo eléctrico en el origen se deberá a las cargas opuestas de 3 y -9 nC, Los campos creados por las cargas situadas en los vértices superior izquierdo e inferior derecho se anulan entre sí. Así pues, podremos escribir:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{8}(\cos 45\,\overrightarrow{i} + \mathrm{sen}\,45\,\overrightarrow{j}) + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{8}(\cos 45\,\overrightarrow{i} + \mathrm{sen}\,45\,\overrightarrow{j})$$

$$\overrightarrow{E} = 9,55\,\overrightarrow{i} + 9,55\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

8. Se tienen dos hilos conductores rectos, paralelos e indefinidos separados una distancia d = 30 cm. Por el conductor de la izquierda circula una corriente de intensidad $I_1 = 3$ A y el campo magnético creado por ambos conductores se anula en el punto P_1 a) ¿Que corriente I_2 y en que sentido circula por el conductor de la derecha? b) ¿Cual es el campo magnético en el punto P_2? Indicar modulo, dirección y sentido. c) Hallar la fuerza por unidad de longitud que se ejercen entre sí los hilos. Es necesario realizar un dibujo en las tres apartados$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T $\cdot$m $\cdot$ A^{-1}



Respuesta:

a) En el punto P_1 la intensidad de campo magnético resultante es nula,por lo que:

$$\frac{\mu_0 3}{2\pi \cdot 0,6} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 0,3} \qquad I_2 = 1,5\,\mathrm{A}$$

Para que la intensidad de campo sea nula en este punto, la corriente I_2 debe circular en sentido contrario a la corriente I_1

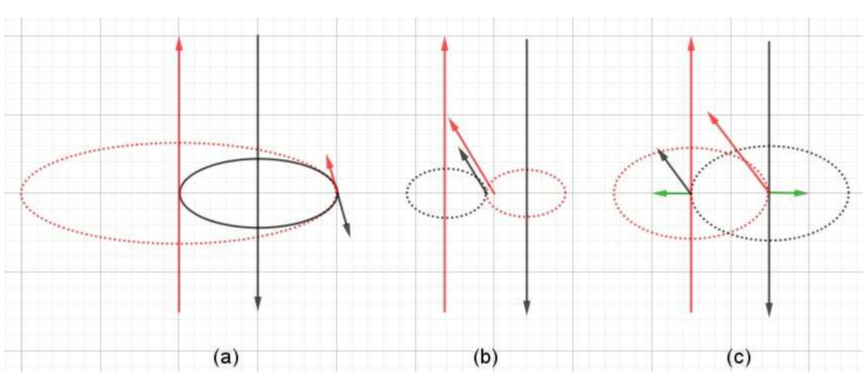
b) En el punto P_2 las dos intensidades de campo magnético tienen la misma dirección y sentido, por lo que el módulo del campo resultante será:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot 0,15}(3 + 1,5) = 6 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

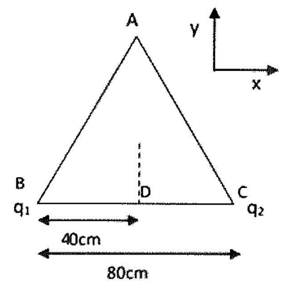
c) La fuerza por unidad de longitud sobre el primer conductor valdrá:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 1,5}{2\pi \cdot 0,3} = 3 \cdot 10^{-6}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

Las representaciones gráficas correspondientes a los apartados a), b) y c) pueden verse a continuación:

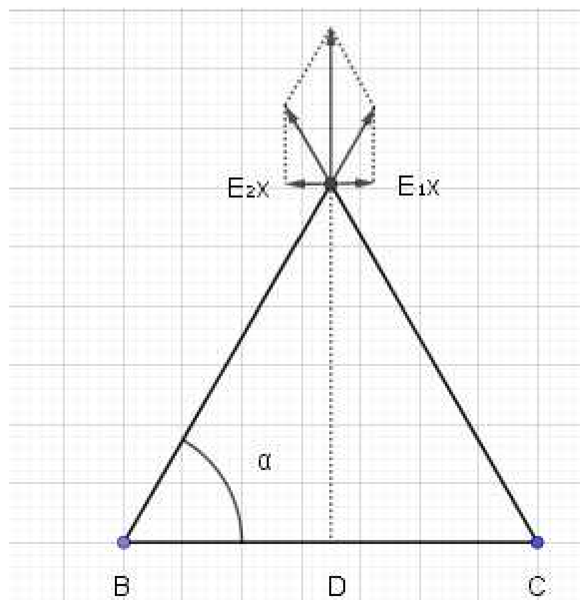


9. Se sitúan dos cargas $q_1 = +2\mu C$ y $q_2 = +2\ \mu C$ en las vértices B y C de la base de un triangulo equilátero de 80 cm de lado como se indica en la figura. Calcular: a) El campo eléctrico en el vértice A b) El trabajo que realiza el campo eléctrico al mover una carga q = 3nC desde A hasta D (punto media entre B y C) ¿Que significa el signo del trabajo?



Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Podemos deducir lo siguiente:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,8^2} = 28125\,\mathrm{N \cdot C^{-1}} \qquad \alpha = 60^{\underline{\mathrm{o}}}$$

$$\overrightarrow{E} = 2\,\mathrm{E_1 sen}\,60\,\overrightarrow{j} = 48714\,\overrightarrow{j}\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

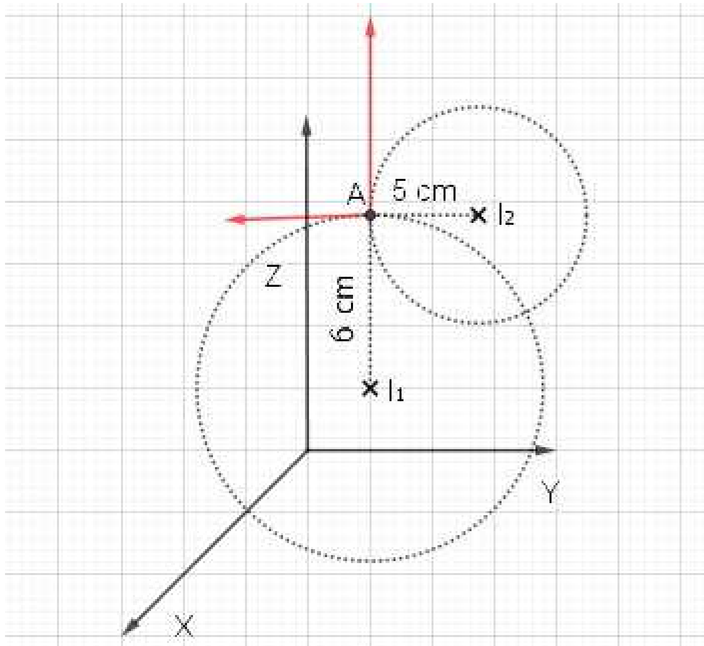
b) El trabajo realizado para desplazar la carga de 3 nC desde A hasta D es:

$$\mathrm{W = U_A - U_D} = 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,8} - 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,4} = -6,75 \cdot 10^{-5}\mathrm{J}$$

El signo negativo del trabajo significa que éste es realizado en contra del campo eléctrico, que tendería a alejar la carga de 3 nC de las otras dos.

10. Dos hilos infinitos y paralelos pasan por los vértices opuestos de un rectángulo de 5cm y 6 cm de lados. Las corrientes circulan hacia dentro del papel (eje X negativo). a) Si $I_1 = I_2 = 10$ mA, hallar el vector campo magnético en el punto A. b) Hallar la fuerza por unidad de longitud que sufre el hilo por el que circula I_1, indicando dirección y sentido de la fuerza.

Respuesta:



a) El campo magnético resultante en el punto A puede verse en la siguiente representación gráfica:
El campo magnético resultante tendrá la expresión:

$$\vec{B} = -\mathrm{B}_1 \vec{j} + \mathrm{B}_2 \vec{k}$$

Siendo:

$$\mathrm{B}_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 0,06} \quad \text{y} \quad \mathrm{B}_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 0,05}$$

$$\vec{B} = -3,33 \cdot 10^{-8} \vec{j} + 4 \cdot 10^{-8} \vec{k}$$

b) La fuerza por unidad de longitud sobre el primer conductos será:

$$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{l}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2}}{\sqrt{0,05^2 + 0,06^2}} = 2,56 \cdot 10^{-10} \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

11. Una partícula cargada negativamente (q = - 2 $\cdot 10^{-18}$ C) con masa m = 8 $\cdot 10^{-20}$ kg describe órbitas circulares de radio R alrededor de otra carga, que supondremos fija, de valor Q = 3 $\cdot 10^{-10}$ C. Si el tiempo que tarda q en dar una vuelta es de 7,65 10^{-10}s, hallar: a) Radio, R, de la órbita que describe q. b) Energía potencial de q a esa distancia. c) Potencial creado por la partícula de carga Q a la distancia R. K = 9 $\cdot 10^9$ $\mathrm{Nm^2C^{-2}}$

Respuesta:

a) El periodo de giro viene dado por:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{v}} = 7,65 \cdot 10^{-10} \, \text{por lo que} : \mathrm{v} = 8,21 \cdot 10^9 \mathrm{R}$$

Por otra parte:

$$|\frac{\mathrm{KQq}}{\mathrm{R}^2} = \frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{R}} \qquad \mathrm{R} = \frac{\mathrm{KQq}}{\mathrm{mv}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{-18}}{8 \cdot 10^{-20}(8,21 \cdot 10^9 \mathrm{R})^2}$$

Despejando:

$$R = \sqrt[3]{\frac{9\cdot 10^{9}\cdot 3\cdot 10^{-10}\cdot 2\cdot 10^{-18}}{8\cdot 10^{-20}(8,21\cdot 10^{9})^{2}}} = 10^{-6}\mathrm{m}$$

b) La energía potencial es:

$$U = \frac{\cdot 2\cdot 10^{-18}}{10^{-6}} = -5,4\cdot 10^{-12}\mathrm{J}$$

c) El potencial es:

$$V = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 3\cdot 10^{-10}}{10^{-6}} = 2,7\cdot 10^{6}\mathrm{V}$$

12. B) Una carga puntual de valor q_1 = 2 µC, está situada en el punto A de coordenadas (3,0) m. Otra carga q_2 = - 4µC se encuentra en el punto B (-3,0) m. ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico en los puntos C (0,2) m y D (0,4)m? ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre una carga q = -2 µC si ésta se traslada desde el punto C al D? Explicar el significado del signo en el valor del trabajo. Todas las coordenadas están expresadas en metros. Dato: k = $9\cdot 10^9$ N · m ^{2}.

Respuesta:

a) El potencial eléctrico en el punto (0,2) es:

$$V_C = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{3^2+2^2}} + \frac{9\cdot 10^{9}(-4\cdot 10^{-6})}{\sqrt{3^2+2^2}} = -4992,30\,\mathrm{V}$$

$$V_D = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{3^2+4^2}} + \frac{9\cdot 10^{9}(-4\cdot 10^{-6})}{\sqrt{3^2+4^2}} = -3600\,\mathrm{V}$$

Al trasladar una carga de -2 μC desde el punto C hasta el punto D, el trabajo será:

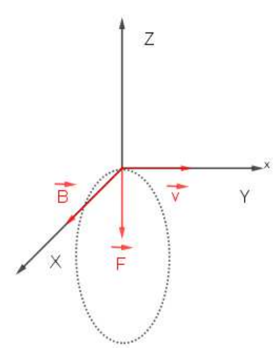
$$W = q\,(V_C - V_D) = -2\cdot 10^{-6}(-4992,30+3600) = 2,78\cdot 10^{-3}\mathrm{J}$$

El signo positivo del trabajo indica que éste **ha sido realizado por el campo eléctrico**.

13. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme de valor B = 200 $\vec{i}$ mT. Un protón se mueve en dicha región con una velocidad v = $2{\cdot}10^3\,\vec{j}$ m/s . Dibujar la órbita que describe y calcular su radio y el tiempo que tarda en recorrer media circunferencia. Datos: $m_{protón}$ = 1,67 · 10^{-27} kg . $q_{ptotón} = 1,6\cdot 10^{-19}$ C.

Respuesta:

La representación gráfica de la órbita sería la siguiente:



A partir de la expresión:

$$\left|q\vec{v}\times\vec{B}\right| = \frac{mv^2}{r} \qquad r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67{\cdot}10^{-27}\cdot 2\cdot 10^{3}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,2} = 1,04\cdot 10^{-4}\mathrm{m}$$

El periodo de la órbita sería:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi \cdot 1,04 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{3}} = 3,27 \cdot 10^{-7}\mathrm{s}$$

Con lo que, en recorrer media circunferencia, tardaría un tiempo t $= 1,63 \cdot 10_{7}$ **s**

5. Física moderna.

1. ¿A qué velocidad debe moverse una partícula relativista para que su energía total sea 1,10 veces su energía en reposo? Expresa el resultado en función de la velocidad de la luz en el vacío. Si la energía en reposo es 9,4· 10^8eV, ¿Cuál es su energía cinética expresada en el S.I?

   Respuesta: La energía relativista tiene la expresión:

$$\mathrm{E} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

   Siendo $\mathrm{m_0\ c^2}$ la energía en reposo. Así pues,podremos escribir:

$$1,10 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \mathrm{v} = 0,417\,\mathrm{c}$$

   La energía cinética será: $\mathrm{E_c = mc^2 - m_0c^2 = 0,1\,m_0c^2 = 0,1 \cdot 9,4 \cdot 10^8 = 9,4 \cdot 10^7\,eV}$

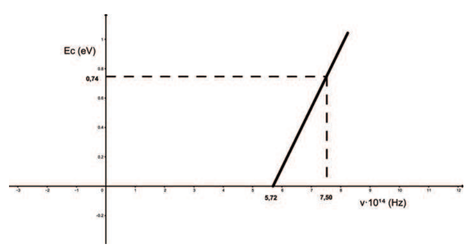
2. Si iluminamos una lámina de sodio con una radiación de longitud de onda 400 nm, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es 0,74 eV. Calcular el trabajo de extracción y la frecuencia umbral. Representar en un gráfico la energía cinética máxima en función de la frecuencia de los fotones incidentes. Datos: 1 eV = 1,6 · 10^{-19} C, me = 9,1· 10^{-31} kg, q_e = 3 · 10^8 , h = 6,63 · 10^{-34} J·s

   Respuesta:

   Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

$$\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \mathrm{W_{ext} + E_c} \qquad \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^7} = \mathrm{W_{ext}} + 0,74 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \qquad \mathrm{W_{ext}} = 3,79 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

   La frecuencia umbral es: $\nu_0 = \frac{\mathrm{W_{ext}}}{\mathrm{h}} = 5,72 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s^{-1}}$.
   La representación gráfica sería la siguiente:



3. Determinar la masa de un protón cuando se mueve con una velocidad de 2,5 10^8 m/s. ¿Cuanto varia la energía si su velocidad cambia de 2,5· 10^8 m/s a 2,8· 10^8 m/s? $m_{protón}$ en reposo = 1,67 · 10^{-27} kg, c = 3 · 10^8 m/ s

   Respuesta:

   La masa de un protón que se desplaza a velocidades elevadas es:

$$\mathrm{m} = \gamma \mathrm{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v^2}}{\mathrm{c^2}}}}\,\mathrm{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2,5 \cdot 10^8)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}}\,1,67 \cdot 10^{-27} = 3,02 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$$

La variación de energía es: $\Delta E = \Delta mc^2$, siendo $\Delta m = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(2,8\cdot 10^8)^2}{(3\cdot 10^8)^2}}} 1,67\cdot 10^{-27} - 3,02\cdot 10^{27} =$ $1,63\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, por lo que: $\Delta E = 1,63\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16} = 1,467\cdot 10^{-10}\mathrm{J}$

4. Un haz de luz de longitud de onda 546 nm incide en una superficie metálica en la que el trabajo de extracción es de 2eV. a) Calcular la energía de las fotones incidentes b) Calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos por el metal. c) ¿Que ocurriría si iluminamos la superficie con una radiación de 700 nm? Razonar la respuesta Datos: $q_e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg, $c = 3\cdot 10^8$ m/s, $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Js.

Respuesta:

a) La energía es:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{5,46\cdot 10^{-7}} = 3,64\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

b) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$3,64\cdot 10^{-19} = 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19} + E_c \qquad E_c = 4,43\cdot 10^{-20}\mathrm{J}$$

c) La energía de la radiación incidente sería:

$$E' = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{7,0\cdot 10^{-7}} = 2,84\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

Al ser esta energía inferior al trabajo de extracción, **no se produce emisión fotoeléctrica**.

5. El ^{14}C es un isótopo del Carbono con una vida media de 5700 años y se suele utilizar en la datación arqueológica. a) Indica el tipo de desintegración:

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$$

b) Hallar el periodo de semidesintegración del ^{14}C c) Calcula la actividad radiactiva de una muestra que contiene 10^{22} átomos. d) Se observa que una muestra a estudio tiene una actividad radiactiva 10 veces inferior a una muestra actual de igual masa. Hallar la antigüedad de la muestra a estudio.

Respuesta:

a) La reacción es una desintegración β.

b) La vida media es:

$$5700 = \frac{1}{\lambda} \qquad \lambda = 1,75\cdot 10^{-4}\text{años}^{-1} \quad \text{equivalente a : } 5,56\cdot 10^{-12}\mathrm{s}^{-1}$$

El periodo de semidesintegración es:

$$T = \frac{0,693}{\lambda} = \frac{0,693}{1,75\cdot 10^{-4}} = 3960\,\text{años}$$

:

c) La actividad es:

$$A = \lambda N = 5,56\cdot 10^{-12}\cdot 10^{22} = 5,56\cdot 10^{10}\mathrm{Bq}$$

d) Para una actividad igual a la décima parte, el número de núcleos será también de una décima parte, por lo cual:

$$\frac{N}{10} = N\cdot e^{-1,75\cdot 10^{-4}t} \qquad t = 13158\,\text{años}$$

6. Se ilumina una superficie metálica con luz cuya longitud de onda es de 300 nm. El trabajo de extracción del metal es 2,46 e V. Calcular a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal b) La longitud de onda umbral del metal. c) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética posible. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J$\cdot$ s ; $c = 3 \cdot 10^{8}$m/s.

Respuesta:

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 10^{-7}} = 2,46 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \mathrm{E_c} \qquad \mathrm{E_c} = 2,694 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

b) La longitud de onda umbral se deduce de:

$$2,46 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = 5,05 \cdot 10^{-7}\mathrm{m}$$

c) La velocidad de los electrones se obtiene de:

$$2,694 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2}\, 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{v}^2 \qquad \mathrm{v} = 7,69 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 7,69 \cdot 10^{5}} = 9,47 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$