PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

14 de julio de 2019

1. Gravitación.

1. La Luna es aproximadamente esférica, con radio $R_L = 1,74 \cdot 10^6$ m y masa $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg. Desde su superficie se lanza verticalmente un objeto que alcanza una altura máxima $h = R_L$.Determinar: a) la velocidad inicial con que se ha lanzado el objeto. b) la aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna y en el punto más alto alcanzado por el objeto. c) periodo del objeto si describiera una órbita circular a dicha altura. Datos: G $= 6,67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$

   Respuesta:

   a) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

   $$-\frac{GMm}{r_L} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{2r}$$

   Despejando, se obtiene:

   $$v = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{r_L} - \frac{1}{2r_L}\right)} = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}\left(\frac{1}{1,74 \cdot 10^6} - \frac{1}{3,48 \cdot 10^6}\right)} = 1678,5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

   b) Los valores de la aceleración de la gravedad son los siguientes:

   $$a)\text{En la superficie de la Luna}: \; g = \frac{GM_L}{r_L^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(1,74 \cdot 10^6)^2} = 1,62\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

   $$a)\text{En el punto más alto}: \; g = \frac{GM_L}{(2r_L^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{4(1,74 \cdot 10^6)^2} = 0,405\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

   c) El periodo puede ser calculado aplicando la Tercera Ley de Kepler:

   $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(2 \cdot 1,74 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}} = 18422\,\mathrm{s}$$

2. Un satélite artificial describe una órbita en el plano ecuatorial de la Tierra con una velocidad de 3073 m/s. a) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra está orbitando? b) Determinar el periodo de rotación en horas. c) Determinar el valor de la aceleración de la gravedad para un satélite que realiza una órbita geoestacionaria. Datos: G $= 6,67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$; R$_T = 6,37 \cdot 10^6$m; M$_T$ =5,98·10^{24} kg.

   Respuesta:

   a) A partir de la expresión de la velocidad del satélite en una órbita:

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

   Podemos despejar el radio de la misma:

   $$r = \frac{GM}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{3073^2} = 4,22\,10^7\mathrm{m}$$

   Siendo la altura respecto a a la superficie terrestre: h = r - r$_T$ $= 4,22 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,59 \cdot 10^7\mathrm{m}$

   b) El periodo de rotación es:

   $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(4,22\,10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 86245\,s \quad \text{equivalentes a}: \quad \frac{86245}{3600} \simeq 24\,\mathrm{h}$$

c) Puesto que la órbita de este satélite es, aproximadamente, geoestacionaria, utilizaremos el dato del radio de dicha órbita para calcular el valor de g:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(4,22\, 10^7)^2} = 0,22\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

3. Un satélite de 25000 kg de masa describe una órbita circular alrededor de un cierto planeta P, a una distancia de la superficie de $2,41 \cdot 10^6$km. a) Halla el periodo orbital del satélite. b) Halla la energía total del satélite. c) Determina el valor de la velocidad de escape desde un punto cualquiera de la superficie del planeta P. Datos: masa del planeta $\mathrm{M}_P = 6,0 \cdot 10^{27}$kg; radio del planeta P: $\mathrm{R}_P = 7200$ km; $\mathrm{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$

Respuesta:

a) Aplicando la tercera Ley de Kepler:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(2,41 \cdot 10^9 + 7,3 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,0 \cdot 10^{27}}} = 1,18 \cdot 10^6\,\mathrm{s}$$

b) La energía total será:

$$\mathrm{E} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,0 \cdot 10^{27} \cdot 25000}{2(2,41 \cdot 10^9 + 7,3 \cdot 10^6)} = -2,07 \cdot 10^{12}\,\mathrm{J}$$

c) La velocidad de escape tiene la expresión:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\mathrm{GM}}{\mathrm{R}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,0 \cdot 10^{27}}{7,2 \cdot 10^6}} = 3,33 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

4. La ecuación de una onda viene dada por la siguiente expresión, en unidades del S.I:

$$\mathrm{y} = 2\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{5}\mathrm{t} - \frac{\pi}{4}\mathrm{x}\right)$$

Calcula: a) El número de onda y la longitud de onda. b) La velocidad de vibración en el punto x = 4 m y en el instante t = 8 s. c) La aceleración de ese punto en la misma posición e instante que en el apartado anterior.

Respuesta:

a) El número de ondas, k, es igual a $2\pi/\lambda$. De la ecuación de la onda se deduce que $\frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{\lambda}$, por lo que el número de ondas será:

$$\mathrm{k} = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{m^{-1}} \qquad \lambda = \frac{8\pi}{\pi} = 8\,\mathrm{m}$$

b) La velocidad de vibración es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 2\,\frac{2\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{5}\mathrm{t} - \frac{\pi}{4}\mathrm{x}\right)$$

Sustituyendo x y t por 4 y 8, respectivamente, tendremos:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 2\,\frac{2\pi}{5}\cos\left(\frac{16\pi}{5} - \pi\right) = 2,03\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) La aceleración será:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -2\left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 \text{sen}\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)$$

Sustituyendo como anteriormente x y t por 4 y 8, respectivamente, tendremos:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -2\left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 \text{sen}\left(\frac{16\pi}{5} - \pi\right) = -9,28\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

5. La masa del planeta Venus es de $4{,}87\cdot10^{24}$kg, y gira en torno al Sol en una órbita circular de radio 108 millones de kilómetros. a) Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie de Venus es 8,87 m$\cdot$ s^{-2}, calcula el diámetro del planeta (debes expresarlo en km). b) ¿Cuánto vale la velocidad orbital de Venus? c) ¿Cuánto tiempo necesita Venus para realizar una vuelta completa alrededor del Sol? Datos: masa del Sol M_S = 2\cdot10^30 kg; G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2\cdot$ kg^{-2}

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad viene expresada por:

$$g = \frac{GM}{r^2} \qquad 8,87 = \frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot4,87\cdot10^{24}}{r^2} \qquad r = 6,05\cdot10^6\text{m}$$

El diámetro será, por tanto: d = $1{,}21\cdot10^7$ m, es decir, **12100 km**

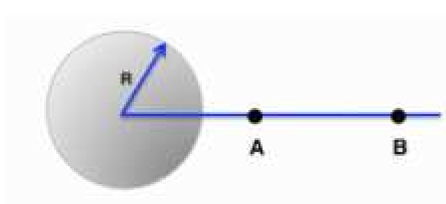
b) La velocidad orbital será:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot2\cdot10^{30}}{1,08\cdot10^{11}}} = 3,51\cdot10^4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) El periodo de rotación será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot1,08\cdot10^{11}}{3,51\cdot10^4} = 1,93\cdot10^7\text{s}$$

6. La intensidad de la gravedad en la superficie de un planeta de radio R vale g_0. En el punto A, la intensidad vale $g_A = \frac{g_0}{3}$, mientras que en el punto B, $g_B = \frac{g_0}{5}$.



Calcular: a) Las distancias de A y B al centro del planeta. b) La velocidad mínima que debe llevar un objeto en A para que llegue hasta B. c) La velocidad mínima que debe llevar un objeto en A para que llegue a una distancia infinita (es decir, tan grande que g sea prácticamente nula). En este último caso, ¿cuál será su velocidad al pasar por B? Datos: $g_0 = 9,8$ m$\cdot$ s^{-2}.R = $6{,}37\cdot10^6$ m

Respuesta:

a) Dividiendo entre sí los valores de g:

$$\frac{g_A}{g_0} = \frac{\frac{GM}{r_A^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{r_A^2} = \frac{1}{3} \qquad r_A = R\sqrt{3} = 1,10 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$$

$$\frac{g_B}{g_0} = \frac{\frac{GM}{r_B^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{r_B^2} = \frac{1}{} \qquad r_A = R\sqrt{5} = 1,42 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$$

b) Para conocer el valor de la velocidad, debemos conocer previamente el valor de GM:

$$9,8 = \frac{GM}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \qquad GM = 3,98 \cdot 10^{14}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$-\frac{GMm}{r_A} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{r_B} \qquad v = \sqrt{2\left(\frac{GM}{r_A} - \frac{GM}{r_B}\right)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 3,98 \cdot 10^{14}\left(\frac{1}{1,1 \cdot 10^7} - \frac{1}{1,42 \cdot 10^7}\right)} = 4038,2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) Aplicando nuevamente el principio de conservación de la energía:

$$-\frac{GMm}{r_A} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \qquad v = \sqrt{\frac{2GM}{r_A}} = 8506,7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

La velocidad al pasar por B se calcula a partir de:

$$-\frac{GMm}{r_A} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{r_B} + \frac{1}{2}mv_B^2 \qquad v_B = \sqrt{2\left[\frac{1}{2}8506,7^2 + 3,98 \cdot 10^{14}\left(\frac{1}{1,42 \cdot 10^7} - \frac{1}{1,10 \cdot 10^7}\right)\right]}$$

$$v_B = 7478,1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. La expresión matemática que representa una onda armónica que se propaga a lo largo de una cuerda tensa es: $y = 0,01\,\mathrm{sen}\,(10\pi t + 2\pi x + \pi)$, donde x e y está dadas en metros, y t en segundos. Determinar: a) frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación de la onda. b) diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 0,2 m. c) velocidad y aceleración de oscilación máximas de un punto de la cuerda. .

   Respuesta:

   a) De la ecuación expresada en el enunciado puede deducirse:

   $$\omega = 10\pi = 2\pi\nu \rightarrow \nu = 5\,\mathrm{s}^{-1} \qquad k = 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 1\,\mathrm{m}$$

   $$k = \frac{\omega}{v} \rightarrow v = \frac{10\pi}{2\pi} = 5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   b) teniendo en cuenta que a una longitud de onda le corresponde una diferencia de fase de 2π radianes, tendremos que:

   $$\frac{1\,\mathrm{m}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = \frac{0,2\,\mathrm{m}}{\Delta\varphi\,\mathrm{rad}} \longrightarrow \Delta\varphi = 0,4\pi\,\mathrm{rad}$$

   c) Las respectivas expresiones de velocidad y aceleración son las siguientes:

   $$v = \frac{dy}{dt} = 0,01\cdot 10\pi\cos(10\pi t + 20\pi x + \pi) \longrightarrow v_{máx} = 0,1\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   \,

   $$a = \frac{dv}{dt} = -0,01(10\pi)^2\mathrm{sen}\,(10\pi\mathrm{t} + 20\pi\mathrm{x} + \pi) \longrightarrow a_{máx} = \pi^2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

2. Una onda armónica transversal de amplitud 4 cm y longitud de onda 2 cm, se propaga a través de un medio elástico a 25 cm/s en el sentido negativo del eje X. La elongación en el punto x = 0 para t = 0 es 4 cm. a) Calcula el periodo y escribe la ecuación de la onda. b) ¿Cuál es la máxima velocidad de vibración que alcanza un punto cualquiera del medio elástico en que se propaga la onda? c) Calcula el desfase entre dos puntos separados 0,5 cm.

   Respuesta:

   a) De los datos del enunciado: A = 0,04 m; λ = 0,02 m y v = 0,25 m/s se deduce lo siguiente:

   $$\lambda = v\cdot T \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,02}{0,25} = 0,08\,\mathrm{s}$$

   Por otra parte:

   $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,08} = 25\pi\,s^{-1} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,02} = 100\pi\,m^{-1}$$

   Al ser la ecuación de la onda del tipo: y = A sen (ωt + kx +φ_0) y ser y = 0,04 para x = 0 y t = 0, tendremos que:

   $$0,04 = 0,04\,sen\,\varphi_o \qquad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

   La ecuación de la onda quedará finalmente, así:

   $$y = 0,04\,\mathrm{sen}\left(25\pi t + 100\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) La velocidad de vibración es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,04 \cdot 25\pi \cos\left(25\pi t + 100\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{Siendo :} \quad v_{máx} = \pi\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

c) Sabiendo que a una longitud de onda le corresponde un desfase de 2π radianes, podremos poner:

$$\frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{0,02\,\mathrm{m}} = \frac{\Delta\varphi\,\mathrm{rad}}{0,005\,\mathrm{m}} \quad \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad}$$

3. En el centro de una piscina circular (x = 0 e y = 0) de 7 m de radio (R) se produce una perturbación que origina un movimiento ondulatorio en la superficie del agua. La longitud de onda es $\lambda = 0,50$ m y la perturbación tarda 14 s en llegar a la orilla (x = R). Calcular: a) La frecuencia del movimiento ondulatorio y la ecuación de onda (cuando se propaga en el sentido positivo del eje X y cuando el valor de la amplitud de la onda es A). b) La amplitud de la onda (utilizando la función sinusoidal) si al cabo de 0,25 s, z en el origen es de 4 cm. c) La elongación en el instante t = 14 s en un punto situado a 7 m del foco emisor.).

Respuesta:

a) la velocidad de propagación de la onda es:

$$\mathrm{v} = \frac{7}{14} = 0,5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

A partir de este dato, y de la longitud de onda, tendremos:

$$\lambda = \mathrm{v}\cdot\mathrm{T} = \frac{\mathrm{v}}{\nu} \qquad \nu = \frac{0,5}{0,5} = 1\,\mathrm{s}^{-1}$$

La ecuación de la onda es:

$$\mathrm{z} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\left(2\pi\nu\mathrm{t} - \frac{2\pi}{\lambda}\mathrm{x}\right) = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(2\pi\mathrm{t} - 4\pi\mathrm{x})$$

b) Para t = 0,25 y x = 0, tendremos:

$$0,04 = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(0,5\pi) \qquad \mathrm{A} = 0,04\,\mathrm{m}$$

c) La elongación será:

$$\mathrm{z} = 0,04\,\mathrm{sen}\,(28\pi - 28\pi) = 0\,\mathrm{m}$$

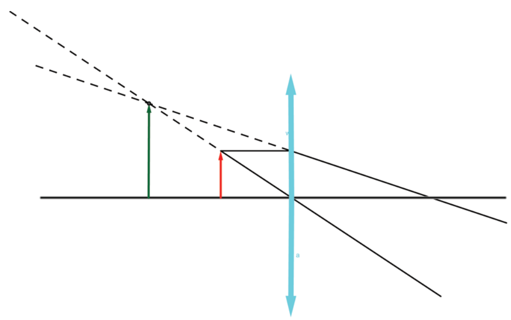
3. Óptica.

1. En un laboratorio se estudian las características de una lente perteneciente a una cámara de un teléfono móvil. Se sabe que la lente tiene una distancia focal cuyo valor absoluto es $|f|=$ 6 cm. Si se sitúa un objeto a 30 mm de la lente, se obtiene una imagen derecha y de doble tamaño que el objeto. a) Determina si se trata de una lente convergente o divergente. b) Determina la posición de la imagen y realiza un trazado de rayos donde se señale claramente la posición y el tamaño, tanto del objeto como de la imagen. c) ¿Es la imagen real o virtual?

   Respuesta:

   a) se trata de una lente convergente, pues una lente divergente nunca produce imágenes de mayor tamaño que el objeto.

   b) El diagrama de rayos es el siguiente: Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{-0,03} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,06} \longrightarrow s' = -0,06\,\mathrm{m}$$

   c) La imagen es virtual, pues se obtiene por la intersección de las prolongaciones de los rayos.

2. Se dispone de un recipiente lleno de agua, cuya cubierta inferior es de vidrio.Un rayo de luz roja, cuya longitud de onda en el vacío es 650 nm, atraviesa la cubierta inferior del recipiente, e incide con un ángulo de 45º sobre la superficie de separación entre ambos medios (vidrio y agua). a) Determinar el valor de la longitud de onda de la luz roja en el vidrio. b) Determinar el valor del ángulo de refracción en el agua, e indicar en un diagrama la trayectoria del rayo al pasar al agua. c)¿Con qué ángulo debe incidir el rayo de luz en la superficie de separación vidrio-agua para que se produzca el fenómeno de la reflexión total? Datos: $\mathrm{n}_{agua} = 1,33$, $\mathrm{n}_{vidrio} = 1,5$; $\mathrm{c} = 3{\cdot}10^8$ m/s.

   Respuesta:

   a) La frecuencia de la luz, que no depende del medio en que se propague, será:

$$\nu = \frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^8}{6,5\cdot 10^{-7}} = 4,62\cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$$

   La longitud de onda de esta luz en el vidrio será:

$$\lambda_{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{v_v}}{\nu} = \frac{\mathrm{c/n_v}}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8/1,5}{4,62\cdot 10^{14}} = 4,33\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

   b) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\mathrm{sen}\,45^{\text{º}}}{\mathrm{sen}\,\alpha_{\mathrm{r}}} = \frac{1,33}{1,5} \qquad \alpha_{\mathrm{r}} = 52,9^{\text{º}}$$

c) Aplicando de nuevo la Ley de Snell:

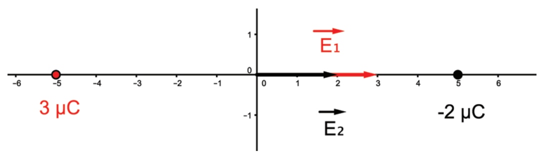
$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_{\mathrm{i}}}{\operatorname{sen}90^{\underline{o}}}=\frac{1,33}{1,5}\qquad \alpha_i=62,46^{\underline{o}}$$

4. Electromagnetismo.

1. Dos partículas puntuales de cargas $q_1 = 3\,\mu C$ y $q_2 = -2\,\mu C$ está fijas en los puntos de coordenadas (-5,0) y (5,0), respectivamente (unidades del S.I.). a) Calcular el campo electrostático (módulo, dirección y sentido) en el origen de coordenadas. b) Determinar el trabajo necesario para trasladar una carga $q_3 = 2\,\mu C$ desde el origen de coordenadas hasta el punto (10,0). c) Si la carga q_3 se encuentra en reposo en el origen de coordenadas, ¿con qué velocidad llegará al punto (10,0)? Datos: K = $9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$; masa de la carga $q_3 = 2\,\mu g$

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta la siguiente representación gráfica:



Veremos que los dos vectores campo tienen la misma dirección y sentido, por lo que podremos poner:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{5^2}\vec{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{5^2}\vec{i} = 1,8 \cdot 10^3\,\vec{i}\ \mathrm{N/C}$$

b) El trabajo necesario será: $W = q\,(V_0 - V_{10})$, siendo:

$$V_0 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{5} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{5} = 5400 - 3600 = 1800\,\mathrm{V}$$

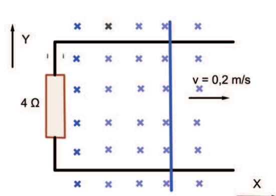
$$V_{10} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{15} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{5} = 1800 - 3600 = -1800\,\mathrm{V}$$

Así pues, el trabajo realizado será: $W = q\,(V_0 - V_{10}) = 2 \cdot 10^{-6}(1800 + 1800) = 0,0072$ **J**

c) El trabajo será igual al incremento en la energía cinética, con lo cual:

$$0,0072 = \frac{1}{2}\,2 \cdot 10^{-9} v^2 \quad \text{y} \quad v = 2683,3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Una varilla conductora desliza sin rozamiento con una velocidad de 0,2 m/s sobre unos raíles, también conductores, separados por 2 cm, tal y como se indica en la figura. El sistema se encuentra en el interior



de un campo magnético uniforma de 5 mT. Determinar: a) El flujo magnético en función del tiempo a través del circuito formado por la varilla y los raíles. b) El valor de la fuerza electromotriz inducida en la varilla. c) La intensidad y el sentido de la corriente inducida.

Respuesta:

a) El flujo magnético tendrá el valor:

$$\varphi = B \cdot \Delta S = 5 \cdot 10^{-3} 0,02 \cdot 0,2 \cdot t = 2 \cdot 10^{-5} t \,\mathrm{wb}$$

b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -2 \cdot 10^{5}\,\mathrm{V}$$

c) La intensidad será:

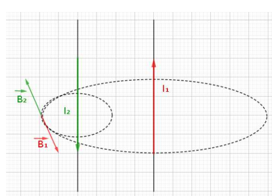
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{4} = 5 \cdot 10^{-6}\mathrm{A}$$

El sentido de la corriente será aquel que de lugar a un campo magnético opuesto al que produce la corriente inducida, por lo que dicho sentido será el contrario al de las agujas del reloj.

3. Dos conductores rectilíneos verticales y paralelos distan entre sí 10 cm. Por el primero de ellos circula una corriente I_1 =20 A. a) Calcula la corriente que debe circular por el otro conductor, situado a la izquierda del primero para que el campo magnético creado por ambos en un punto situado 5 cm a la izquierda del segundo conductor sea nulo. b) ¿Qué valor tendría el campo magnético en el punto medio entre ambos conductores si por el segundo circulara una corriente del mismo valor y sentido contrario que el primero? c) Determinar la fuerza por unidad de longitud que se ejercen ambos conductores en las condiciones del apartado b. Datos: Campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia d: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$T· m· A^{-1}

Respuesta:

a) Aplicando la regla de la mano derecha, podremos comprobar que la corriente que circula por el segundo conductor debe tener sentido contrario a la que circula por el primero

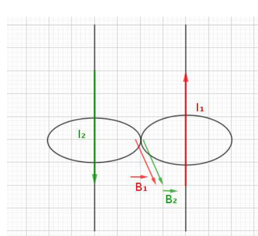


Los módulos de ambos campos magnéticos deben tener el mismo valor, por lo cual:

$$\frac{\mu_o I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_o I_2}{2\pi d_2} \qquad \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0,15} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I_2}{2\pi \cdot 0,05}$$

Obteniéndose I_2= 6,67 A

b) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podremos ver que los campos magnéticos B_1 y B_2 tienen el mismo módulo, dirección y sentido, por lo que el módulo del campo magnético en el punto medio de ambos conductores será:

$$B = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi 0,05} = 1,6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

Suponiendo los dos conductores situados en el plano XY, el vector campo magnético resultante sería: $\overrightarrow{B} = 1,6 \cdot 10^{-4}\,\overrightarrow{k}$ T

c) La fuerza por unidad de longitud que cada conductor ejerce sobre el otro es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 20}{2\pi \cdot 0,1} = 8 \cdot 10^{-4} N/m$$

4. Un electrón que se desplaza con velocidad de $2{\cdot}10^6$ m/s entra en un campo eléctrico uniforme de 400 N$\cdot$ C^{-1}. Sabiendo que las direcciones y los sentidos de la velocidad del electrón y la intensidad del campo eléctrico son iguales: a) ¿Qué distancia recorrerá en el campo eléctrico el electrón antes de detenerse? b) ¿Cuánto vale la energía del electrón en el instante en que se detiene? c) Si en vez de tratarse de un electrón, la partícula fuera un positrón, ¿cuál sería su velocidad al cabo de $3{\cdot}10^{-8}$ s de haber penetrado en el campo? Datos: $m_e = 9,1{\cdot}\,10^{-31}$ kg; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) Al desplazarse el electrón en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, experimentará una aceleración de frenado:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}{9,1 \cdot 10^{-31}} = -7,06 \cdot 10^{13} m \cdot s^{-2}$$

El espacio s recorrido hasta detenerse se deduce de la expresión:

$$v^2 = v_0^2 + 2as \qquad 0 = (2 \cdot 10^6)^2 - 2 \cdot 7,03 \cdot 10^{13} s \qquad s = 0,028\,m$$

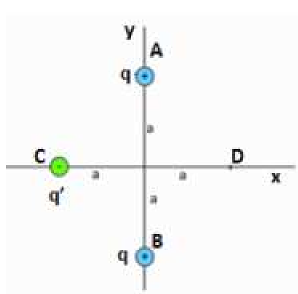
b) La energía cinética que poseía el electrón se convierte en energía potencial en el momento en que se detiene, por lo cual:

$$E = \frac{1}{2}\,9,1 \cdot 10^{-31}(2 \cdot 10^6)^2 = 1,82 \cdot 10^{-18}\,J$$

c) Un positrón tiene la misma carga que un electrón, pero de signo positivo. Por tanto, la aceleración que experimenta, del mismo módulo que la que experimenta el electrón, será positiva. Su velocidad se hallará así:

$$v = v_0 + at = 2 \cdot 10^6 + 7,06 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^{-8} = 4,12 \cdot 10^6 m \cdot s^{-1}$$

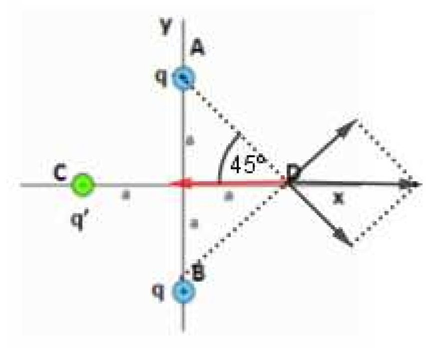
5. Dos cargas eléctricas positivas de valor q se sitúan en el eje OY, a ambos lados del origen de coordenadas, y a una misma distancia a, una en el punto A (0,a) y la otra en el punto B (0, -a).



a) Determinar el valor de una carga -q′situada en el punto C (-a,0) del eje OX, de modo que la intensidad del campo eléctrico en el punto D (a,0) del eje OX sea nula. b) Calcular el potencial electrostático en el punto D y en el origen de coordenadas O (0,0). c) ¿Cuánto vale el trabajo necesario para trasladar una carga Q positiva desde D hasta O? Datos: q = 2μC; a = 100 cm; Q = $2{\cdot}10^{-9}$ C; k = $9{\cdot}10^9\,N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



El campo eléctrico creado en el punto D será:

$$0 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1^2 + 1^2} \cos 45^{\text{o}} \vec{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1^2 + 1^2} \cos 45^{\text{o}} \vec{i} - \frac{9 \cdot 10^9 q'}{2^2} \vec{\mathrm{i}}$$

$$\mathrm{q}' = -5,66 \cdot 10^{-6} \mathrm{C}$$

b) El el origen, el potencial será:

$$\mathrm{V_O} = \frac{9 \cdot 10^9}{1} (2 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} - 5,66 \cdot 10^{-6}) = -1,49 \cdot 10^4 \,\mathrm{V}$$

Mientras que en el punto D, tendrá el valor:

$$\mathrm{V_D} = 2 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5,66 \cdot 10^{-6}}{2} = -14 \,\mathrm{V}$$

c) El trabajo necesario será:

$$\mathrm{W} = 2 \cdot 10^{-9} (-14 - 1,49 \cdot 10^4) = -2,98 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{J}$$

5. Física moderna.

1. Se emite un electrón cuando luz ultravioleta de longitud de onda 170 nm incide sobre una superficie metálica de zinc (el trabajo de extrac0,75ción del zinc es de 4,31 eV). a) Hallar la velocidad del electrón emitido. b) Si la longitud de onda de la luz incidente es cuatro veces menor, ¿cómo aumentará la velocidad del fotoelectrón emitido? c) ¿Que sucederá si la longitud de onda de la luz incidente es el doble?

   Respuesta:

   a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

   $$h\nu = W_{ext} + \frac{1}{2}mv^2$$

   Sustituyendo valores:

   $$\frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{1,7\cdot 10^{-7}} = 4,31\cdot 1,6\cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}9,1\cdot 10^{-31}v_1^2 \qquad v_1 = 1,03\cdot 10^{6}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   b) La nueva velocidad se calculará a partir de:

   $$\frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{1,7\cdot 10^{-7}/4} = 4,31\cdot 1,6\cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}9,1\cdot 10^{-31}v_2^2 \qquad v_2 = 2,96\cdot 10^{6}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   Por lo que:

   $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2,96}{1,03} = 2,87 \qquad v_2 = 2,87\,v_1$$

   c) Si la longitud de onda se hace doble, la energía incidente será:

   $$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3,4\cdot 10^{-7}} = 5,85\cdot 10^{-19}J \qquad \text{que equivalen a}: \ \frac{5,85\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 3,65\,eV$$

   Al ser menor la frecuencia de la radiación incidente que el trabajo de extracción, no se producirá emisión fotoeléctrica.

2. Sobre una superficie de un cierto metal M inciden simultáneamente dos radiaciones monocromáticas de longitudes de onda 200 nm y 100 nm, respectivamente. La función de trabajo para este metal es de 8,3 eV. a) Determina la frecuencia umbral del efecto fotoeléctrico para dicho metal. b) ¿Habrá emisión fotoeléctrica para las dos longitudes de onda indicadas? c) En su caso, calcula la velocidad máxima de los electrones emitidos. Datos: 1eV $= 1,6\cdot 10^{-19}$J; 1 nm $= 10^{-9}$ m; $\mathrm{m}_e = 9,1\cdot 10^{-31}$kg; h $= 6,63\cdot 10^{-34}$J$\cdot$ s; c = 3$\cdot$ 10^8 m/s.

   Respuesta:

   a) A partir de la función de trabajo:

   $$\mathrm{W_{ext}} = 8,3\cdot 1,6\cdot 10^{-19} = \mathrm{h}\nu_0 = 6,63\cdot 10^{-34}\nu_0 \qquad \nu_0 = 2\cdot 10^{15}\,\mathrm{s^{-1}}$$

   b) Las respectivas frecuencias para las dos radiaciones monocromáticas son:

   $$\nu_1 = \frac{3\cdot 10^{8}}{2\cdot 10^{-7}} = 1,5\cdot 10^{15}\,\mathrm{s^{-1}} \qquad \nu_2 = \frac{3\cdot 10^{8}}{10^{-7}} = 3\cdot 10^{15}\,\mathrm{s^{-1}}$$

   De donde se deduce que sólo habrá emisión fotoeléctrica para la radiación de 100 nm.

   c) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

   $$\mathrm{h}\nu = \mathrm{W_{ext}} + \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2$$

Sustituyendo valores:

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{15} = 8,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

De donde se obtiene v = 1,2·10^6 m/s

3. Una radiación electromagnética de longitud de onda $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ m incide sobre una superficie de aluminio.a) determina la energía cinética de los fotoelectrones emitidos. b) Calcula el valor de la longitud de onda umbral para el aluminio. c) ¿Cuántas veces menor debería ser la longitud de onda de la radiación incidente para duplicar la energía cinética del fotoelectrón? Datos: W_{ext} (Al) = 4,2 eV; 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$J; h = $6,63 \cdot 10^{-34}$J· s; q_e = 1,6·10^{-19}C; c = 3·10^8 m· s^{-1}

Respuesta:

a) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{ext} + E_c \qquad \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} = 4,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + E_c \quad E_c = 3,225 \cdot 10^{-19} J$$

b) La longitud de onda umbral se deduce de:

$$W_{ext} = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad 4,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = 2,96 \cdot 10^{-7} m$$

c) Aplicando de nuevo la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda} = 4,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 2 \cdot 3,225 \cdot 10^{-19} \qquad \lambda = 1,51 \cdot 10^{-7} m$$

Por tanto, la longitud de onda debería ser $\frac{1,51 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^7} \simeq 0,75$

4. Un láser de potencia nominal 5 mW emite en forma de luz roja, con una longitud de onda de 633 nm. Determinar: a) La frecuencia y la energía de cada fotón. b) El número de fotones emitidos por segundo. c) La longitud de onda y la velocidad cuando la luz atraviesa un vidrio cuyo índice de refracción es 1,35. Datos: h = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; 1 nm = 10^{-9} m; c = $3 \cdot 10^8$ m · s^{-1}

Respuesta:

a) La frecuencia y la energía son, respectivamente:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6,33 \cdot 10^{-7}} = 4,74 \cdot 10^{14} s^{-1}$$

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,74 \cdot 10^{14} = 3,14 \cdot 10^{-19} J$$

b) El número de fotones por segundo se deduce de:

$$P = 5 \cdot 10^{-3} = \frac{n \cdot 3,14 \cdot 10^{-19}}{1} \qquad n = 1,59 \cdot 10^{16} \text{ fotones} \cdot s^{-1}$$

c) Al cambiar de medio de propagación, la frecuencia de la luz no cambia, pero sí la velocidad de propagación y la longitud de onda:

$$n = 1,35 = \frac{3 \cdot 10^8}{v} \qquad v = 2,22 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$$

La longitud de onda tiene el valor:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,22 \cdot 10^8}{4,74 \cdot 10^{14}} = 4,69 \cdot 10^{-7} m$$